



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

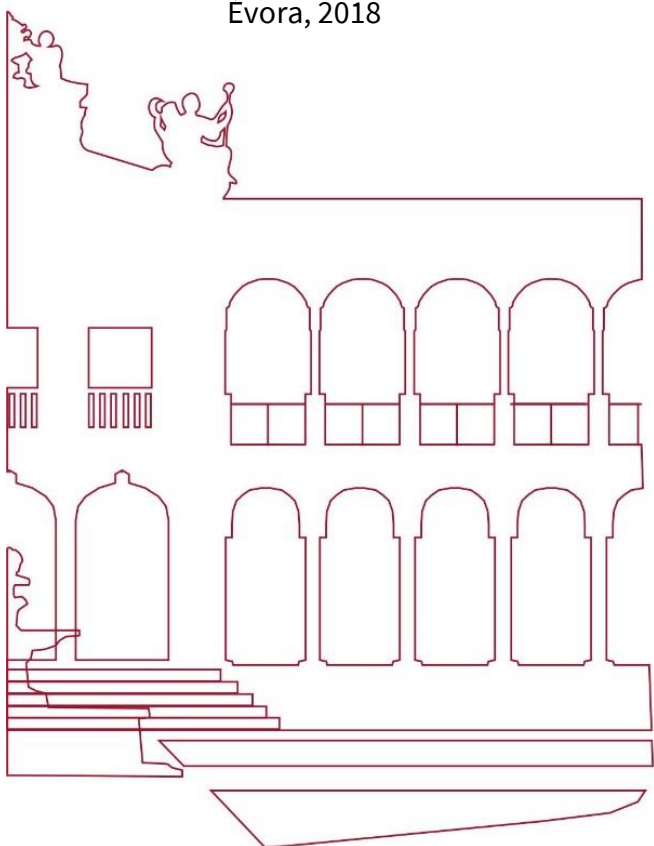
# **PRÁTICAS DE UM PROFESSOR, PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS E PENSAMENTO ALGÉBRICO NUMA TURMA DE 7.º ANO DE ESCOLARIDADE**

Elsa Maria de Figueiredo Isabelinho Domingues Barbosa

Orientador: Prof. Doutor António Manuel Águas Borralho

Tese apresentada à Universidade de Évora para obtenção do Grau de  
Doutor em Ciências da Educação

Évora, 2018



INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO E FORMAÇÃO AVANÇADA



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

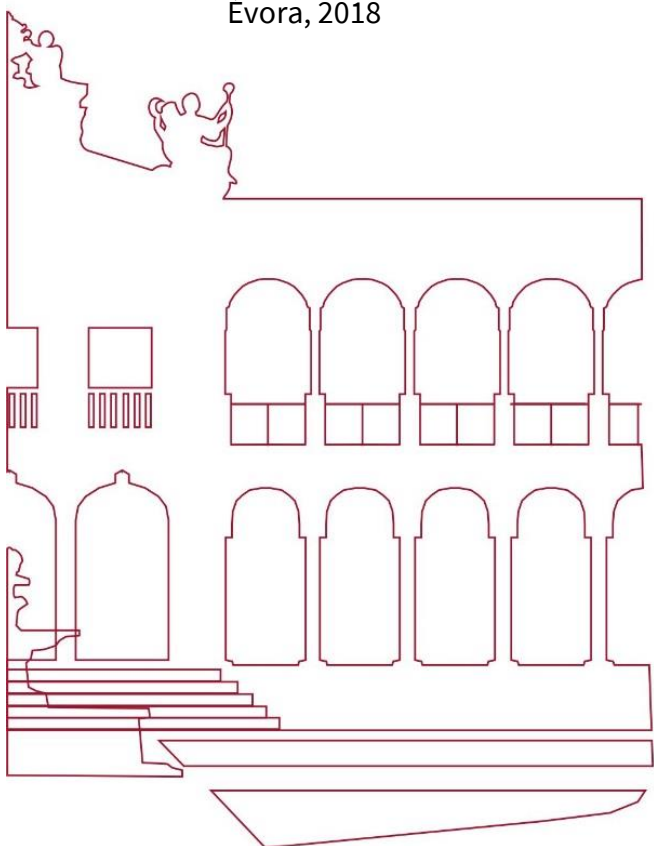
# **PRÁTICAS DE UM PROFESSOR, PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS E PENSAMENTO ALGÉBRICO NUMA TURMA DE 7.º ANO DE ESCOLARIDADE**

Elsa Maria de Figueiredo Isabelinho Domingues Barbosa

Orientador: Prof. Doutor António Manuel Águas Borralho

Tese apresentada à Universidade de Évora para obtenção do Grau de  
Doutor em Ciências da Educação

Évora, 2018



INSTITUTO DE INVESTIGAÇÃO E FORMAÇÃO AVANÇADA

# PRÁTICAS DE UM PROFESSOR, PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS E PENSAMENTO ALGÉBRICO NUMA TURMA DE 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Elsa Maria de Figueiredo Isabelinho Domingues Barbosa

## Júri

**Presidente:** Doutor **José Carlos Bravo Nico**, Professor Associado c/Agregação da Universidade de Évora, por delegação do Diretor do Instituto de Investigação e Formação Avançada.

## Vogais:

Doutor **Domingos Manuel Barros Fernandes**, Professor Catedrático, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa;

Doutor **António Manuel Águas Borralho**, Professor Auxiliar, da Universidade de Évora, orientador;

Doutora **Nélia Maria Pontes Amado**, Professora Auxiliar, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve;

Doutora **Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira**, da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto;

Doutora **Maria Isabel Piteira do Vale**, Professora Coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Évora, 2019

## **Resumo**

### **Práticas de um professor, participação dos alunos e pensamento algébrico numa turma de 7.º ano de escolaridade**

A competência algébrica é fundamental para a vida adulta dos alunos. No entanto, a transição da Aritmética para a Álgebra ainda é uma das grandes dificuldades dos estudantes. Nesta investigação, assumiu-se a sala de aula como um sistema de determinados tipos de atividades complexas e socialmente situadas, o que possibilitou estudar as suas especificidades e pluralidades, permitindo obter uma visão mais holística da mesma. Desta forma, analisaram-se, de forma articulada, as práticas do professor nos domínios do ensino, da avaliação e das aprendizagens desenvolvidas pelos seus alunos. Para tal, descreveram-se, caracterizaram-se e interpretaram-se práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos no âmbito da Álgebra em turmas de alunos de 7º ano de escolaridade do ensino básico, com o objetivo de se confrontar as referidas práticas e a participação dos alunos tendo em conta os principais propósitos das orientações curriculares para a Matemática do Ensino Básico, no domínio do pensamento algébrico. Trata-se de um estudo de natureza interpretativa, com uma abordagem qualitativa, num design de estudo de caso, tomando a sala de aula (alunos e professor) como unidade de análise. O estudo permite afirmar que o desenvolvimento do pensamento algébrico se coaduna com uma organização de aula em que os alunos e os professores assumem um papel ativo, onde é através das tarefas que se aprende, ensina e avalia, contribuindo, dessa forma, para a melhoria das aprendizagens. Esta melhoria, deve-se à mudança das práticas letivas do professor – apesar do ensino experimental não ter sido implementado na sua plenitude, o facto das tarefas terem desempenhado um papel central no desenvolvimento do currículo foi decisivo para este incremento. As aprendizagens mais notórias foram a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, funções, bem como a capacidade de generalizar e manipular símbolos.

**Palavras-chave:** Sala de aula. Práticas de Avaliação. Práticas de Ensino. Participação dos Alunos. Pensamento Algébrico.



## **Abstract**

### **Teaching practices, students' engagement and algebraic thinking in a 7<sup>th</sup> grad class-context**

This study sets out from the assumption that an effective articulation of a comprehensive set of teaching practices, assessment and students' class participation in an algebraic thinking class-context, improves students' algebraic reasoning. Therefore, there is a need to describe and understand relationships between teaching practices and knowledge domains, assessment and students' learning outcomes. In short, this study, conducted in a 7<sup>th</sup> grade class context, aims to elicit, analyze and interpret the pedagogic practices of teachers, types of assessment and student active learning evidence in algebra, namely in what concerns algebraic reasoning, in order to confront these practices with student participation. It must be stressed that the present investigation considered main orientations and goals towards algebraic thinking in the elementary mathematics curriculum. Research was carried out using an interpretative framework, involving a qualitative case study approach to its subject matter, the classroom (students and teacher). The obtained results show that the development of algebraic thinking is a process which should be in line with an active learning environment, where learning, teaching and evaluation is task based, and thus enhance student learning. Changing teaching practices yields learning improvement for students. Although experiential learning hasn't been fully implemented in schools, the fact that a task-based approach was a key component of the curriculum development proved decisive in this respect. The most notable learning experiences observed were the following: the ability to successfully approach algebraic expressions, equations and functions, and also how to generalize and manipulate symbols.

**Keywords:** classroom, assessment practices, teaching practices, effective classroom participation, algebraic thinking.



## **Agradecimentos**

Ao Professor Doutor António Borralho, meu orientador e amigo, por todos os momentos de presença, disponibilidade, cumplicidade, incentivo, opiniões críticas e construtivas, sugestões e, acima de tudo, pela total disponibilidade e abertura.

Ao professor participante neste estudo, pela sua amizade, apoio, total disponibilidade, colaboração e preciosas sugestões.

Aos alunos que participaram neste estudo, pelo empenho e disponibilidade que sempre revelaram.

À equipa do AERA pelos desafios, pela amizade, pelo encorajamento e pelo animo em alturas em que o desanimo teimava em se instalar....

À Sofia Delgadinho, pela amizade, pela inteira disponibilidade, pelo apoio, pelas sugestões e colaboração final, com quem partilhei ideias e desafios e por estar sempre presente, nos bons e nos maus momentos.

À Alda Dias, pelo seu empenho na revisão de texto, apoio e amizade.

À Susana Silvério, pela amizade, pelo seu apoio na tradução e por todas as conversas, sempre encorajadoras.

À Barbara Franco, pela sua “pequeníssima”, mas fundamental, ajuda, pelo apoio e amizade.

À Céu por este ano, sem o seu apoio diário e a força inicial tudo teria sido mais difícil.

À Joana Latas pela amizade, pela cumplicidade, pela disponibilidade, pelas muitas conversas desafiantes, mas também encorajadoras e pela opinião crítica.

Aos meus amigos, por todo o encorajamento, pela força, pelo carinho, pela paciência, mas fundamentalmente por estarem sempre, sempre comigo...

À Daniela, à Margarida, ao Diogo e à Leonor pela paciência, pelas brincadeiras, pelo saber esperar e pelos mimos que me deram ao longo destes anos.

À minha família, muito especialmente aos meus pais, sempre presentes, pela paciência e por todo o apoio e incentivo que sempre me deram, em especial durante a realização deste projeto.

## Índice

<b>Capítulo 1 - Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo e questões do estudo .....	2
1.2 Pertinência do estudo .....	4
1.3 Organização do relatório.....	6
<b>Capítulo 2 - O conhecimento profissional do professor .....</b>	<b>9</b>
2.1 O Saber do professor .....	9
2.2 Natureza do conhecimento do professor .....	12
2.3 Conteúdo e estrutura do conhecimento do professor .....	16
2.4 Conhecimento matemático e didático do professor.....	22
2.5 Conhecimento curricular .....	30
2.6 Práticas de ensino do professor .....	34
2.6.1 Conhecimento das práticas de ensino.....	34
2.6.1.1 Preparação letiva.....	37
2.6.1.2 Gestão de aula.....	40
2.7 O conhecimento e as crenças dos professores de Matemática - relação com as práticas de ensino.....	43
2.8 Síntese.....	48
<b>Capítulo 3 - Avaliação das aprendizagens em Matemática .....</b>	<b>51</b>
3.1 A avaliação .....	51
3.1.1 Avaliação como medida .....	54
3.1.2 Avaliação como descrição .....	57
3.1.3 Avaliação como juízo de valor .....	58
3.2. Avaliação formativa .....	62
3.3 A Avaliação no currículo .....	70
3.3.1 Instrumentos de avaliação .....	74
3.3.2 Feedback.....	76
3.4 Práticas de ensino e de avaliação.....	78
3.4.1 Papel do professor .....	81
3.4.2 Papel do aluno .....	83
3.5 Síntese.....	84
<b>Capítulo 4 -Álgebra e Pensamento Algébrico .....</b>	<b>86</b>
4.1 Álgebra – Diferentes perspectivas.....	86
4.2 Pensamento algébrico - Desafios para professores e alunos .....	90
4.2.1 Práticas de ensino e de avaliação.....	92
4.2.1.1 Tarefas .....	95
4.2.2 Papel do professor .....	96

4.2.3 Papel do aluno .....	99
4.3 Síntese.....	100
<b>Capítulo 5 - Proposta pedagógica .....</b>	<b>101</b>
5.1 Breve contextualização.....	101
5.2 Planificação do trabalho .....	104
5.2.1 Sequências de tarefas implementadas.....	106
5.3 A sala de aula.....	110
5.3.1 A Avaliação .....	111
<b>Capítulo 6 - Metodologia.....</b>	<b>113</b>
6.1 Opções metodológicas.....	113
6.1.1 Um estudo de natureza interpretativa .....	113
6.1.2 Emergência de uma matriz de investigação numa abordagem qualitativa..	115
6.1.3 Um estudo de caso .....	119
6.1.4 Questões de ética .....	121
6.2 Participantes e procedimentos de seleção.....	123
6.3 Recolha de dados .....	125
6.3.1 Observação de aulas .....	126
6.3.2 Entrevistas .....	129
6.3.3 Diário de Bordo .....	131
6.3.4 Análise Documental .....	131
6.4 Análise e tratamento de dados .....	132
<b>Capítulo 7 - A Sala de Aula .....</b>	<b>135</b>
7.1 Práticas de ensino .....	135
7.1.1 Planificação e Organização do Ensino .....	135
7.1.2 Recursos, Materiais e Tarefas Utilizados .....	142
7.1.3 Dinâmicas de Sala de Aula .....	144
7.1.4 Papel do Professor e dos Alunos .....	154
7.1.5 Gestão de Tempo e Estruturação da Aula .....	161
7.2 Práticas de avaliação.....	166
7.2.1 Integração/Articulação Entre os Processos de Ensino/Avaliação/Participação dos alunos .....	166
7.2.2 Tarefas de Avaliação Predominantes .....	171
7.2.3 Natureza, Frequência e Distribuição de <i>Feedback</i> .....	174
7.2.4 Dinâmicas de Avaliação .....	178
7.2.5 Papel do Professor e dos Alunos .....	179
7.3 Participação dos alunos .....	181
7.3.1 Dinâmicas, Frequência e Natureza da Participação.....	182
7.3.2 Estratégias Indutoras da Participação .....	189



7.3.3 Dinâmicas de Grupo .....	195
7.3.4 Tarefas de Álgebra.....	199
<b>Capítulo 8 - Conclusões.....</b>	<b>207</b>
8.1 Práticas de ensino e de avaliação.....	208
8.2 Participação dos alunos .....	214
8.3 Relação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos.....	218
8.4 A Tese.....	220
8.5 Recomendações .....	222
8.5.1 Implicações para a prática profissional .....	222
8.5.2 Futuras investigações.....	223
8.6 Limitações do estudo .....	224
<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>226</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>242</b>

## Índice de figuras

Figura 1. Mapa do domínio do conhecimento matemático para ensinar .....	26
Figura 2. O currículo como processo (Gimeno, 2000, referido por Pimentel, 2010).....	33
Figura 3. Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas .....	35
Figura 4. Exemplo de dimensões a considerar no estudo e na análise da mudança de práticas de ensino e de avaliação .....	74
Figura 5. Evolução desejável da construção teórica nos domínios da aprendizagem, da avaliação e do ensino .....	120
Figura 6. Esquema de triangulação de dados elaborado com base no do Projeto AERA. ....	133
Figura 7. Enunciado da questão 5 da Tarefa 12 “Várias representações” .....	138
Figura 8. Imagens exemplificativas dos recursos utilizados em sala e aula (Observação de aulas).....	143
Figura 9. Utilização de material didático em sala de aula (Observação de aulas) .....	143
Figura 10. Imagem exemplificativa do que se passava em sala de aula (Observação de aulas).....	144
Figura 11. Início de aula (Observação de aulas) .....	145
Figura 12. Alunos a trabalhar em grupo (Observação de aulas) .....	146
Figura 13. Discussão e/ou correção dos resultados (observação de aula) .....	149
Figura 14. Enunciado da Tarefa Cruzes .....	152
Figura 15. Aluna no quadro.....	153
Figura 16. Generalização.....	153
Figura 17. Professor a esclarecer uma dúvida aos alunos .....	155
Figura 18. Enunciado da tarefa.....	156
Figura 19. Alunos no quadro durante a discussão coletiva .....	159
Figura 20. Enunciado da tarefa.....	162
Figura 21. Primeira estratégia de um dos grupos .....	162
Figura 22. Enunciado da tarefa “Várias representações”, questão 2 .....	164
Figura 23. Exploração realizada pelo professor .....	164
Figura 24. Enunciado da tarefa “Ângulos e Polígonos” .....	166
Figura 25. Resolução da tarefa “Ângulos e Polígonos” .....	167
Figura 26. Enunciado da tarefa “Padrões”, questão 2 .....	178
Figura 27. Correção de uma questão da tarefa “Tarifários”, elaborada por um aluno no quadro.....	179
Figura 28. Interação do professor com os alunos e sala de aula.....	182
Figura 29. Enunciado da Tarefa “Tarifários” e Síntese final (Questões 1.1.3, 1.1.4 e 1.1.5) elaborada no quadro pelo professor .....	184

Figura 30. Enunciado da Tarefa “A Casa” e respetiva resolução.....	186
Figura 31. Enunciado da Tarefa “Cruzes” .....	187
Figura 32. Resoluções efetuadas pelos alunos da questão 10.....	188
Figura 33. Enunciado da Tarefa “Balanças” e respetiva resolução .....	191
Figura 34. Alunos a trabalhar em pequeno grupo .....	192
Figura 35. Questão da Tarefa “Perímetros” e construção de figuras auxiliares com recurso ao Geogebra .....	193
Figura 36. Questão 6 da Tarefa “Perímetros” e resoluções dos alunos .....	193
Figura 37. Questão 1, alínea b, da Tarefa “Aluguer de bicicletas” .....	198
Figura 38. Resolução efetuada por um dos grupos, da Questão 1, alínea b, da Tarefa “Aluguer de bicicletas”.....	198
Figura 39. Enunciado da tarefa “A Casa”.....	199
Figura 40. Resolução dos alunos .....	200
Figura 41. Apresentação, em acetato, dos resultados obtidos por um dos grupos .....	200
Figura 42. Resolução, no quadro, da alínea b e respetivo enunciado da tarefa “A Casa” .....	201
Figura 43. Enunciados das tarefas 13 e 14, respetivamente “Passeio a pé” e “Balanças” e respetivas resoluções dos alunos .....	203
Figura 44. Enunciado da questão 2 da Tarefa 15 “Uma outra visão de padrão” .....	205
Figura 45. Resolução da questão 2, Tarefa 15 “Uma outra visão de padrão” .....	206
Figura 46. 1. <sup>a</sup> parte da 3. <sup>a</sup> Entrevista realizada aos alunos – Resolução do grupo .....	206



## Índice de quadros


Quadro 1 – Organização das sequências de tarefas e respectivos objetivos .....	105
Quadro 2 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 1 .....	107
Quadro 3 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 2.....	108
Quadro 4 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 3.....	109
Quadro 5 – Matriz de Investigação.....	117



## Índice de Anexos

Anexo 1 – Sequências de Tarefas.....	243
Anexo 2 – Síntese por tópico.....	277
Anexo 3 – Comunicação aos Encarregados de Educação .....	278
Anexo 4 – Carta à direção da escola.....	280
Anexo 5 – Guião de observação de aulas .....	281
Anexo 6 – Questionário.....	283
Anexo 7 – Guião da primeira entrevista ao professor .....	284
Anexo 8 – Guião da segunda entrevista ao professor.....	287
Anexo 9 – Guião da primeira entrevista aos alunos .....	290
Anexo 10 – Guião da segunda entrevista aos alunos .....	292
Anexo 11 – Guião da terceira entrevista aos alunos.....	295





*Uma aula é emoção! É tanto emoção como é inteligência,  
sem emoção não há nada, não há interesse algum...*

Deleuze, filósofo francês do Século XX.

## Capítulo 1 - Introdução

O presente estudo inscreve-se no paradigma de investigação interpretativo e pretende defender a seguinte tese: A articulação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, contribui para a melhoria do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos. Ou seja, é necessário caracterizar as práticas de ensino e de avaliação que estão relacionadas com o desenvolvimento da participação dos alunos no âmbito da Álgebra. A participação dos alunos é entendida não só como o desenvolvimento da capacidade de comunicar ideias matemáticas, oralmente e por escrito, mas também como o envolvimento dos alunos no discurso da aula (Ponte & Serrazina, 2004). Dada a abrangência e a relevância da participação dos alunos no desenvolvimento nas práticas de ensino e de avaliação, este tema será abordado de forma integrada nos três capítulos da revisão de literatura. Neste contexto, o estudo tem como principal objetivo descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, tendo como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico. O relevo desta temática está associado ao facto de a transição da Aritmética para a Álgebra ainda ser uma das grandes dificuldades dos alunos. Atualmente, a aprendizagem da Álgebra está associada ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, o que exige uma nova organização da sala de aula, onde alunos e professores desempenham um papel ativo e as tarefas assumem um papel central, sendo através das mesmas que se deve aprender, ensinar, avaliar e regular a atividade a desenvolver em sala de aula.

O interesse neste tema prende-se, em primeiro lugar, com o gosto pessoal, mas também com a experiência profissional da investigadora. Desde muito cedo que esta quis ser professora, mais especificamente professora de Matemática. As reações a esta afirmação sempre causaram estranheza, situavam-se entre o desagrado e o enlevo. De facto, socialmente a tendência ainda é considerar a Matemática como uma disciplina muito difícil, acessível apenas a alguns, à qual as crianças estão desculpadas caso o seu desempenho seja menos bom, o que cria, em muitos alunos, baixas expectativas em relação à disciplina. É necessário reverter esta tendência, desenvolvendo nestes, atitudes positivas face à Matemática, com base na autoconfiança das suas capacidades e no reconhecimento da importância da mesma para o seu quotidiano pessoal e profissional. Em segundo lugar, porque as escolas e os professores têm de ser capazes de redefinir, reconstruir e reinventar as conceções e práticas que teimam em prevalecer nos sistemas educativos desde o século passado (Fernandes, 2011a). Em particular, no que diz respeito

à Matemática, sabe-se que a forma como é trabalhada em sala de aula e a perspetiva de que é possível aprendê-la com compreensão determinará a quantidade e a qualidade das aprendizagens dos alunos. Neste contexto, os professores têm um papel essencial a desempenhar.

A escolha do conteúdo matemático prende-se com o percurso pessoal e profissional da investigadora, que sempre gostou mais de Álgebra, segunda ela é uma linguagem atrativa, cujas regras lembram uma espécie de jogo, desafiante e lúdico, simultaneamente. Todavia, a realidade da maioria dos alunos não é esta. Usualmente, a Álgebra ainda é vista como um conjunto de regras sem sentido de transformação de expressões polinomiais e de resolução de equações (Barbosa, 2007).

O início do percurso enquanto investigadora deu-se aquando da realização do mestrado em *Educação da Matemática*, e já nessa altura ficou patente o gosto da mesma pela didática da Matemática, em particular pela didática da Álgebra. Posteriormente, a integração da investigadora como membro da equipa do projeto de investigação *Matemática e padrões no Ensino Básico*, cuja referência é PTDC/CED/69287/2006, permitiu-lhe continuar a trabalhar em formas de desenvolver, nos alunos, o gosto pela Álgebra, além da melhoria da sua compreensão e, consequentemente, da sua aprendizagem. Seguidamente, a colaboração em projetos de avaliação, como por exemplo, o projeto *Ensino, Avaliação e Participação dos Alunos em Contextos de Experimentação e Generalização do Novo Programa da Matemática do Ensino Básico*, reforçou o interesse e o gosto pela avaliação, assim como o entendimento da avaliação pedagógica como um processo indissociável do ensino e da aprendizagem. E é desta forma que surge o interesse e o investimento continuado na temática do presente estudo, o que teve como consequência a integração da investigadora como membro no Projeto AERA<sup>1</sup> - *Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: Relações com as Aprendizagens*, além da elaboração da presente investigação.

## 1.1 Objetivo e questões do estudo

Este estudo parte do pressuposto de que o conhecimento, as conceções e as experiências do professor estão relacionados com as formas como este organiza o ensino, a avaliação e a participação dos alunos em sala de aula. Por conseguinte, há relações que

---

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa do Programa Geral de Cooperação Internacional, entre UFPA e Universidade de Évora-Portugal, financiado pela CAPES/FCT

importa descrever e compreender nas práticas do professor, nos domínios do ensino, da avaliação e das aprendizagens desenvolvidas pelos seus alunos.

O presente estudo pretende descrever pormenorizadamente as ações e interações que consubstanciam as atividades de ensino, avaliação e a participação dos alunos, representando uma oportunidade única para a compreensão de uma variedade de relações entre as práticas de ensino, avaliação, as dinâmicas pedagógicas mais frequentes, e a participação dos alunos nos processos de aprendizagem e de avaliação, no âmbito do pensamento algébrico, tomando a sala de aula (professor e alunos), como unidade de análise, sendo este posicionamento defendido por Fernandes (2011b). Desta forma, é possível conseguir-se uma análise mais holística da sala de aula, que relacione e integre os diferentes processos que nela acontecem e ocorrem.

Não menos relevante é o problema há muito diagnosticado do ensino da álgebra que, apesar de ser um dos temas fundamentais da Matemática do ensino básico e um tema fundamental do currículo da Matemática escolar na maioria dos países, é um dos temas em que os alunos apresentam maiores dificuldades de aprendizagem (Orton & Orton, 1999). Todavia, quem não conseguir entender a sua linguagem abstrata de forma razoável e não tiver a capacidade de a usar na resolução de diferentes problemas e situações, fica fortemente limitado na sua competência matemática. Além disso, sabe-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico exige a utilização de práticas de ensino apropriadas, onde os alunos tenham a possibilidade de explicitar as suas ideias e onde possam discutir e refletir sobre as mesmas, em detrimento da aprendizagem descontextualizada de regras de manipulação simbólica (Arcavi, 2006; Barbosa & Borralho, 2009b; Nunes & Ponte, 2010). Também as práticas avaliativas, principalmente as de natureza formativa, implementadas pelos professores em contexto de sala de aula são, comprovadamente, um processo pedagógico que contribui para melhorar significativamente o modo de aprender e ensinar (Fernandes, 2008; Fernandes, 2010; Vale, Fernandes, & Borralho, 2011). No entanto, a avaliação dos percursos de aprendizagem dos alunos em sala de aula, só faz sentido quando esta estiver fortemente articulada com a aprendizagem e com o ensino, uma vez que para se fazer progressos num domínio tão vincadamente pedagógico, como é o da avaliação, é fundamental que se investigue as suas relações com a aprendizagem, com o ensino e com as dinâmicas atuais de sala de aula. Contudo, o que tem acontecido até aqui com a investigação é o estudo isolado destes três processos, o que tem dificultado a definição das suas relações,



e não permite a construção de uma visão holística, integrada e dinâmica das realidades da aprendizagem, da avaliação e de ensino (Fernandes, 2011b).

Assim, o objetivo do estudo, como já foi referido, é descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, tendo como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para o concretizar, considero a sala de aula de matemática, professor e alunos, do 7.º ano de escolaridade do ensino básico de um agrupamento de escolas. Neste contexto, o estudo será orientado pelas questões seguintes: (a) como é que se poderão caracterizar as práticas de ensino e de avaliação, no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)? (b) como é que se poderá caracterizar a participação dos alunos, nos processos pedagógicos e didáticos e nas atividades das aulas no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)? (c) qual a relação entre as práticas de ensino e de avaliação do professor e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)?

## 1.2 Pertinência do estudo

O estudo realizado por Black e William (1998a) evidenciou três resultados que são de referência incontornável: a) as práticas sistemáticas de avaliação formativa melhoram significativamente as aprendizagens de todos os alunos; b) os alunos que mais beneficiam de tais práticas são os que revelam mais dificuldades; e c) os alunos que frequentam aulas em que a avaliação predominante é de natureza formativa obtêm melhores resultados em exames e provas de avaliação externa do que os alunos que frequentam aulas em que a avaliação é essencialmente sumativa. Resultados particularmente relevantes quando analisamos os níveis de desempenho dos alunos portugueses, em particular no que diz respeito às questões que envolvem o domínio da álgebra, como se pode verificar no último relatório do IAVE (2015), onde continua a ser referido que os itens em que os alunos mostram maiores dificuldades são os de álgebra, principalmente quando apresentam um nível de abstração mais elevado. Atualmente, é aceite pela comunidade científica, que uma das grandes dificuldades dos alunos é a transição da Aritmética para a Álgebra. (Barbosa, 2007; Barbosa & Borralho, 2009a; Sinistsky, Ilany & Guberman, 2009). Na realidade, não é possível minimizar a importância dos símbolos, sem eles a Matemática não existe (Devlin, 2002; Ponte, Branco & Matos, 2009). A simbologia algébrica e a sua respetiva sintaxe sobrevivem isoladamente, e são poderosas ferramentas para a resolução



de problemas. Não obstante esta grande potencialidade do simbolismo, é simultaneamente a sua grande fraqueza, uma vez que esta autonomia leva a que os símbolos se desliguem dos seus referentes concretos, tornando desta forma a Álgebra incompreensível para os alunos. É o que acontece quando se utiliza simbologia de modo abstrato, sem referentes significativos, convertendo a Matemática num jogo de manipulação, regido pela prática consecutiva de exercícios envolvendo expressões algébricas (Ponte, Branco & Matos, 2009). Por forma a contrariar esta realidade, é atualmente aceite que o desenvolvimento do pensamento algébrico exige a utilização de práticas de ensino apropriadas, onde os alunos tenham uma participação ativa (Arcavi, 2006; Barbosa & Borralho, 2011; Nunes & Ponte, 2010). Além disso, começa a haver evidência que as práticas avaliativas devem contar com a participação ativa de todos os alunos e contribuir inequivocamente para a melhoria das suas aprendizagens (Fernandes, 2008; Vale, Fernandes & Borralho, 2011). Contudo, para que tal seja possível, é fundamental que a avaliação seja predominantemente de natureza formativa e que esteja verdadeiramente integrada nos processos de ensino e aprendizagem. Neste contexto, parece que a organização do ensino tem um papel fundamental na mobilização da participação dos alunos assim como na escolha da natureza e modalidades da avaliação capazes de favorecer o *feedback* qualitativo para todos os envolvidos no processo (Lucena, Dias & Borralho, 2018). No entanto, apesar do que foi anteriormente referido na maioria dos sistemas educativos, ainda há dificuldade em implementar uma avaliação efetivamente formativa, que desenvolva as aprendizagens e, consequentemente, ajude os alunos a aprender (Stiggins, 2004; Fernandes, 2011). Este investimento envolve a renovação das práticas pedagógicas onde os processos de investigação têm tido um papel relevante (Fernandes, 2008, 2009). Na atualidade, não faz qualquer sentido considerar os processos de ensino, avaliação e aprendizagem como entidades de mundos distintos. Desta forma, é fundamental haver um forte e estreito relacionamento entre a avaliação, o currículo, as estratégias a desenvolver em sala de aula e as metodologias, o que obriga, sempre que possível, que as tarefas de aprendizagem sejam simultaneamente de ensino e de avaliação (Barbosa, Borralho & Lucena, 2017). Assim, é indispensável reforçar a investigação empírica nas escolas e nas salas de aula (Black & William, 2006). A ideia principal desta investigação é compreender as relações entre as práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, no âmbito do pensamento algébrico. A importância e a natureza inovadora deste estudo decorrem da pouca investigação que existe sobre este tema em Portugal. Os resultados esperados poderão ajudar a compreender o papel que a

avaliação das aprendizagens pode ter no terceiro ciclo do ensino básico e, nesse sentido, contribuirão para a produção de conhecimento e para a reflexão teórica numa área que tem sido fortemente negligenciada pela investigação, o que pode vir a ser um contributo relevante para a melhoria das práticas pedagógicas, no âmbito da Álgebra.

Os objetivos centrais deste estudo derivam da necessidade de se compreender as relações entre uma variedade de elementos que afetam a participação dos alunos, no âmbito do pensamento algébrico. Assim, torna-se relevante que uma parte significativa dos dados da investigação seja obtida no contexto real da sala de aula e através da interação e da proximidade com os alunos e o professor. Nestas condições, os dados obtidos, de natureza qualitativa, permitirão descrever, analisar e interpretar os fenómenos de interesse que estão associados aos objetivos e às questões orientadoras da investigação.

### 1.3 Organização do relatório

Este relatório encontra-se estruturado em oito capítulos, destacando-se duas partes fundamentais, a fundamentação teórica e o trabalho empírico. O Capítulo 1, do qual faz parte a presente *Introdução*, é seguido da revisão de literatura sobre as temáticas associadas ao objetivo do estudo, na qual são apresentadas e discutidas as principais referências teóricas. A revisão de literatura é constituída por três capítulos, referentes às áreas de investigação que enquadram este estudo. O Capítulo 2, *O conhecimento profissional do professor*, aborda aspetos gerais do conhecimento profissional do professor e baseia-se em estudos documentais e empíricos no âmbito da educação. O capítulo inicia com uma análise sobre o tipo de conhecimento que um professor deve possuir para poder exercer a sua profissão adequadamente. Seguidamente, discute-se a natureza do conhecimento do professor, dividida em duas tendências interpretativas predominantes, onde é discutida a influência da teoria e da prática na função de ensinar. De seguida, aborda-se o conteúdo e a estrutura do conhecimento do professor, onde se analisa a influência dos diferentes tipos de conhecimento matemático científico e académico e o conhecimento de ordem educacional na atividade do professor. Dentro deste ponto, analisa-se ainda o conhecimento didático e curricular, ambos indispensáveis à prática de ensinar. Posteriormente, discutem-se possíveis práticas de ensino do professor, analisando em particular o conhecimento do professor dessas mesmas práticas, a preparação letiva e a gestão de aula. Por fim, referem-se as possíveis relações entre as práticas de ensino dos professores, o seu conhecimento e as suas crenças. O Capítulo 3,

*Avaliação das aprendizagens em Matemática*, baseia-se em estudos documentais e empíricos da avaliação, além de documentos curriculares, e aborda aspectos gerais da avaliação das aprendizagens. O capítulo começa com uma análise da evolução do conceito de avaliação, dos primórdios até à atualidade, dando-se maior ênfase à avaliação formativa. Além disso, trata-se também do papel da avaliação no currículo, destacando-se neste ponto a relevância das tarefas, que devem assumir, simultaneamente, o papel de ensinar, avaliar, além de contribuírem para o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos. Ainda no presente capítulo, faz-se uma breve abordagem aos instrumentos de avaliação, com destaque para o *feedback*. Por último, analisam-se as práticas de ensino e de avaliação, com especial ênfase no papel do professor e do aluno. O Capítulo 4, *Álgebra e Pensamento Algébrico*, inicia-se com a apresentação das perspetivas de alguns autores acerca do conceito de Álgebra. Ademais, aborda-se também a definição de pensamento algébrico, além dos desafios que o conceito traz a professores e alunos. Posteriormente, analisam-se as práticas de ensino e de avaliação mais adequadas à aprendizagem da Álgebra, ou seja, faz-se uma análise mais aprofundada das práticas facilitadoras do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, refletindo-se em particular na relação do tipo de tarefas, e no papel do professor e dos alunos, com este mesmo desenvolvimento.

A componente empírica deste trabalho subdivide-se em quatro capítulos. O Capítulo 5, *Proposta pedagógica*, inicia com uma breve contextualização dos referentes que nos levaram a criar a referida proposta. A proposta engloba três temas, que são: *Sequências e regularidades*; *Funções*; e *Equações*. Cada tema é composto por uma sequência de tarefas. O primeiro tema, *Sequências e regularidades*, é constituído por uma sequência de cinco tarefas, o segundo, *Funções*, por uma sequência de oito tarefas e o terceiro e último, *Equações*, por uma sequência de três tarefas. A proposta pedagógica apresentada tem como principal objetivo promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, através da realização de um conjunto de tarefas que funcionem simultaneamente como tarefas de ensino, aprendizagem e avaliação, e que sejam capazes de proporcionar aos alunos experiências com diferentes aspectos da Álgebra. Neste capítulo, faz-se ainda uma breve descrição da sala de aula no seu todo, e do modo como se planeou a implementação das tarefas em aula, de forma a garantir uma verdadeira integração entre o ensino, a aprendizagem e a avaliação, devendo estas transmitir informações claras e precisas ao aluno sobre o seu conhecimento.



O Capítulo 6, *Metodologia*, é onde são apresentadas e fundamentadas as opções metodológicas adotadas neste estudo. Além disso, justifica-se a escolha dos instrumentos utilizados na recolha de dados, bem como o modo de realização da análise em si, que tem por base a matriz de investigação, também aqui apresentada e justificada. No Capítulo 7, *A Sala de Aula*, elaborou-se, com base na matriz de investigação, a síntese conclusiva dos dados recolhidos, que resulta da análise cruzada do conjunto de sínteses horizontais e verticais previamente elaboradas. O Capítulo 8, *Conclusões*, é onde se realiza a síntese dos principais resultados obtidos, incidindo nas conclusões resultantes da análise do conjunto de dados recolhidos. Neste capítulo, apresentam-se ainda algumas recomendações decorrentes desta investigação e reflexão acerca das limitações do estudo. Por último, apresenta-se a lista de referências consultadas ao longo do estudo, assim como os anexos.

## Capítulo 2 - O conhecimento profissional do professor

### 2.1 O Saber do professor

Estudos sociológicos têm mostrado uma evolução no trabalho desenvolvido pelos profissionais das ciências humanas, nomeadamente pelos professores, deixando estes de ser meros executantes para passarem a usufruir do estatuto de profissionais (Perrenoud, Paquy, Altet & Charlier, 2001). Uma profissão que usufrua deste estatuto é uma profissão que possui saber próprio, distinto e exclusivo do grupo que a integra, saber esse que lhe legitima o exercício da função (Roldão, 2007). Na realidade, o “saber do professor” é um tema sobre o qual se escrevem investigações, artigos e teses a um ritmo alucinante, fazendo submergir diferentes recomendações, com tipologias e categorias muito distintas (Tardif & Gauthier, 2001; Nóvoa, 2009; Woods & Çakir, 2011).

Segundo Perrenoud, Paquy, Altet e Charlier (2001), idealmente, um professor como profissional terá de conseguir:

Analisar situações complexas, tomando como referência diversas formas de leitura; optar de maneira rápida e refletida por estratégias adaptadas aos objetivos e às exigências éticas; escolher, entre uma ampla gama de conhecimentos, técnicas e instrumentos, os meios mais adequados, estruturando-os na forma de um dispositivo; adaptar rapidamente seus projetos em função da experiência; analisar de maneira crítica suas ações e seus resultados; enfim aprender, por meio dessa avaliação contínua, ao longo de toda a sua carreira (p. 12).

No entanto, os autores acima referidos afirmam que, apesar de estarmos perante um modelo racionalista bastante completo, este não traduz verdadeiramente o que se passa em sala de aula, uma vez que não integra a interação entre professores e alunos. De facto, o conhecimento profissional docente é uma construção histórica e social, que está em permanente evolução (Canário, 2011; Nóvoa, 1999; Roldão, 2007).

O caso do conhecimento profissional dos professores é claramente influenciado por duas tendências: uma que adota um discurso mais difuso, de origem humanista, bastante abrangente, que impossibilita aprofundar o que há de específico no saber do professor; outra, claramente oposta, que considera o ensino um conjunto de ações práticas que valem per si, transformando o professor num técnico que apenas aplica algumas normas, onde o



saber é minorizado e a reflexão é dispensável. Duas tendências redutoras que levam ao descrédito e à falta de reconhecimento da profissão, impedindo que esta assuma um efetivo estatuto de profissionalidade (Roldão, 2007; Roldão, Figueiredo, Campos & Luís, 2009). Segundo Ball (1991), ensinar é hoje uma atividade que envolve a reflexão e a ação.

Tardif e Gauthier (2001) colocam em questão a própria noção de “saber”, assumindo-lhes parecer que as investigações sobre “o saber do ensino, a profissão e formação de professores são caracterizadas e prejudicadas por dois excessos: (a) “o professor é um erudito” e (b) “tudo é saber” (p. 190). No primeiro modelo, o professor é dotado de uma racionalidade alicerçada essencialmente em aspetos cognitivos, conduzindo a uma visão científica e tecnológica do ensino. Na verdade, este modelo ao assumir o pensamento e o fazer dos professores regidos pelo saber, em função de uma prática instrumentalizada, tecnicista e estratégica não define o professor. A segunda concepção caracteriza as abordagens etnográficas quando levadas ao limite, onde tudo se torna saber, desde os hábitos, às emoções, à intuição, às opiniões, à personalidade das pessoas, ao saber fazer, ao senso comum, ou seja, qualquer representação do quotidiano. Neste contexto, e dado que tudo é saber, o saber perde todo seu valor.

Ao longo da História da Filosofia, a concepção de “saber” foi evoluindo, no entanto, os autores conseguiram identificar a exigência de racionalidade como uma característica comum a todas as concepções, passando o “saber” a assumir unicamente os pensamentos, as ideias, os julgamentos, os discursos, os argumentos que obedecem a algumas exigências de racionalidade, em suma, aqueles que podem ser efetivamente justificados por quem os afirma. Neste contexto, os autores defendem que, em vez de se tentar estabelecer uma ciência do ensino, centrada na exigência de racionalidade, se deve instituir o que estes designam por “jurisprudência da pedagogia”, dado que na sua perspetiva o julgamento do professor se aproxima do jurídico, uma vez que não tem a pretensão do rigor e da universalidade do julgamento científico, mas também não se limita ao particular, estabelecendo por um lado normas e regras que lhe permite administrar casos particulares, não sendo somente normativo e prescritivo, mas também pragmático e criativo. Em suma, as “competências” do professor relacionam-se diretamente com a sua capacidade de racionalizar a sua prática, isto é, com a capacidade de criticá-la, objetivá-la e fundamentá-la. Neste sentido, a racionalidade defendida é concreta, enraizada nas práticas quotidianas, contingente, mutável, baseada na experiência e na vida.

De acordo com o referido anteriormente, Goodson (2008) afirma que o conhecimento do professor está intrinsecamente ligado ao tipo de pessoa que este acredita ser. Também nesta linha de ideias, António Nóvoa (2009) afirma que a “profissionalidade docente” deve ser construída no interior da “pessoalidade do professor”. O que leva o autor a referir cinco disposições fundamentais na definição de professor dos dias de hoje: este tem de possuir conhecimento, cultura profissional, tato pedagógico, compromisso social e capacidade de trabalhar em equipa. Conhecimento, porque o professor tem de conhecer de forma profunda o que ensina, dado que o seu trabalho consiste essencialmente em estruturar práticas docentes capazes de conduzir os alunos à aprendizagem. O segundo ponto, cultura profissional, surge ao assumir-se que o ser professor obriga a compreender a instituição escolar, a integrar-se numa profissão, a aprender com colegas mais experientes. A profissão docente aprende-se na escola e no diálogo com outros professores. O avançar da profissão depende da capacidade de se refletir sobre a prática. O tato pedagógico, apesar de difícil definição, contém a capacidade de relação e de comunicação, sem a qual não se cumpre o ato de educar e também a serenidade de quem consegue dar-se ao respeito, conquistando os alunos para o trabalho escolar. É ainda fundamental que o professor seja capaz de assumir um compromisso social. Educar é possibilitar às crianças ultrapassar as fronteiras que o destino lhe traçou ao nascer em circunstâncias menos favoráveis. A realidade da escola atual obriga-nos a ir para além da escola, o professor tem o dever de comunicar com o público, de intervir no espaço público da educação. Os novos modos da profissionalidade docente obrigam também a um reforço das dimensões coletivas e colaborativas, ou seja, do trabalho em equipa. Atualmente, o exercício da profissão docente organiza-se, cada vez mais, em torno de «comunidades de prática», quer no interior de cada escola, quer noutras dinâmicas além das fronteiras organizacionais da escola.

Em suma, neste trabalho assume-se que o professor tem de ser um profundo conhecedor dos conteúdos que ensina, capaz de organizar situações de aprendizagem, de fundamentar as suas ideias, de ser objetivo, reflexivo e crítico, de trabalhar colaborativamente. É, ainda, fundamental que consiga assumir compromissos sociais. Tal como refere Pacheco (2007):

A emancipação profissional, só possível pelo professor através de uma atitude auto-reflexiva, pertencente a uma comunidade crítica e não agindo isoladamente, consagra a sua autonomia curricular perante a liberdade de elaborar os programas e materiais e de propor as actividades e metodologia didáctica (p. 142).

## 2.2 Natureza do conhecimento do professor

Assumir a profissionalidade do professor implica caracterizar o seu conhecimento profissional. Segundo Goded (1999), o conhecimento do professor é complexo e vai muito para além do domínio de conteúdos específicos. O desenvolvimento do processo *ensino-aprendizagem* é de tal forma complexo que o conhecimento profissional pode considerar-se multiconceptual, multiprocedimental e transdisciplinar. Estamos perante um conjunto único de conhecimentos, estruturados de forma complexa. Esta complexidade dificulta a clarificação da especificidade do conhecimento profissional, nomeadamente quando se pretende definir a natureza do saber profissional do professor. A teorização produzida sobre este tema é abundante e daí advém duas linhas dicotómicas, divididas entre a teoria e a prática (Eraut, 1994; Roldão, 2007). No entanto, o fundamental é perceber que para se formalizar o conhecimento profissional são necessários contributos de saberes teóricos variados e o saber-fazer em situação, ou seja, o importante é conseguir-se caracterizar a natureza de um conhecimento que se sabe não ser teórico na essência, sem o restringir a um saber-fazer de origem artesanal, do tipo de quem aprende por observação e imitação do mestre (Canavarro, 2003).

O filósofo Fenstermacher (1994) distingue dois tipos de conhecimento profissional, o formal e o prático. O autor define conhecimento formal como conhecimento científico, obtido através do tradicional método científico, passível de ser generalizado, o que o torna independente do contexto e da situação em que é produzido, alcançando desta forma uma maior validade. É um conhecimento estreitamente interligado com a teoria, um conhecimento proposicional. O conhecimento prático está associado a situações práticas, às experiências vividas e à reflexão que se faz delas. Baseado em autores tão distintos como Schön (1983), Connelly e Clandinin (1985; 1988; 1990), Cochran-Smith e Lytle (1990; 1993), Shulman (1986) e Fenstermacher (1994) refere que o conhecimento prático é capaz de produzir mudança e desenvolvimento nas práticas de ensino. É um conhecimento impregnado no discurso da prática, associado a um tempo e um contexto específico, um conhecimento situado. Contudo, não se resigna ao conhecimento de desempenho. Para ser aceite como conhecimento, exige que haja compreensão sobre o que foi realizado, ou seja, não basta *saber fazer*, tem que se compreender o que foi feito, saber como se fez e porque se fez. Em suma, através do conhecimento prático também se constrói o conhecimento proposicional e vice-versa. Perante o referido, pode-se afirmar que o conhecimento dos professores é de natureza simultaneamente teórica e prática, assente fortemente nas experiências vividas, que emerge da ação e da reflexão sobre a



mesma (Canavarro, 2003). Indo ao encontro desta linha de ideias, Woods e Çakir (2001) referem que os professores ao refletirem sobre a prática, articulando a prática com a teoria, estão a teorizar e, consequentemente, a acrescentar o seu conhecimento teórico. Neste contexto, o grande desafio que se coloca aos investigadores que se debruçam sobre esta temática é outro, é simplesmente conseguirem “mostrar-nos que os professores pensam, acreditam ou têm opiniões, mas que eles sabem. E, ainda mais importante, que eles sabem que sabem” (Fenstermacher, 1994, p.53).

Roldão (2007) na vasta produção teórica sobre o conhecimento do professor, identifica também duas linhas dominantes: uma preconizada por Shulman (1986, 1987) e Shulman e Shulman (2007) que atua fundamentalmente na análise dos componentes envolvidos na globalidade do conhecimento docente, onde predomina uma vertente analítico-concetual e uma outra baseada essencialmente na linha de investigação da Elbaz (1983) e de Connelly e Clandinin (1984), muito influenciada por Schön (1983, 1987), para quem o conhecimento profissional está ancorado na reflexão a partir da prática do professor em ação, onde é valorizada uma vertente holística e contextual.

Como já foi referido anteriormente, Shulman (1987) preconiza uma das linhas dominantes da investigação sobre o conhecimento profissional do professor. Para este autor, o conteúdo disciplinar só é ensinável quando o professor reflete criticamente e interpreta o conteúdo, encontrando formas diversificadas de representar a informação, e quando adequa os materiais às capacidades dos alunos, tendo em atenção os seus conhecimentos e conceções. O modelo de Shulman valoriza simultaneamente a teoria e a experiência na produção do conhecimento, no entanto, tem sido criticado pelo facto da sua abordagem enfatizar aspetos proposicionais do saber (Borralho, 2002).

Preconizador da outra linha de investigação dominante, Schön (1983) defende a prática reflexiva, o que não legitima uma prática qualquer, o fundamental é a reflexão analítica, reflexão-na-ação, que permite ao professor adquirir conhecimento a partir da análise e da interpretação da sua própria atividade. Para este autor, a profissão de professor é um saber-fazer, simultaneamente teórico e prático, criativo e inteligente, que permite ao professor atuar em contextos complexos, inesperados e instáveis. Por exemplo, quando o professor tem a capacidade de ouvir o aluno e de analisar a sua resposta com o objetivo de compreender os processos envolvidos no seu raciocínio, ou seja, quando o professor tenta perceber o que levou o aluno àquele entendimento, indiferentemente de este estar certo ou errado. Desta forma, o professor poderá ajudar o aluno a desenvolver o seu conhecimento-na-ação, compreendendo os seus erros de entendimento sobre o saber

escolar formalizado. Além disso, pode ainda fazer uma retrospeção sobre todo o processo de reflexão-na-ação (Pimentel, 2010).

A propósito desta nova epistemologia da prática, Goded (1999) afirma que o conhecimento profissional é um conhecimento prático que deve permitir abordar os problemas que surgem no ensino, no entanto, não é exclusivo de nenhuma disciplina, nem é produto do conhecimento experiencial ou quotidiano, nem reflete nenhuma ideologia em particular, é antes o conjunto particular de todas estas características.

Elbaz (1983) também partilha desta perspetiva no estudo que efetuou sobre a Sara, uma professora de Inglês, com o propósito de atribuir ao professor um conhecimento profissional próprio, orientado para um contexto prático concreto. A autora considera que o conhecimento do professor é experiencial, ou seja, é um conhecimento que se forma a partir do conhecimento teórico da disciplina, do desenvolvimento da criança, das teorias da aprendizagem ou sociais. Elbaz (1983) divide o conhecimento prático em cinco áreas: conhecimento de si, do meio, do conteúdo, do currículo e da instrução. Além disso, com o objetivo de ajudar a esclarecer de que forma o conhecimento é adquirido e posto em ação pelos professores, a autora identifica cinco orientações onde explica que o conhecimento pode ser analisado como situado, pessoal, social, experiencial e teórico. No final do seu estudo, Elbaz (1983) concluiu que o conhecimento da Sara não é teórico, ser capaz de orientar uma aula, gerir as tarefas de sala de aula, resolver conflitos, gerir ansiedades, entre tanta outra coisa, é, certamente, “conhecimento prático”. De facto, a visão intelectual é sempre insuficiente, não é possível querermos uma ação totalmente regulada a partir do conhecimento teórico, a não ser que haja um universo fechado para o ser humano, previsto e reproduzível (Sacristán, 1999).

Na mesma linha de Schön encontra-se Ponte (1994a) ao assumir o conhecimento profissional do professor como um conhecimento profundamente ligado à ação, resultante da integração da experiência com o conhecimento teórico. De facto, pode-se considerar que a atividade do professor necessita de uma estreita ligação entre os conhecimentos científicos e académicos de base, na sua especialidade, com os conhecimentos de ordem prática (Ponte, 1999a).

Outra referência importante neste domínio são os investigadores Clandinin & Connelly (1988), muito próximos da linha de pensamento da Elbaz assumem, também, o carácter prático do conhecimento profissional do professor. Estes autores introduzem o conceito de conhecimento prático pessoal, denotando a intenção de dar mais valor ao professor, enquanto ator responsável pela construção do seu conhecimento. Os autores



definem conhecimento como o conjunto de convicções e significados conscientes ou inconscientes, que se expressam através das ações de uma pessoa.

Roldão (2007) identifica um conjunto de cinco características, no seu entender, agregadoras e que contêm aspetos distintivos do conhecimento profissional docente: (i) a sua natureza compósita; (ii) a capacidade analítica; (iii) a natureza mobilizadora e interrogativa; (iv) a meta-análise; e (v) a comunicabilidade e circulação. O primeiro aspeto alerta para o facto de o conhecimento ter de ser construído através da incorporação de várias componentes que se transformem, passando a constituir-se parte integrante uns dos outros. De acordo com o que tem vindo a ser defendido pelos *práticos reflexivos*, o segundo aspeto abrange o poder conceptualizador de uma análise sustentada em conhecimentos formalizados e experienciados, exercida sobre diferentes valências do saber técnico e criativo. O terceiro aspeto salienta a relevância do questionamento permanente, quer da ação prática, quer do conhecimento declarativo, quer da experiência anterior. De facto, numa profissão cujo conhecimento é caracterizado pela singularidade e imprevisibilidade das pessoas e das situações, a capacidade de os professores se questionarem, frequentemente, é essencial. Estreitamente relacionado com o aspeto anterior, a meta-análise requer uma postura de distanciamento e autocrítica implícita nos pressupostos de uma prática reflexiva, não podendo, no entanto, prescindir dos contributos dos diferentes tipos de conhecimento formal que constituem o saber docente. O último aspeto exige a transformação do saber tácito do docente. Uma transformação exercida através da meta-análise, que permite a desconstrução, a desocultação e a articulação necessárias à mudança do saber tácito para um saber articulado e sistemático, capaz de ser transmitido e discutido entre pares e perante os outros.

Em jeito de síntese, e de acordo com a autora acima referida, a dualidade da natureza do conhecimento, dividida em duas tendências interpretativas predominantes, não é negativa, no entanto não é uma discussão que se deva prolongar até à eternidade, o peso relativo da teoria e da prática na função de ensinar é uma discussão pouco profícua. Ambas as “tendências divergem na matriz de análise, mas convergem na interpretação da *práxis* e do conhecimento que a sustenta – ainda que uma enfatizando o conhecimento prévio necessário, a outra valorizando o conhecimento emergente da prática e da reflexão sobre ela” (p. 99). Neste contexto, e com o objetivo de ajudar a ultrapassar esta dicotomia aparente, em vez de falarmos em prática docente talvez seja mais adequado “falar em *acção* de ensinar, enquanto *acção* inteligente, fundada num domínio seguro de um saber” (p.101). Um conhecimento profissional adequado é aquele que permite ao professor

ensinar não apenas porque sabe, mas porque sabe ensinar, ou seja, porque é um especialista na capacidade de mediar e transformar os conteúdos curriculares por forma a fazer com que a “magia” da apropriação dos mesmos por parte dos alunos aconteça.

### 2.3 Conteúdo e estrutura do conhecimento do professor

O conhecimento profissional do professor é eminentemente prático, mas sempre com uma base teórica, forte e adequada. Tal como foi referido anteriormente, o professor além de dominar o *saber*, tem de dominar o *saber ensinar*. É essencial aos professores conhecerem a matéria que ensinam e as representações que a tornam compreensível aos alunos (Borrvalho, 2002). Este facto contraria a máxima de Shaw, “Quem sabe, faz; quem não sabe, ensina”, referida e rejeitada por Shulman (1986), que a considera ofensiva para os professores. Este autor considera que os professores são possuidores de um saber dificilmente entendido por outros.

Carter (1990) considera o estudo das características do conhecimento prático e não o conteúdo desse conhecimento a grande contribuição da investigação educacional, no entanto, são vários os autores que se dedicaram ao estudo do conteúdo do conhecimento, assumindo como fundamental conhecer as suas especificidades.

Segundo Elbaz (1983), apesar do conhecimento do professor estar baseado no conhecimento teórico da disciplina, este conhecimento é analisado e filtrado pelos valores e crenças pessoais dos professores, originando um conhecimento que orienta a prática, que foi designado pela autora por conhecimento prático, e sobre o qual a autora afirma que este é um conhecimento sobre alguma coisa. O conhecimento prático está organizado em cinco áreas: conhecimento de si, conhecimento do ambiente de ensino, conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo e conhecimento do processo instrucional. Segundo a autora, o conhecimento de si refere-se à forma como os valores e os propósitos pessoais do professor se relacionam com o conhecimento. É nesta área que Elbaz (1983) relaciona o conhecimento do professor com a imagem que o professor tem da sua pessoa, da sua profissão, do seu papel na sala de aula e na escola, das suas capacidades e do tipo de autoridade e responsabilidade que assume. Na sua perspetiva, estes aspetos influenciam fortemente a forma como o professor aborda o conhecimento quando está a exercer a sua atividade profissional. Na segunda área, conhecimento do ambiente de ensino, inclui o conhecimento que o professor tem do meio profissional envolvente. Nesta área, está incluída, a sua experiência social na escola, o conhecimento da escola e do contexto em que está inserida e o conhecimento dos colegas e da aula enquanto espaço e

turma. O conhecimento do conteúdo engloba as especificidades da área disciplinar que o professor ensina, nomeadamente, o conteúdo, a capacidade de ensinar e a aprendizagem por parte dos alunos. Por último, surge o conhecimento do processo instrucional, este integra o conhecimento relativo sobre o modo como se pode desenvolver a aprendizagem dos alunos, a gestão e o desenvolvimento da interação na sala de aula.

A investigadora estrutura o conhecimento prático do professor em três níveis de generalidade: o das regras de prática, o dos princípios práticos e o das imagens. O primeiro nível consiste em regras de prática, ou seja, são ações específicas que regem situações frequentes na prática do dia-a-dia como, por exemplo, a organização de materiais e a distribuição de tarefas. O princípio prático abrange ações de nível mais geral, que têm como objetivo serem aplicadas a circunstâncias específicas e utilizadas na reflexão das mesmas. O terceiro nível é o das imagens que consistem em quadros orientadores gerais. As regras e os princípios dão corpo ao conhecimento do processo de ensino, enquanto as imagens orientam as tomadas de decisão. Dos três níveis de conhecimento, as imagens são as que consistem no conhecimento menos explícito e mais inclusivo, têm um carácter específico para cada professor e juntam experiências com conhecimento teórico e cultura de escola. Cada um destes modelos de conhecimento reflete diferentes formas de mediação entre o pensamento e a ação.

É notória a grande relevância que Elbaz (1983) dá ao autoconhecimento do professor, o que não acontece com todos os investigadores, no caso de Shulman (1986) o grande destaque é dado ao conteúdo disciplinar.

Shulman (1986) considera que a investigação está a deixar de lado questões fundamentais como: o que sabem os professores sobre os conteúdos que ensinam, as perguntas que devem realizar e as explicações que devem dar aos alunos em sala de aula, para que estes se consigam apropriar dos conteúdos lecionados. Em suma, o que o autor pretende é realçar a importância do conhecimento didático de conteúdo, na análise do saber dos professores. Inclusive o autor considera que o conteúdo do conhecimento docente tem estado ausente das recentes investigações em educação, chamando-lhe por isso o “paradigma perdido”.

Shulman (1987) organiza o conhecimento do professor para ensinar em sete categorias: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral (onde estão incluídos as estratégias e os princípios de gestão e organização da sala de aula), conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos e das suas características, conhecimento dos contextos educacionais e



conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais. Das sete categorias referidas três estão diretamente ligadas com a disciplina: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do currículo e o conhecimento pedagógico do conteúdo (Shulman, 1986), ou como refere Ponte (1995) conhecimento didático<sup>2</sup>, dado que associado ao mesmo está sempre um conteúdo de ensino.

O conhecimento do conteúdo da disciplina “refere-se à quantidade e organização do conhecimento em si na mente do professor” (Shulman, 1986, p. 9). Este conhecimento implica ir mais além do conhecimento de factos ou conceitos; na realidade, implica atingir a compreensão das estruturas do conteúdo. Ao professor não basta compreender uma “coisa”, tem de compreender o porquê dessa “coisa” ser assim. É ainda fundamental que o professor consiga distinguir de entre os conteúdos disciplinares os essenciais dos acessórios, pois só assim é possível fazer uma gestão curricular adequada.

Segundo o autor, o conhecimento pedagógico do conteúdo é o conhecimento que permite ao professor transformar o conhecimento científico num conhecimento ensinável e compreendido pelos alunos. Neste contexto, Shulman (1986) afirma: “ainda falo aqui de conhecimento de conteúdo, mas de uma forma particular de conhecimento de conteúdo que inclui os aspectos do conteúdo mais relativos ao seu ensino” (p.9). Este conhecimento abrange representação de ideias, analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações, ou seja, inclui a forma de representar e formular a matéria de modo a torná-la compreensível aos outros. Além disso, inclui ainda a compreensão das conceções e dos conhecimentos que os alunos de diferentes idades manifestam na aprendizagem. Em suma, é a interligação entre o conteúdo da disciplina e a pedagogia, com o principal objetivo de promover a compreensão de como se devem organizar, representar e adaptar tópicos específicos para o ensino, respeitando os interesses e as capacidades dos alunos (Borrallho, 2002). Daí ser considerado um conhecimento fundamental para o professor, na medida em que permite antecipar os (des)entendimentos dos alunos em contextos educacionais específicos, com estratégias prontas a utilizar, como questões e/ou comentários previamente realizados, assim que os alunos demonstram estar com dificuldades em compreender alguma das matérias abordadas (Schoenfeld, 2005). Por exemplo, quando se está a lecionar, em álgebra, o caso notável:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , um professor experiente consegue prever o erro cometido pela maioria dos alunos,

---

<sup>2</sup> No presente estudo o *conhecimento didático* deve ser entendido como o conhecimento que permite ao professor transformar o conhecimento científico num conhecimento ensinável e compreendido pelos alunos (Shulman, 1986).



$(a + b)^2 = a^2 + b^2$ , podendo antecipá-lo, criando diferentes estratégias que possam levar o aluno a entender o seu próprio erro. Um caminho possível é questionar o aluno: “Por que não experimentas a tua fórmula com o  $a = 3$  e o  $b = 4$ ?”. Segundo Schoenfeld (2005), de acordo com Shulman (1986), este conhecimento ultrapassa o conhecimento pedagógico geral uma vez que está estreitamente ligado ao conteúdo disciplinar.

O conhecimento curricular envolve o conhecimento que o professor tem dos programas e de outros documentos curriculares, a sua articulação horizontal e vertical, os materiais adequados a determinados tópicos e as indicações metodológicas para a sua utilização (Shulman, 1986).

Simultaneamente às três categorias do conhecimento referidas anteriormente, Shulman (1986) estrutura o conhecimento em três formas distintas: o proposicional, o de caso e o estratégico.

O conhecimento proposicional é o mais comum e assume a forma de afirmações baseadas quer na investigação, neste caso designadas por princípios, quer na sabedoria prática, sendo designadas por máximas, quer ainda em valores éticos, onde são denominadas por normas. Um exemplo apresentado pelo autor como uma máxima assumida pelos professores é “nunca sorrias antes do Natal” (p. 11).

Seguidamente, surge o conhecimento de caso, que é um conhecimento de eventos bem documentados e descritos. “Os casos podem ser exemplos de aspectos concretos da prática – descrições detalhadas de como ocorreu um evento – completados com informação sobre o contexto, os pensamentos e os sentimentos” (Shulman, 1986, p. 11). Embora não sejam passíveis de generalização, do ponto de vista prático, podem ajudar a atuação do professor. Tal como anteriormente, também no conhecimento de caso são distinguidos, em protótipos, provenientes de princípios teóricos, em precedentes, baseados na prática e em parábolas, assentes em normas éticas. Também aqui o autor apresenta um excelente exemplo de um caso que pode ser visto simultaneamente como um precedente de gestão de aula, ou como um protótipo, cujo objetivo final é evitar reforçar positivamente comportamentos desadequados: um determinado professor, cujos alunos não traziam habitualmente lápis para a aula, obrigava os alunos em falta a trabalhar com um lápis minúsculo (trazido pelo próprio professor numa caixa própria) durante todo o dia, evitando assim emprestar-lhe um lápis normal ou permitir que estivesse a aula toda sem trabalhar. Por fim, é referido o conhecimento estratégico, que surge no confronto do professor em contradições de princípios, quando não há soluções fáceis para o problema.

Por exemplo, quando um professor deseja “ser amigo dos seus alunos” mas, simultaneamente, pretende manter a autoridade e a ordem na sala de aula.

Em suma, é imprescindível o professor conhecer bem os conteúdos que ensina, não da mesma forma que um cientista, mas sim de uma forma distinta deste, ou seja, o professor tem que dominar os conteúdos de tal forma que os consiga transformar tornando-os compreensíveis e relevantes para os alunos.

O trabalho realizado até este ponto mostrou uma ideia genérica do conteúdo do conhecimento do professor, em contrapartida a partir deste ponto o trabalho vai-se focar no conteúdo do conhecimento do professor de Matemática. De facto, parece haver um reconhecimento de que as limitações no conhecimento matemático dos professores podem interferir na sua capacidade de criar tarefas adequadas, além de poder dificultar a utilização de estratégias adequadas em sala de aula (Duarte, 2011). Professores experientes em comparação com professores com menor conhecimento matemático mostram ter maior capacidade de explicar o porquê de certos procedimentos, conseguindo mostrar de forma mais adequada aos alunos as relações entre os diferentes conceitos e a sua aplicação. Estes professores mostram também mais facilidade na envolvimento dos alunos em atividades de resolução de problemas (Brown & Borko, 1992). Estes autores consideram a teoria de Shulman, e mais especificamente o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático, indispensável para a investigação sobre aprender a ensinar. Segundo os autores, o primeiro diz respeito ao conhecimento substantivo, relativo a factos e conceitos, e ao conhecimento sintático, relativo a regras e métodos, enquanto o segundo se refere ao conhecimento do assunto para ensinar, “consistindo da compreensão sobre como representar tópicos e questões de um tema específico sob formas apropriadas às diversas capacidades e interesses dos aprendentes” (Brown & Borko, 1992, p. 212).

Ponte e Santos (1998) e Ponte (1999a) assumem que o conhecimento profissional contém uma parte essencial que intervém diretamente na prática letiva. É um conhecimento fundamentalmente orientado para a ação e que se desdobra em quatro grandes domínios: o conhecimento dos conteúdos de ensino, ou seja, a Matemática, o conhecimento do currículo, o conhecimento do aluno, e o conhecimento do processo instrucional. Este conhecimento é o cerne do conhecimento profissional do professor no que se refere à sua prática letiva e está organizado em termos das suas concepções (Ponte, 2000). O conhecimento dos conteúdos de ensino inclui a terminologia e os conceitos utilizados, as conexões internas e com outras áreas disciplinares e os seus meios de raciocínio, argumentação e validação. O conhecimento do currículo engloba as

finalidades, os objetivos e a sua articulação horizontal e vertical. Além disso, é também aqui incluída a organização e utilização de materiais. O conhecimento do aluno engloba a forma como este aprende, os fatores que interferem na aprendizagem do conhecimento do aluno, nos seus interesses, e ainda as questões culturais e sociais que interferem de uma forma ou de outra no seu desempenho escolar. Por último, o conhecimento do processo instrucional, este diz respeito à preparação, condução e avaliação da prática letiva do professor, onde se inclui a estruturação da aula, as tarefas propostas e o discurso produzido. Este conhecimento é decisivo para a prática letiva do professor e está intimamente relacionado com vários aspetos do seu conhecimento pessoal e informal, da vida no dia-a-dia, como o conhecimento do contexto, na escola, na comunidade, na sociedade e o conhecimento que ele tem de si mesmo. Na sua maioria, este conhecimento é mais implícito do que explícito, e reconstrói-se em função das experiências que o professor vai vivendo e das situações de prática que vai enfrentando (Elbaz, 1983; Ponte, 2000).

Em suma, a atividade do professor exige que haja uma simbiose entre o conhecimento matemático científico e académico e o conhecimento de ordem educacional. Exige ainda o desenvolvimento das capacidades de análise, conceção, implementação e avaliação das opções de ordem prática, realizadas diariamente pelo professor (Ponte, 1999a).

Seguidamente, far-se-á uma análise conjunta, mais aprofundada do conhecimento matemático e didático do professor de Matemática por se considerar difícil estabelecer uma separação clara dos dois tipos de conhecimento, como será justificado posteriormente, do conhecimento curricular e das práticas de ensino. Quanto ao conhecimento dos alunos, e apesar de se considerar que este faz parte do conhecimento que os professores necessitam de ter (Canavarro, 2003; Duarte, 2011), optou-se por não o analisar em separado, na medida em que se considera que este conhecimento não existe isoladamente e tem uma forte relação com os outros, em particular com o conhecimento do currículo, uma vez que este tem “vindo a evoluir, atribuindo um novo papel aos alunos na forma como entendem a construção do seu conhecimento e aos professores, nas experiências que lhes devem proporcionar para promover a sua aprendizagem” (Duarte, 2011, p. 32).



## 2.4 Conhecimento matemático e didático do professor

Sabe-se pouco sobre o conhecimento matemático que os professores necessitam para poder ensinar e sobre onde e quando é que esse conhecimento é útil. Na verdade, o conhecimento matemático necessário para ensinar está pouco estudado. Além disso, não menos importante, também pouco se conhece sobre a forma de transformar esse conhecimento em conhecimento útil para a prática (Ball, Bass, Sleep & Thames, 2005).

Vários autores consideram difícil distinguir o conhecimento didático do conhecimento do conteúdo matemático e outros considerem essa distinção desnecessária (Garcia, 1992). Segundo Ponte (1995) e Pimentel (2010), o conhecimento didático só faz sentido quando estreitamente relacionado com os tópicos matemáticos que o estruturam. Consequentemente, torna-se difícil estabelecer uma fronteira nítida entre os dois tipos de conhecimento dado que se interpenetram no ato de ensino (Pimentel, 2010). Neste contexto, optou-se por estudar conjuntamente o conhecimento matemático e didático do professor.

Sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem Matemática. Não obstante, um bom conhecimento de Matemática não chega, o professor além de saber Matemática, precisa do conhecimento didático (Ponte, 2000). O conhecimento dos professores de Matemática deverá resultar da interação entre o conhecimento da Matemática e o conhecimento didático, ou seja, o professor necessita de reunir o seu conhecimento geral de Matemática, o dos procedimentos pedagógicos, o dos alunos e aplicá-los na estruturação das atividades de sala de aula (Borralho, 2002; Ribeiro, 2009).

Na mesma perspetiva dos autores anteriores, Bolívar (2005) afirma que o conhecimento didático implica uma compreensão do significado de ensinar uma matéria específica, tal como dos princípios, formas e modos didáticos da sua representação. Na sua perspetiva o conhecimento didático constrói-se com e sobre o conhecimento do conteúdo matemático, do conhecimento pedagógico e do conhecimento dos alunos.

Segundo o NCTM (2007), um professor de Matemática só consegue ser eficiente se conseguir compreender profundamente a Matemática que ensina, por forma a ser capaz de utilizar os seus conhecimentos no decorrer das atividades didáticas, de forma adequada e flexível.

Com o objetivo de ajudar a definir o significado do conteúdo matemático e do papel que o mesmo desempenha no ensino da Matemática Ball (1991) identifica três elementos desse conhecimento: o conhecimento da Matemática, o conhecimento sobre a Matemática e a relação do professor com a Matemática. O conhecimento da Matemática envolve o



conhecimento da substância e inclui dois tipos de conhecimento, que são o proposicional e o procedimental, ou seja, inclui o conhecimento de matérias específicas (como funções, trigonometria, etc), procedimentos, algoritmos, conceitos e conexões entre as várias matérias. Este elemento é facilmente reconhecido por todos, uma vez que integra a visão mais “tradicional” do que é o conhecimento matemático. O segundo elemento designado pela autora como a “dimensão crítica” (Ball, 1991, p.6) refere-se à natureza do conhecimento matemático e à linguagem da Matemática, inclui ainda o “saber” e o “fazer” Matemática. No entanto, segundo Ball (1991) estes aspetos da Matemática são pouco trabalhados pelos alunos, uma vez que os currículos raramente integram a evolução matemática e as suas formas de pensar. Contudo, os professores, explícita ou implicitamente, transmitem a sua visão sobre a natureza da Matemática através, por exemplo, da forma como planificam as suas aulas, das tarefas que propõem aos alunos, dos conteúdos que escolhem dar maior ou menor ênfase e, não menos importante, do discurso adotado em sala de aula. A forma como o professor interage com os alunos tem fortes implicações no modo como estes veem a Matemática e no papel que assumem em relação à mesma, é muito diferente o professor limitar-se a responder “certo ou errado”, sendo a “fonte” de todas as certezas, ou, pelo contrário, optar por incutir nos alunos a capacidade de refletir e debater em torno das questões colocadas, desenvolvendo nos alunos a capacidade de argumentação matemática. Por fim, o terceiro elemento refere-se à resposta emocional do professor, à sua disposição e atitude perante a disciplina e ao modo como se relaciona com a mesma. A maneira como o professor vê a Matemática é influenciada por estes três elementos (Canavarro, 2003).

No entanto, o seu conhecimento matemático precisa de ser visto em função do propósito de ser ensinado. Por um lado, está intrinsecamente relacionado com outras componentes do conhecimento, como o conhecimento dos alunos, por exemplo; por outro lado, necessita de ser tornado explícito, tendo para isso de transcender a dimensão tácita que pode ser suficiente no caso de outros profissionais — por exemplo, no caso do matemático propriamente dito (p. 39).

Liping Ma (2009) defende que um professor para conseguir ensinar bem tem de possuir uma compreensão profunda da Matemática. O conhecimento matemático necessário para ensinar deve ser culturalmente situado e curricularmente estruturado, o que induz o professor na compreensão dos conceitos matemáticos mais relevantes de forma a conseguir representar a Matemática como um todo coerente e interligado. Esta

autora divide o conhecimento matemático do professor em quatro propriedades distintas: conectividade, perspectivas múltiplas, ideias básicas, e coerência longitudinal. A conectividade expressa a intenção de estabelecer conexões entre conceitos simples e fundamentais na Matemática e da forma como estes se relacionam, com o objetivo de obtermos um ensino unificado dos conhecimentos em detrimento de um ensino fragmentado, de tópicos isolados. Na segunda propriedade, a autora salienta a importância de se trabalhar diferentes abordagens de conceitos matemáticos ou de se apresentar múltiplas perspectivas dos mesmos, assim como as suas vantagens e desvantagens, dado que desta forma é possível obter compreensão flexível da disciplina. O conhecimento de ideias básicas, mas simultaneamente simples e poderosas, subjacentes ao currículo de Matemática, ajuda os alunos não só a resolver os problemas que lhes surjam, mas também os encoraja e orienta no sentido de assumirem uma atividade matemática efetiva. Por último, a coerência longitudinal onde é salientada a importância de um conhecimento profundo dos currículos de Matemática, o que conduz os professores numa exploração mais aprofundada dos conceitos, permitindo-lhes visitar sempre que oportuno os aspetos mais importantes das aprendizagens realizadas anteriormente pelos alunos e ainda iniciar os fundamentos das aprendizagens seguintes. Neste contexto, é importante salientar que o facto de o professor possuir conhecimento matemático é uma realidade diferente de o utilizar na sua prática de ensino (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Canavarro, 2003), ensinar Matemática envolve conseguir que outras pessoas aprendam e façam Matemática (Ball, 2009).

Segundo Ball *et al.* (2001), estudar ou definir o conhecimento matemático que os professores devem ter não é suficiente para resolver o problema da compreensão do conhecimento necessário para ensinar, fica a faltar o conhecimento matemático no contexto de ensino. Na realidade, a investigação deve focar-se nas práticas de ensino, de forma a conseguir desvendar o uso do conhecimento matemático que não é visível a outros níveis (Pimentel, 2010). Neste âmbito, Rowland (2013) e a sua equipa de investigadores codificaram um conjunto de ocorrências em sala de aula, passíveis de serem agregadas em quatro categorias distintas: i) fundamento; ii) transformação; iii) conexão; e iv) contingência. Segundo o autor, o modelo *Quarteto do Conhecimento* (Knowledge Quartet) tem como principal objetivo analisar o conhecimento matemático para ensinar, ou seja, permitir analisar e compreender o modo como o professor gere o conhecimento matemático que detém em sala de aula. A primeira categoria diz respeito ao conhecimento matemático que o professor detém *per se*, aquele que aprendeu nos

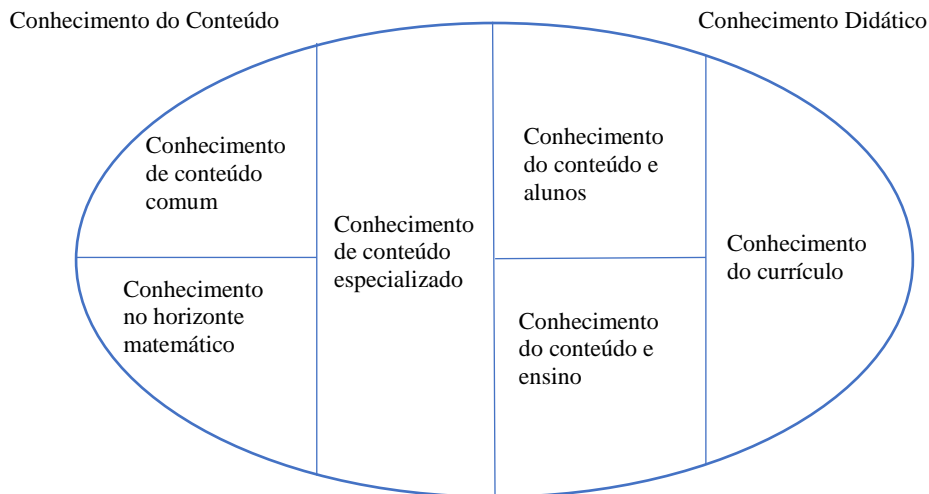
livros que leu, na escola, na universidade e às suas crenças, relacionadas com o modo de ensinar e aprender. A segunda categoria, transformação, baseia-se no conhecimento didático de conteúdo do Shulman, é a capacidade que o professor tem para transformar o conhecimento matemático que detém em conhecimento acessível aos alunos, capaz de ser verdadeiramente compreendido por estes. Nesta categoria, está incluído o conhecimento sobre a planificação da aula, a seleção de tarefas e a escolha de exemplos que ajudem os alunos a formar conceitos. A conexão, terceira categoria, está associada à coerência da planificação de um episódio, de uma lição ou de um conjunto de lições. Segundo os autores, este ponto inclui o sequenciamento dos temas de ensino em cada aula e entre aulas, incluindo a ordenação de tarefas e exercícios. Em grande medida, estas opções refletem deliberações e escolhas que implicam não só o conhecimento da estrutura da Matemática em si, mas também a consciência da relação cognitiva de diferentes temas e tarefas. A contingência, quarta e última categoria, diz respeito à forma de agir do professor perante situações não previstas em sala de aula, como por exemplo, uma resposta de um aluno não planificada.

Ball, Bass, Sleep e Thames (2005) apresentam quatro domínios distintos do conhecimento matemático para ensinar. Estes domínios inicialmente surgiram da análise conceptual do ensino em sala de aula, no entanto, foram sendo refinados em consequência do desenvolvimento e da implementação de medidas de conhecimento matemático para ensinar. Os domínios referidos são: (i) o conhecimento do conteúdo comum, este conhecimento contém o conhecimento matemático do currículo escolar. Contém, por exemplo, saber o que é um número primo, ser capaz de multiplicar frações ou saber converter frações em decimais; (ii) o conhecimento de conteúdo especializado, onde está contido o conhecimento matemático que os professores utilizam para ensinar. Este conhecimento ultrapassa o conhecimento da Matemática curricular. Contrariamente ao conhecimento didático de Shulman, anteriormente descrito, este conhecimento matemático não está situado entre o conhecimento dos alunos e o da pedagogia, é o conhecimento de Matemática necessário especificamente para a profissão de ensinar. Este conhecimento exige uma compreensão mais aprofundada dos conceitos matemáticos por forma a permitir que os professores consigam fazer uma análise dos erros dos alunos e lhes consigam explicar o significado dos conteúdos e o porquê das coisas fazerem sentido (Pimentel, 2010). Neste contexto, pode-se afirmar que este conhecimento equivale ao conhecimento matemático para ensinar da Liping Ma (2009), acima referido; (iii) o conhecimento dos alunos e do conteúdo encontra-se na intersecção entre o conhecimento



sobre os alunos e o conhecimento da Matemática. Neste domínio, está incluído o conhecimento sobre as concepções que os alunos têm e também sobre as que eles têm mais dificuldade em alcançar, sobre os tópicos de Matemática que os alunos consideram mais interessantes e desafiantes e também sobre o tipo de tarefas matemáticas que mais interessam ao aluno e que mais o possam desafiar; (iv) por fim, surge o conhecimento do ensino e do conteúdo, este último domínio situa-se na interceção do conhecimento que o professor tem sobre o ensino e do conhecimento da Matemática que possui. Neste ponto, está incluído o conhecimento sobre as sequências de ensino a utilizar, sobre exemplos úteis para ajudar o aluno a perceber determinadas questões importantes da Matemática e sobre as vantagens e desvantagens de se usar determinadas representações para ensinar um conceito específico. Estes dois últimos pontos, segundo os autores, são os que mais se aproximam do ponto de vista conceptual do conhecimento didático definido por Shulman.

Com o objetivo de definir o conhecimento matemático para ensinar, Hill, Ball e Schilling (2008) propõem um modelo (Figura 1) que, apesar de diferente do anterior, está relacionado com o mesmo. O modelo proposto pelos autores compreende o conhecimento de conteúdo e o didático, ambos na perspectiva de Shulman:



*Figura 1. Mapa do domínio do conhecimento matemático para ensinar*  
(Hill, Ball & Schilling, 2008)

A figura anterior está dividida em dois lados, o lado esquerdo diz respeito ao conhecimento do conteúdo e o direito ao conhecimento didático. O conhecimento do conteúdo contém o conhecimento de conteúdo comum, o conhecimento de conteúdo especializado e o conhecimento no horizonte matemático. O primeiro refere-se ao



conhecimento matemático, tanto usado no ensino como em outras profissões que envolvam Matemática, é o conhecimento de um adulto que domine a Matemática. O segundo, conhecimento do conteúdo especializado, é entendido como o conhecimento que o professor terá de possuir para conseguir que os alunos compreendam verdadeiramente a generalidade das matérias. É este conhecimento que permite aos professores desempenhar determinadas tarefas, como por exemplo, a representação de conceitos matemáticos, a explicação de procedimentos e regras, a resolução diferenciada de um problema, entre outros. Os autores consideram que os conhecimentos de conteúdo comum e o de conteúdo especializado não são abrangidos pelo conhecimento didático de Shulman, o conhecimento de conteúdo comum é o conhecimento matemático de Shulman, o conhecimento especializado é um conceito distinto, todavia é também considerado conhecimento matemático, ambos difíceis de concretizar na ausência do conhecimento dos alunos e do ensino. O lado direito da figura, o lado do conhecimento didático, representa os domínios do conhecimento didático de Shulman, do qual fazem parte o conhecimento do currículo, o conhecimento de conteúdo e dos alunos e o conhecimento do conteúdo e ensino. Os dois últimos domínios interligam o conhecimento de determinadas matérias com o conhecimento de como os alunos pensam as mesmas ou as aprendem, permitindo ao professor estar atento aos erros dos alunos por forma a desenvolver estratégias capazes de os levar a ultrapassá-los. Neste contexto, e de acordo com os autores, é importante salientar que o conhecimento do conteúdo e alunos é distinto do conhecimento do conteúdo referido no lado esquerdo da figura, na verdade um professor pode ser possuidor simultaneamente de um grande conhecimento do conteúdo, mas um fraco conhecimento da forma como os alunos aprendem e vice-versa o que, de acordo com o referido anteriormente, coloca em risco o processo de ensino e aprendizagem.

Schoenfeld e Kilpatrick (2008) propõem-nos uma teoria cujo principal objetivo é o desenvolvimento de um ensino proficiente da Matemática. A teoria assenta num conjunto de sete domínios que o professor deve dominar: conhecer a Matemática escolar em profundidade e amplitude; conhecer os alunos como pensadores; conhecer os alunos como aprendizes; capacidade de gerir ambientes de aprendizagem; desenvolver normas de sala de aula e apoiar a comunicação na sala de aula como parte do "ensino para a compreensão"; construir relacionamentos que suportam a aprendizagem; refletir sobre a própria prática.

Com esta teoria, os autores pretendem salientar as competências que uma pessoa precisa desenvolver para se tornar um professor proficiente. O conhecimento da Matemática escolar deve ser amplo na medida em que é necessário os professores trabalharem os conceitos de formas diversificadas, representando-os de maneiras distintas, compreendendo o cerne do tema, conseguindo perceber as possíveis conexões entre este e os outros temas do mesmo nível. É ainda fundamental que seja profundo porque é necessário que os professores dominem as orientações curriculares, conhecendo de forma aprofundada os conteúdos curriculares, por forma a conseguir encontrar estratégias adequadas para trabalhar efetivamente a Matemática com os alunos. Esse conhecimento permite aos professores priorizar e organizar os conteúdos para que os alunos compreendam os principais temas matemáticos, em vez de se perderem numa profusão de detalhes. Além disso, permite também responder com flexibilidade às questões levantadas pelos seus alunos. Este tipo de conteúdo corresponde ao "conhecimento de matemática para o ensino" da Deborah Ball e dos seus colegas Bass, Sleep e Thames (2005) já anteriormente referido. (Re)conhecer os alunos como pensadores tem como principal objetivo desenvolver nos alunos, principalmente naqueles que revelam mais dificuldades, a capacidade de ultrapassar os problemas surgidos. Conhecer os alunos como aprendizes sobrepõe-se substancialmente com a categoria anterior conhecer os alunos como pensadores, mas vai para além da mesma. Conhecer os alunos como aprendizes, significa estar ciente de uma teoria de aprendizagem e da sua influência no desenvolvimento das atividades de sala de aula e na forma como se regem as interações com cada um dos alunos. Considere-se, por exemplo, o que acontece quando um aluno se expõe em sala de aula, nomeadamente, quando vai ao quadro resolver um problema perante a turma e o professor e comete um erro. O professor, neste contexto, tem uma vasta gama de respostas possíveis para uma tal situação, variando desde pedir ao aluno para se sentar e chamando outro aluno, até usar a situação como uma oportunidade para aumentar e explorar os problemas matemáticos inerentes ao enunciado do problema e ao trabalho do aluno no mesmo. A escolha do professor depende fortemente da forma como este vê os alunos na sua função de aprendizes, o que vai ao encontro do já anteriormente referido nos modelos propostos por Ball (1991) e por Hill, Ball e Schilling (2008). A capacidade de gerir o ambiente de sala de aula é a habilidade de criar condições favoráveis para que os alunos sejam responsáveis pela resolução das tarefas propostas, esforçando-se por ultrapassar os problemas que surjam, onde haja respeito pelo ambiente vigente na sala e respeito ao professor a quem, na maior parte do

tempo, cabe a tarefa de apoiar os alunos, orientando-os no desenvolvimento da globalidade dos trabalhos da sala de aula. Esta concepção, segundo os autores, contraria o modelo dominante de quando estes eram alunos, nessa época a aula centrava-se quase exclusivamente no professor, o qual expunha as matérias e os alunos limitavam-se a registar no caderno o que o professor dizia, além disso as atividades estavam reduzidas a “pergunta-e-resposta”. Nesse contexto, o trabalho de organizar e gerir o ambiente de aprendizagem estava associado ao treino dos alunos. Uma sala de aula bem gerida era aquela em que os alunos tinham aprendido e aplicado de forma adequada todas as rotinas de sala de aula. No quinto domínio, desenvolver normas de sala de aula e apoiar a comunicação na sala de aula como parte do ensino para a compreensão, o desafio é conseguir criar um ambiente de aprendizagem que permita aproveitar a totalidade das potencialidades das tarefas escolhidas. Neste contexto, a comunicação desempenha um papel central em sala de aula. O sexto domínio, a construção de relacionamentos que suportam a aprendizagem, está relacionado com a relação professor-aluno, seguindo o modelo já vigente no primeiro ciclo onde o relacionamento entre o professor-aluno é, na sua maior parte, dedicado à criança como um todo. Neste enquadramento, os professores devem ter por objetivo ajudar os alunos a desenvolverem-se como pessoas e como alunos, levando-os a aprender a funcionar de forma produtiva como membros da comunidade de sala de aula, além das preocupações com os conteúdos. O último domínio, refletir sobre a própria prática, é a chave final para o crescimento profissional como professor. É fundamental que, no final de um dia ou de uma semana de trabalho, o professor consiga fazer um balanço sobre o trabalho realizado, compreendendo o porquê dos sucessos e/ou dos insucessos. O professor de Matemática quando confrontado com um problema de prática de ensino deve pensar reflexivamente sobre o problema para o poder resolver. Segundo os autores, quando a reflexão sobre a própria prática passar a ser um ato continuado tornar-se-á o principal mecanismo para melhorar a prática docente.

As ações do professor em sala de aula que são função do conhecimento matemático e didático, de acordo com Pimentel (2010), podem-se dividir em quatro domínios fundamentais: a contextualização e a fundamentação do tópico matemático em estudo, onde é salientada a importância de se usar contextos motivadores e uma terminologia matemática adequada; o convite à turma para se pronunciar sobre o tópico abordado, suscitando o aparecimento de conjecturas e o uso de formas de representação adequadas; a orientação das respostas dos alunos para a interpretação e compreensão de conjecturas, fomentando a comunicação; e, por fim, gerir a avaliação das afirmações dos alunos, que



se desdobra em promover a tendência para a justificação ou fazer sínteses, esclarecendo quando oportuno aspetos particulares da questão à turma.

## 2.5 Conhecimento curricular

Segundo Pacheco (2007), o currículo é um termo associado ao vocabulário educacional desde a época em que a escolarização foi transformada numa atividade organizada, com o objetivo de responder a interesses sociais, culturais, económicos e políticos. Para este autor, “o currículo engloba os parâmetros institucionais de decisão e justificação do projeto educativo” (p. 26). Atualmente, o currículo está presente de forma contínua ao longo de todo o processo ensino-aprendizagem, onde funciona como meio facilitador da associação do método ao conteúdo, por forma a promover a mudança pedagógica de conteúdos. Corroborando esta ideia, Duarte (2011) define o desenvolvimento do currículo como “um processo que permite estabelecer uma relação entre diferentes dimensões do conhecimento profissional, como o conhecimento da Matemática, o conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem e o conhecimento do processo de condução do ensino” (p. 34).

Pimentel (2010) alega que o conhecimento curricular pode ser tão simplesmente o conhecimento que o professor detém do currículo, no entanto o currículo é um conceito que suscita diversas interpretações. Assim, o currículo tanto pode significar a sequência de disciplinas de um determinado curso como tudo o que os alunos aprendem de modo formal com os professores, ou informalmente em situações diárias. Roldão (1999) também associa o currículo a um conceito com múltiplas interpretações. A autora define o currículo escolar como o “conjunto de aprendizagens que, por se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, cabe à escola garantir e organizar” (p. 23). Nesta lógica, é fácil perceber que os programas nacionais que todos conhecemos, por onde aprendemos e/ou ensinamos, enquadrados no funcionamento da escola e do nosso sistema, constituem o currículo e dão corpo a uma determinada forma de o gerir. Este currículo concebido como um conjunto de programas nacionais universais é ainda dominante no contexto do sistema português. Pacheco (2007) refere-se ao processo curricular português como um processo tecnocrático que se pode adjectivar em apenas três palavras: “centralismo, subjetividade e uniformização” (p. 247). Centralismo na medida em que são os órgãos centrais do Ministério que tomam as principais decisões sobre o currículo, transformando o professor num mero executor e os alunos em recetores passivos. O segundo aspeto, a subjetividade, refere-se à subjetividade da mudança, uma



vez que esta está dependente de um ministro, muitas vezes arrebatados por “ímpetus natos de concepção de mudança, localizados mais na interpretação de aspectos individualmente considerados do que na concepção global de uma mudança estrutural” (p. 248). Um excelente exemplo desta subjetividade é o que se passou anteriormente em Portugal, onde o anterior Ministro da Educação e Ciência, contrariando a mudança de mentalidades e de práticas que vinha já a ocorrer e que estava a dar provas de sucesso (veja-se os resultados alcançados pelos alunos portugueses no PISA (2012), no TIMSS (2011) e ainda as classificações obtidas nos exames nacionais), optou por revogar o Programa de Matemática do Ensino Básico, homologado em 2007, impondo um programa com o qual a grande maioria, professores, investigadores, educadores e matemáticos, está em desacordo. Por fim, o último aspeto, a uniformização do currículo ignora a diversidade e heterogeneidade de alunos e professores, obriga a um cumprimento indiferenciado de normas concebidas para um grupo de destinatários abstratos. O currículo tem sido um projeto elaborado de forma abstrata para alunos, professores e contextos médios, passível de uma standardização, no entanto, atualmente este processo curricular já não responde às atuais necessidades sociais. Neste contexto, segundo Canavarro (2003), é fundamental contrariar a realidade atual e passar a dar ao professor o protagonismo curricular que lhe é devido, uma vez que este está numa posição privilegiada para adaptar o currículo à realidade da escola onde leciona, mas para que tal aconteça é necessário tornar o professor cúmplice neste processo. Assim, é fundamental dar ao professor “a possibilidade real de ele exprimir as suas ideias e concepções na definição de conteúdos, na arquitectura de situações de aprendizagem e sua avaliação, na escolha dos recursos que considera adequados para os seus alunos” (p. 598).

Os modelos de desenvolvimento curricular têm variado ao longo do tempo e são classificados em modelos centrados nos objetivos, no processo e na situação, tendo em conta o papel que o professor ocupa no processo e na estrutura curricular vigente (Pacheco, 2007). O modelo centrado nos objetivos corresponde a uma perspetiva educativa baseada no paradigma behaviorista, que vigorou até meados da década de setenta. Neste modelo, o currículo é conceptualizado como uma forma de concretizar objetivos, previamente especificados e hierarquizados, em função dos resultados esperados e na perspetiva de que sejam implementados com exatidão, numa pretensão de transformação da escola numa espécie de empresa de serviços a quem se exige eficiência e rentabilidade. Neste modelo, o professor tem funções e competências limitadas, sendo visto como um mero executor, um técnico a quem cabe executar, de forma exemplar, o

projeto planejado por peritos. Como é referido por Ponte, Matos e Abrantes (1998), neste enquadramento pressupõe-se a construção de materiais “à prova de professor” (p.26) por forma a diminuir ao máximo as influências subjetivas dos professores na implementação do currículo. Além disso, tal como os professores, os alunos também assumem “um papel passivo e reprodutor, visível pela aprendizagem memorística e pelas actividades por repetição, papel esse de consumidor de um currículo planejado pela administração central” (p.139). O segundo modelo, centrado no processo, tem por base o paradigma construtivista, e tem como concepção o currículo como projeto, orientado para a resolução de questões práticas. Neste ponto, o currículo é assumido como uma construção múltipla, onde a administração central, as escolas, os professores e os encarregados de educação são alguns dos responsáveis pelas decisões tomadas, onde prevalece a perspectiva de adaptação ao contexto e, consequentemente, às necessidades dos alunos. Neste modelo, o professor assume o papel central, na medida em que é o professor que realiza o currículo, tornando-se num mediador decisivo entre o currículo estabelecido e os alunos. O professor é considerado um profissional com capacidade decisória sobre o quê, e como ensinar, e como tal é a ele que cabe elaborar e adaptar outros materiais curriculares. Desta forma, o professor passa a ser considerado um elemento chave da inovação curricular, capaz de influenciar a concepção do currículo. Os materiais construídos têm o estatuto de propostas de trabalho, ou de exemplos de tarefas a utilizar em sala de aula, deixando assim cair o estatuto de atividades fechadas, prontas a utilizar (Ponte *et al.*, 1998; Stein, Remillard e Smith, 2007). Segundo Pacheco (2007), neste modelo, os alunos também alteram o seu papel, tornando-se participantes e membros ativos da sua aprendizagem, regendo-se por princípios da aprendizagem significativa e construtivista. O modelo curricular centrado na situação, também denominado por modelo crítico do desenvolvimento curricular, tem origem na ideia de que um conjunto de pessoas, quando participantes em organizações, conseguem aprender a colaborar, modificando essas mesmas organizações. Nesta perspectiva, o currículo deixa de ser uma construção técnica para passar a ser uma construção, a nível da escola, de professores e alunos, dependente da interação no contexto de escola e sala de aula realçando-se, assim, a colaboração e a colegialidade dos professores enquanto interventores na mudança da escola.

Dos três modelos acima apresentados, o mais usual é o modelo centrado no processo (Pimentel, 2010). Neste contexto, apresenta-se um modelo de desenvolvimento curricular baseado numa concepção processual de currículo, onde são considerados diferentes currículos, cada um com origem na ação dos vários intervenientes (Gimeno, 2000,

referido por Canavarro & Ponte, 2005; Pimentel, 2010; Stein, Remillard & Smith, 2007; Pacheco, 2007). O primeiro é o currículo prescrito ou formal totalmente elaborado pelo poder político e administrativo e que tem como papel orientar o conteúdo currículo, ou seja, serve de principal referência à orientação do sistema curricular, à construção de materiais e ao controlo do sistema. O segundo, o currículo apresentado ou desenhado, é já uma interpretação do primeiro, realizada por exemplo pelos autores de materiais curriculares, como, por exemplo, os manuais escolares. Muitas vezes, este passa a ser o currículo “oficial”, na medida em que é este que é apresentado a professores e a alunos. Em terceiro lugar, o currículo organizado ou moldado que surge da interpretação dos professores, seja a partir do currículo prescrito ou dos materiais curriculares, aquando da preparação letiva. Aqui, é importante salientar o papel do professor como agente decisivo na concretização do currículo, é ele que é o “tradutor que intervém na configuração do significado das propostas curriculares, nomeadamente quando realiza o trabalho de planificação, o que tanto pode ser feito individualmente como em grupo” (Canavarro & Ponte, 2005, p. 67). O currículo em ação é o que é posto em prática na sala de aula, pelo professor. Finalmente, surge o currículo avaliado, que é o que surge através dos testes ou dos exames, ou seja, é aquele que é verdadeiramente valorizado por ser nele que incidem as avaliações. Daqui, emerge a grande influência que este currículo possui como regulador das práticas dos professores.

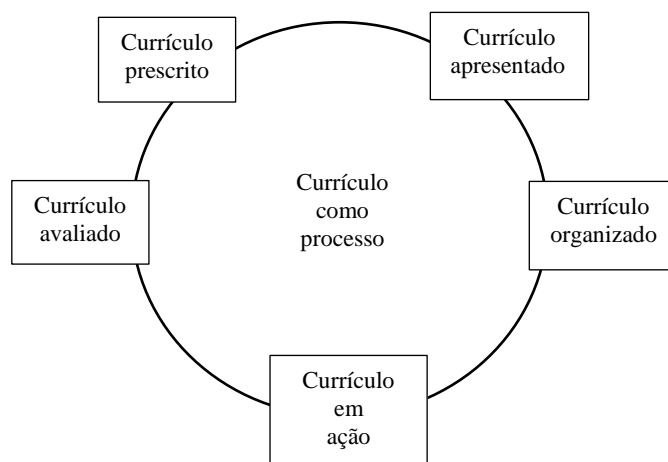


Figura 2. O currículo como processo (Gimeno, 2000, referido por Pimentel, 2010)

Stein, Remillard e Smith (2007) acrescentam ainda aos currículos acima referidos o currículo aprendido e o currículo instituído. O primeiro refere-se ao que os alunos aprendem e o segundo advém dos objetivos a atingir indicados nos documentos oficiais e nos manuais escolares.



Em suma, o professor perante o currículo prescrito e os materiais curriculares postos à sua disposição interpreta-os e coloca-os em ação, com o objetivo de desenvolver as aprendizagens dos alunos. No entanto, esta interpretação não define o grau de autonomia ou de intervenção que o professor deve ter na elaboração dos materiais curriculares, ou em experiências de inovação, este estará sempre condicionado por considerações de ordem política e ética (Pimentel, 2010).

Como já foi referido anteriormente, Shulman (1986) considera o conhecimento curricular como o conhecimento que o professor tem dos programas, a sua articulação horizontal e vertical, os materiais de ensino disponíveis e adequados a determinados tópicos e as indicações metodológicas. Estes materiais podem ser programas, textos, *software*, materiais manipuláveis, filmes, ou atividades que incentivem a pesquisa (Shulman, 1986). Todavia, por tudo o que foi acima referido, pode-se afirmar que este conhecimento não é estático, os professores interpretam e aplicam o currículo formal de formas diferentes, influenciados pelas suas próprias características como pessoas, pelo contexto em que estão inseridos, pelos alunos com que trabalham e pelo currículo em si.

## **2.6 Práticas de ensino do professor**

As práticas de ensino do professor dizem respeito ao conhecimento diretamente utilizado pelo próprio, na prática letiva, e orientam as fases da preparação letiva, da gestão de aula e da avaliação (Canavarro, 2003). O seu estudo é uma questão atual no âmbito da educação matemática (Ponte e Chapman, 2006), sendo fundamental a identificação das atividades que organizam a prática letiva dos professores de matemática, para que se perceba quais são as tarefas em que o professor deve ser competente (Llinares, 2013).

Seguidamente realizar-se-á uma análise detalhada sobre as práticas de ensino do professor onde será abordada de forma mais pormenorizada as fases da preparação letiva e a gestão de aula, sendo a avaliação abordada, no próximo capítulo. Respeitando a matriz do presente estudo, na primeira fase inclui-se a planificação e organização do ensino, os recursos, os materiais e as tarefas utilizadas. Na segunda fase, gestão de aula, engloba-se as dinâmicas de sala de aula, o papel do professor e dos alunos em sala de aula, a gestão do tempo e a estruturação da aula.

### **2.6.1 Conhecimento das práticas de ensino**

O professor é o árbitro das decisões curriculares, é ele o protagonista na tomada de decisões sobre o currículo, uma vez que é ao professor que cabe, em função dos currículos



prescrito, apresentado e planejado, organizar atividades didáticas, produzir materiais curriculares e acompanhar os resultados dos alunos. Pode-se, assim, afirmar que o professor aplica técnicas fundamentadas no seu conhecimento profissional, na investigação e na experiência educativa (Pacheco, 2007; Canavarro, 2003). Em suma, o professor é o responsável pelo modelo, de prática, implementado (Sacristán, 1999). Este modelo é muitas vezes ajustado em relação ao previsto inicialmente, fruto das reflexões sobre as aulas já realizadas (Canavarro, 2003; Pacheco, 2007).

Ponte (2005) distingue dois modelos de práticas de ensino, o ensino direto, também denominado por ensino expositivo ou ensino tradicional, e o ensino-aprendizagem exploratório, também conhecido por ensino por descoberta ou ensino ativo, como se ilustra na figura:

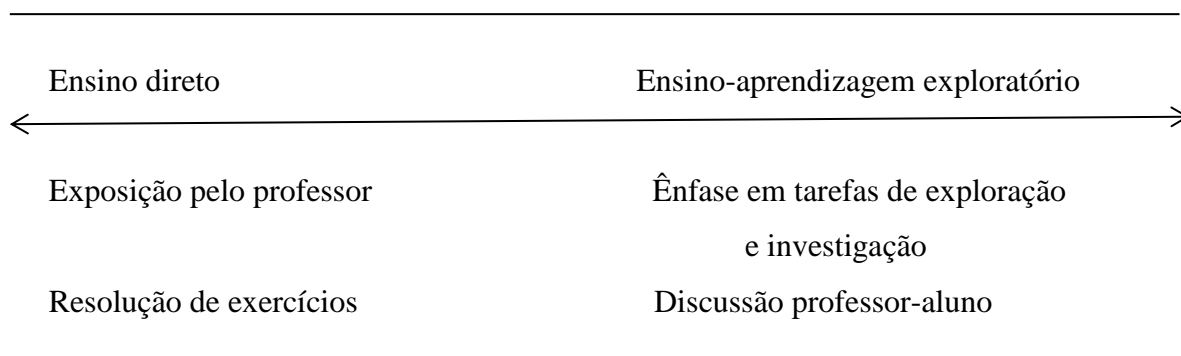


Figura 3. Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas (Ponte, 2005a p. 23)

Segundo o autor, no ensino direto, o professor assume o papel central na sala de aula, sendo ele que fornece a informação de forma clara, sistematizada e o mais atrativa possível aos alunos. Este tipo de ensino tem por base a ideia de transmissão do conhecimento, daí surge o princípio de que o aluno aprende ouvindo o que lhe é transmitido e fazendo exercícios, estes realizados com o objetivo de treinar os conceitos e as técnicas anteriormente explanados. Neste tipo de ensino, o aluno é responsável apenas por fazer exercícios, prestar atenção ao que o professor diz, e além disso, responder a algumas questões colocadas pelo professor. No ensino-aprendizagem exploratório, não cabe ao professor explicar a matéria na íntegra, ou seja, há uma parte significativa do trabalho de construção do conhecimento através da descoberta para os alunos realizarem. Aqui, a ênfase está na atividade ensino-aprendizagem e não apenas no ensino. A figura mostra-nos claramente que quer a versão de ensino direto, quer a de

ensino-aprendizagem exploratório podem ser extremadas, todavia também existem variadíssimas versões intermédias. Neste contexto, é importante salientar que não basta o professor suscitar a participação dos alunos durante a exposição da matéria, ou apresentar um número reduzido de tarefas, para deixarmos de estar perante um ensino direto, pelo contrário, também não é o facto de o professor expor a matéria em alguns momentos que deixamos de estar perante um ensino-aprendizagem exploratório. É de salientar que, segundo o autor, “ensino-aprendizagem exploratório não significa que tudo resulta da exploração dos alunos, mas sim que esta é uma forma de trabalho marcante na sala de aula” (p. 23). Neste âmbito, Goldenberg (1999) afirma não considerar possível que a aprendizagem se faça exclusivamente através de atividades de investigação, no entanto alerta para a limitação de um ensino centrado na memorização. Se os alunos “se limitarem a memorizar não aprendem a compreender as coisas” (p. 38), em particular a Matemática.

É o professor que decide sobre a estratégia de ensino que vai utilizar, podendo optar por uma estratégia essencialmente direta ou mais exploratória, ou ainda por uma estratégia mista, que combine as duas abordagens. Ponte (2005a) refere que as principais características que definem a abordagem utilizada são: a maneira como a informação é introduzida, a natureza das tarefas propostas aos alunos e a atividade daí decorrente. De facto, a forma como a informação é introduzida aos alunos é fundamental para o trabalho que se pretende desenvolver. Num ensino-aprendizagem exploratório, a teoria não surge em primeiro lugar, na realidade, numa primeira fase, parte-se de tarefas que envolvam fortemente os alunos na sua realização e, numa segunda fase, há um momento de discussão, reflexão e clarificação dos conteúdos trabalhados. Neste tipo de abordagem, a aprendizagem depende “não de [o aluno] ouvir diretamente o professor ou de fazer esta ou aquela atividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da atividade que realizou” (p. 23). Desta forma, pode-se afirmar que uma estratégia de ensino-aprendizagem essencialmente exploratória valoriza as tarefas de exploração, no entanto, também pode incluir a realização de algumas tarefas de investigação, projetos, problemas e exercícios. Esta abordagem valorizará ainda “os momentos de reflexão e discussão com toda a turma, tendo por base o trabalho prático já previamente desenvolvido, como momentos por excelência para a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas” (p. 24).

Duarte (2011) afirma que o sucesso do ensino em sala de aula provém, fundamentalmente, das tarefas que o professor realiza para promover a aprendizagem. Segundo o autor, as tarefas refletem a forma como o professor entende e traduz o currículo

para a sala de aula. O professor precisa de ter consciência das diferentes fases por que passa uma tarefa desde que surge num, por exemplo, manual escolar, à sua apresentação, à sua exploração pelos alunos com vista a promover a aprendizagem e, por fim, à sua discussão, sem e nunca, em todo este processo, perder o “fio condutor” planeado inicialmente, tentando sempre manter o nível de desafio cognitivo com que inicialmente pensou a tarefa.

Arcavi (2006) defende que o professor de Matemática tem de saber selecionar, implementar e garantir tarefas que maximizem o potencial de aprendizagem dos alunos. O problema, segundo Goldenberg (1999), é a forma como os professores entendem o “conteúdo matemático” (p. 37). Segundo o autor, a história da Matemática, além de nos fornecer um conjunto diversificado de aplicações, reuniu também uma coleção de métodos e modos de pensar muito valiosos, capazes de nos ajudar a fazer descobertas. Assim, “é tão necessário um aluno conhecer uma parte do corpo de resultados como saber como se pensa matematicamente, ou seja, (...) conhecer os hábitos matemáticos de pensamento” (p. 37). Friedlander e Arcavi (2012) defendem que as aprendizagens significativas só são alcançáveis, em particular na área da álgebra, se o professor integrar, na sua prática de ensino, procedimentos e processos que desenvolvam o pensamento dos alunos, tornando-os pessoas capazes de descobrir factos e métodos (Goldenberg, 1999).

Em suma, é necessário deixar de centrar a aula num ensino direto que promove a rotina e, consequentemente, a aprendizagem “isolada” de conteúdos, para passarmos a ter práticas de ensino que desenvolvam aprendizagens significativas por parte dos alunos (Barbosa, 2007), possibilitando-lhes atividades de exploração (Goldenberg, 1999). “Espera-se que os professores ensinem Matemática com significado para os seus alunos de modo que lhes seja possível atingir as metas de aprendizagem estabelecidas pelas orientações curriculares, no contexto de atividades autênticas” (Nunes e Ponte, 2010, p.73).

#### **2.6.1.1 Preparação letiva**

Do ponto de vista concetual, “a planificação é vista como uma actividade prática que permite organizar e contextualizar a acção didáctica que ocorre ao nível da sala de aula” (Pacheco, 2007, p. 104). No entanto, segundo o autor, além da função de prever, o professor também lhe atribui a função de alterar, ao longo do processo, o que foi planeado, ou seja, a principal função da planificação “é a de organizar e prever, de um modo flexível, a interacção professor/alunos” (Pacheco, 2007, p. 105). Neste contexto, pode-se



afirmar que quando o professor planifica a sua aula, antecipando as decisões que tem de tomar durante o decorrer da mesma, consegue mais facilmente otimizar os diferentes momentos de aula (Nunes & Ponte, 2010).

Pacheco (2007) distingue, com base em unidades temporais, cinco tipos de planificações que os professores realizam na escola durante o ano letivo: a anual, a trimestral, a de unidade, a semanal e a diária, cada uma com graus distintos de abrangência. Todavia, e tendo em consideração todo o processo e as várias etapas de planificação, o autor defende que o professor deve organizar o ensino por unidades ou sequências lógicas e ordenadas de tarefas de ensino e aprendizagem, que vão ao encontro dos interesses, motivações e capacidades dos alunos. Segundo o autor, esta organização concede uma maior unidade à aprendizagem dos alunos.

A planificação didáctica é um processo de previsão, tendo em vista a sistematização dos elementos substantivos de operacionalização do currículo, que pode servir para diferentes funções e adoptar sucessivas modalidades temporais. Este acto é idêntico em todos os tempos de planificação, divergindo apenas no grau de generalização dos conteúdos, objectivos, actividade, materiais/recursos e avaliação (Pacheco, 2007, p. 109).

Clark e Peterson (1984) referem dois aspetos distintos que justificam a necessidade do professor planificar. O primeiro está associado à atitude do professor e à necessidade que este tem de planificar para se sentir mais confortável para enfrentar os alunos em sala de aula, reduzindo, desta forma, o nível de incerteza e ansiedade (Canavarro, 2003). O segundo é referente à preparação do professor, ou seja, está associado a todas as coisas que os professores fazem quando dizem que estão a planificar as suas aulas. Neste contexto, a planificação funciona como um meio para estudar, seleccionar, rever e organizar conteúdos e materiais, e também para decidir a sequência, o tempo necessário à implementação, as condições do espaço e organizacionais do previamente estabelecido (Canavarro, 2003). Clark e Peterson (1984) identificam oito tipos diferentes de planificação realizadas pelos professores durante o ano letivo, todas com diferentes níveis de abrangência, todavia as mais importantes para os professores e consequentemente mais utilizadas são as planificações de unidade, semanais e a de aula. A maioria dos professores realiza as planificações mentalmente, sem nunca as colocar por escrito, é como uma imagem mental da aula, que serve para apoiar o professor durante o decorrer da mesma. No entanto, estes factos não impedem o professor de abandonar o previamente planeado, o plano de aula é frequentemente abandonado no decorrer da aula, aquando do



surgimento, por exemplo, de questões colocadas pelos alunos que desviam a aula do planificado (Clark & Peterson, 1984).

Os processos de planificação são variados e têm evoluído ao longo tempo. O primeiro modelo, proposto por Tyler (1950), em Clark e Peterson (1984) é um modelo linear de carácter essencialmente prescritivo, que consiste numa sequência de quatro passos: especificação de objetivos; seleção de tarefas de aprendizagem; organização das tarefas; e definição dos processos de avaliação. Estudos posteriores mostram que os processos utilizados pelos professores na elaboração das planificações não são lineares, e que os objetivos não constituem o início da sua elaboração, na realidade os professores dedicam a maioria do tempo à planificação dos conteúdos a lecionar, seguindo-se-lhes as tarefas e as estratégias de ensino e, por último, os objetivos. É ainda importante salientar que a avaliação assume pouca importância na elaboração das planificações (Clark & Peterson, 1984).

A investigação mostra que os professores especialistas têm um vasto repertório de roteiros didáticos que são atualizados e revisados ao longo de sua história pessoal de ensino (Ruthven & Goodchild, 2008). Segundo os autores, estes professores planificam de forma precisa e flexível, ou seja, eles planeiam o que precisam, mas não o que sabem e fazem automaticamente, de forma rotineira. Mostram-se eficientes quer no esquema mental que utilizam, quer no plano mais global, eles selecionam uma agenda para uma aula específica, que serve não só para definir e coordenar os segmentos de aula, mas também para expor as estratégias a utilizar na explicação do tema matemático em causa. As explicações são desenvolvidas a partir de um sistema de metas e ações que o professor tem de assegurar por forma a conseguir que os alunos compreendam o conteúdo em consideração. Na planificação que estes professores realizam, pode-se identificar um conjunto de notas que preveem as dificuldades dos alunos, os momentos importantes de decisão que ocorrem durante a aula e uma organização meticulosa das ações com vista a explicar e clarificar cada um dos temas a introduzir.

De acordo com os autores anteriores, Ponte (2005a) refere que a planificação de uma unidade é muito mais do que a seleção de um conjunto de atividades. Planificar uma unidade exige ao professor a ponderação de vários fatores, como por exemplo a escolha das tarefas, a forma de trabalhar em sala de aula e a escolha de materiais. Torna-se, assim, fundamental o professor definir objetivos e encontrar sequências de tarefas capazes de promover aprendizagens enriquecedoras que, além disso, consolidem aprendizagens anteriormente realizadas, promovendo uma compreensão mais aprofundada dos

conhecimentos. O professor tem ainda de planear as abordagens que vai utilizar, definindo os materiais, as estratégias para ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades, as conexões entre os diferentes conteúdos matemáticos e as discussões com as turmas, onde deve ter a preocupação de antecipar as respostas dos alunos, evitando imprevistos, capazes de dispor professores e alunos em situações pouco confortáveis (Nunes & Ponte, 2010).

### **2.6.1.2 Gestão de aula**

O ambiente vivido em sala de aula é de uma enorme complexidade (Clark & Peterson, 1984; Canavarro, 2003; Nunes & Ponte, 2010; Duarte, 2011). Ao professor cabe a difícil tarefa de gerir toda esta complexidade e, para tal, é necessário que este defina o papel que vai ocupar em sala de aula (Sacristán, 1999), ou seja, cabe ao professor, de acordo com o planeado, decidir o que prevê fazer e o que prevê que os alunos façam (Ponte, 2005). Todavia, essa decisão depende da maneira como o professor encara a aprendizagem (Nunes & Ponte, 2010).

Na realidade, não é fácil prever o curso de ação a seguir na sala de aula, “pois muitas das situações em que o professor se vê obrigado a decidir surgem de imprevistos, por exemplo, de dúvidas colocadas pelos alunos ou de incidentes disciplinares” (Canavarro, 2003, p. 54). As motivações que determinam o caminho a seguir pelos professores são variadas, no entanto, segundo Clark e Peterson (1984), quando estão a ensinar, a primeira preocupação dos professores é com os alunos, dando atenção aos seus interesses e atitudes e só posteriormente surge a preocupação com os procedimentos e as estratégias.

A gestão de aula está associada à forma como o professor concretiza a estratégia definida para a aula, seja esta marcadamente de ensino direto ou de natureza exploratória, à interação com os alunos e à adaptação à realidade (Ponte, 2005a). O professor é o elemento central na condução da aula, é a ele que compete decidir sobre a estrutura da aula, escolher as tarefas de aprendizagem, promover um ambiente de trabalho adequado à sua realização e desenvolver a atividade matemática dos alunos (Canavarro, 2003). De acordo com a autora, Nunes e Ponte (2010) alertam para a necessidade do professor organizar a forma como os alunos interagem em sala de aula, propondo tarefas que conduzam a uma aprendizagem significativa e que proporcionem ao aluno um papel ativo na construção do seu conhecimento, fundamentalmente nas fases de apresentação e discussão de resultados, e na de reflexão e avaliação do trabalho realizado. Novamente, se percebe o papel de relevo da tarefa, que pode ser considerada como o “elemento

estruturador da aula” (Canavarro, 2003, p. 55). Todavia, é de salientar a importância da estratégia escolhida para trabalhar as tarefas na sala de aula. Ponte (2010) afirma que ainda mais importante que a escolha das tarefas “é a maneira como elas são abordadas na sala de aula” (p. 23). Torna-se, assim, fundamental fazer um planeamento minucioso da aula. De acordo com Ponte (2005a), planificar detalhadamente uma aula exige que o professor projete diferentes momentos de trabalho e recorra a diversos tipos de tarefas. Na realidade, tendo em conta que cada tipo de tarefa desempenha um papel importante no alcance de determinados objetivos, a investigação tem vindo a alertar para a necessidade de se diversificar o tipo de tarefas e os ambientes de aprendizagem (Skovsmose, 2000; Ponte, 2005a). Segundo o autor, as tarefas podem ser analisadas tendo em conta os objetivos a que se propõem e assim podem ser consideradas de natureza mais fechada, acessível, desafiante e aberta, ou tendo em conta os contextos, a complexidade do trabalho a realizar e o grau de dificuldade, podendo ser enquadradas em contextos da realidade, contextos matemáticos ou em projetos (tarefas de longa duração). As principais preocupações dos professores são o doseamento das diferentes características nas tarefas e a procura de situações de aprendizagens de natureza exploratória que sejam bons pontos de partida para a introdução de novas matérias. Além disso, é ainda necessário que as tarefas, no seu todo, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a compreensão dos principais conceitos, dos procedimentos matemáticos e o domínio das notações e representações mais relevantes, assim como das conexões dentro e fora da Matemática (Ponte, 2005a). Neste contexto, Skovsmose (2000) considera seis ambientes de aprendizagem distintos, resultantes da combinação do paradigma do exercício e do cenário para a investigação com três tipos de referência distintos: referência à matemática, referência à semirrealidade e referência à situação de vida real. Segundo o autor, as práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação são substancialmente diferentes das baseadas em exercícios. Quer Ponte (2005a), quer Skovsmose (2000) defendem que cabe ao professor estabelecer um percurso estruturado, com tarefas adequadas aos conteúdos e aos processos previamente definidos, todavia Skovsmose (2000) refere também que é importante que os professores o façam em conjunto com os alunos. Para o autor, o percurso mais adequado não pode ser determinado de forma apressada e tem necessariamente que ser decidido pelos alunos e pelo professor. Canavarro (2003) também alerta para a dificuldade em satisfazer a diversidade e a natureza das várias tarefas, tornando cada vez mais difícil a planificação e a condução da aula. Neste contexto, a planificação, por um lado, exige mais recursos e, por outro, torna-



se menos previsível na medida em que as tarefas mais abertas são menos previstas que a realização de exercícios, mais facilmente controlável. O mesmo acontece na condução da aula em que Ponte (2005a) refere que gerir uma aula é muito mais do que aplicar e controlar o anteriormente planeado. Na realidade, “o trabalho do professor na aula é um trabalho eminentemente criativo. Cabe-lhe explorar as situações que se desenvolvem, tirar partido das intervenções dos alunos, [e] aproveitar as oportunidades que se lhe oferecem” (p. 31).

Uma aula em que os alunos trabalhem tarefas de exploração ou de investigação é vulgarmente repartida em três momentos (Ponte, 2010): introdução, desenvolvimento do trabalho e apresentação de resultados e discussão. No primeiro momento, cabe ao professor introduzir a tarefa a realizar aos alunos, explorando em conjunto com os alunos a formulação da mesma, a forma como esta deve ser interpretada e as possíveis formas de trabalho a utilizar. Seguidamente, durante o desenvolvimento do trabalho, os alunos devem trabalhar de forma autónoma, podendo o trabalho desenvolver-se individualmente, em pares ou em pequenos grupos. Não obstante, neste momento, também se pode trabalhar coletivamente, ou seja, com toda a turma, sob a direção do professor. Por fim, chegamos à última parte, o momento de apresentação e discussão dos resultados, onde a turma toda partilha os resultados obtidos nos grupos, e se alcança um novo conhecimento matemático. É ainda de referir que tanto os papéis dos alunos como o dos professores se alteram em cada um dos momentos de aula. Todavia, em todos os momentos se espera dos alunos uma participação ativa, plena de iniciativa. São os alunos que têm a responsabilidade de argumentar de forma lógica e convincente sobre as suas resoluções e a veracidade das mesmas. É aos alunos que cabe defender os seus pontos de vista, tornando-se desta forma uma autoridade intelectual (Ponte, 2010).

É também importante salientar que nem sempre os alunos reagem da melhor forma quando são confrontados com o novo papel que têm de desempenhar em sala de aula, muitas vezes há uma resistência da sua parte a atividades mais exigentes, que os obriguem a raciocínios mais elaborados e lhes exija um esforço acrescido. Neste contexto, e ao não conseguirem antecipar as respostas esperadas pelo professor, os alunos tentam que este explicita mais aprofundadamente os conteúdos presentes na tarefa, por forma a minimizarem o risco de falhar (Canavarro, 2003). A resistência demonstrada pelos alunos induz, muitas vezes, os professores a abandonar a realização deste tipo de tarefas uma vez que, de acordo com o já referido anteriormente, os professores tendencialmente optam por ir ao encontro dos interesses dos alunos, com o objetivo de minimizar os problemas



na sala de aula (Clark & Peterson, 1984; Canavarro, 2003). Skovsmose (2000) defende que qualquer cenário para a investigação traz novos desafios, no entanto a solução não está em voltar para a zona de conforto, “mas ser hábil para actuar no novo ambiente” (p. 82). Segundo o autor, “uma condição importante para os professores se sentirem capazes de trabalhar na zona de risco é o estabelecimento de novas formas de trabalho colaborativo, em particular, entre professores, mas também juntamente com alunos, pais, professores e pesquisadores” (p. 82).

Em suma, a escolha das tarefas, a forma como a aprendizagem é organizada, os papéis que o professor assume em sala de aula e os que reserva aos alunos são fatores decisivos na criação de um ambiente de trabalho estimulante, capaz de implicar os alunos nas tarefas propostas (Nunes & Ponte, 2010).

## **2.7 O conhecimento e as crenças<sup>3</sup> dos professores de Matemática - relação com as práticas de ensino**

A perspetiva com que professores e alunos encaram o ensino, a aprendizagem e a natureza da Matemática está fortemente relacionada com as suas concepções e crenças sobre os assuntos em questão (Pajares, 1992; Guimarães, 2010; Pimentel, 2010). As crenças, tal como as concepções, desempenham um papel estruturante no pensamento e na prática do professor (Oliveira & Ponte, 1996; Borralho, 2002).

As concepções e as crenças têm sido objeto de atenção por parte da investigação educativa (Pajares, 1992; Borralho, 2002). A investigação em Educação Matemática não foi exceção, neste tema, a nível internacional, o estudo realizado pela Thompson (1992) é referência (Borralho, 2002), em Portugal, segundo Ponte (1994b), também foram desenvolvidas várias pesquisas nesta área. No entanto, e apesar do vasto número de investigações realizadas, a controvérsia entre a definição de crença e concepção mantém-se (Canavarro, 1993; Borralho, 2002; Guimarães, 2010; Pimentel, 2010). Para Ponte (1999b), a forma de resolver o problema em questão é considerar crenças e concepções como elementos estruturantes do conhecimento, e como tal parte do mesmo.

As concepções constituem:

um substracto conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na acção. Este substracto é de uma natureza diferente

<sup>3</sup> No presente estudo os termos crença e concepção serão utilizados de forma indiferenciada, uma vez que na Educação Matemática os conceitos de concepção e crença surgem muitas vezes associados, chegando mesmo alguns investigadores a considerar os dois conceitos como equivalentes (Guimarães, 2010).

dos conceitos específicos – não diz respeito a objectos ou acções bem determinadas, mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar. Não se reduz aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos outros nem a nós mesmos (Ponte, 1992, p. 185).

Para o autor, as concepções são predominantemente de natureza cognitiva, funcionando como uma espécie de filtro. Na realidade, apesar de indispensáveis, dado que são geradoras de sentido, também são limitadoras da atuação e compreensão dos professores, ao atuarem como elementos bloqueadores de novas realidades e problemas. Esta comparação foi primeiramente utilizada por Thompson (1982), referenciada em Canavarro (1993) quando conferiu às concepções a característica de filtro, na medida em que a informação é interpretada e processada através das mesmas. Também de acordo com esta perspetiva, Guimarães (2010) refere que as concepções são “o instrumento de que o pensamento se socorre para interpretar o mundo e que neste processo se corrigem e aperfeiçoam” (p. 86). Com o objetivo de englobar as várias perspetivas anteriormente referidas, Canavarro (1993) define concepção do professor:

como um sistema organizativo algo difuso que opera tacita e permanentemente sobre o conjunto de componentes que constituem as referências do professor – crenças, valores, conhecimento de várias naturezas e elementos afectivos – gerando e suportando os seus modos de ver e de actuar (p. 25).

As concepções formam-se simultaneamente num processo individual e social, resultado da experiência de cada um e das relações com os outros. Em particular as concepções sobre a Matemática sofrem influências das experiências que cada um foi sofrendo ao longo do tempo e também das representações sociais dominantes (Ponte, 1992).

Nos estudos anglo-saxónicos, os conceitos de concepção e crença aparecem, em particular na educação matemática, muitas vezes associados, chegando mesmo alguns autores a considerarem os dois conceitos como equivalentes. Neste contexto, é importante realçar que o termo *beliefs*, traduzido normalmente por crença, é o que aparece mais frequentemente na referida literatura, sendo muitas vezes identificado com o termo concepções (Guimarães, 2010). Para Ponte (1992), o conhecimento científico é um “interlaçado” de vários conceitos que não pode prescindir de se apoiar em crenças, pois, segundo o autor, as crenças intervêm em todo o conhecimento. Ponte (1992) considera

que as crenças não são racionais, mas constituem uma base de apoio ao conhecimento, assumindo um carácter organizador do mesmo. Aliás, o autor considera que existe um ponto a partir do qual a racionalidade humana não consegue ir mais além. A racionalidade humana é aqui entendida como a capacidade de definir conceitos, de formular raciocínios lógicos, e de organizar os dados da experiência educativa (Borrallho, 2002). Quando se ultrapassa a racionalidade, ingressa-se no domínio das crenças, sem elas o ser humano ficaria sem capacidade de decisão, daí serem considerados indispensáveis (Ponte, 1992). Pajares (1992) refere que, apesar das muitas diligências efetuadas no sentido de clarificar o conceito de crença, este continua por esclarecer, sendo a dificuldade em distinguir crença de conhecimento um dos motivos apresentados para que tal aconteça. Na revisão bibliográfica efetuada pelo autor, na maioria dos estudos, a crença é distinguida do conhecimento de forma quase artificial, assumindo que a crença se baseia na avaliação e no juízo enquanto o conhecimento se baseia em factos objetivos. Tendo em conta que estamos num contexto de crenças educativas, o autor assume que o resultado é uma visão que se refere aos juízos de valor, como “um julgamento de verdade ou falsidade de uma proposição, que pode apenas ser inferido duma compreensão coletiva do que os seres humanos dizem, pretendem e fazem” (p. 316). O conceito de conceção para Thompson (1992), referido em Guimarães (2010), é mais abrangente que o conceito de crença. Esta autora encara as conceções dos professores como uma estrutura que engloba crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais e preferências. Como já foi referido anteriormente, Canavarro (1993) também inclui as crenças na sua definição de conceção.

Neste contexto, considera-se importante voltar a referir a relação que existe entre conceções/crenças, conhecimento e o ensino que o professor pratica (Canavarro, 1993; Ponte, 1992), o que leva a refletir sobre a natureza contextualizada do conhecimento e das conceções dos professores (Borrallho, 2002).

Guimarães (2010) afirma que o pensamento do professor influencia significativamente as opções do mesmo enquanto profissional do ensino. Segundo o autor, ensinar:

Pressupõe no professor razões e motivos, propósitos e objectivos, eventualmente nem sempre claramente definidos e explícitos, que o orientam nos juízos que faz e nas opções e decisões que toma na sua prática de ensino. Estes juízos, opções e decisões do professor decorrem das interpretações que realiza, do significado que atribui a questões, problemas e situações com que se depara, significado que, nessa medida, tem uma influência importante na sua actuação (p. 81).



Relativamente às concepções dos professores no que diz respeito à Matemática, Ponte (1992) refere que uma parte significativa dos professores ainda tem uma visão instrumental e absolutista da Matemática, considerando-a como um conjunto de factos, regras, teoremas e procedimentos. Este facto está muitas vezes associado a uma fraca cultura Matemática dos professores, sendo frequente apresentarem um baixo domínio sobre a História e a Filosofia desta ciência, e também das suas áreas de aplicação (Ponte, 1992; Canavarro, 1993). Guimarães (1988) também refere que os professores associam a aprendizagem da Matemática à compreensão e à mecanização, estando o uso da Matemática aparentemente desassociado do saber matemático. Todavia, há professores que apresentam uma concepção dinâmica da Matemática, encarando-a como um domínio em evolução (Ponte, 1992).

Ainda hoje, os professores mantêm concepções sobre a natureza, o significado e os objetivos de ensino e aprendizagem da Matemática fortemente enraizados “na nossa tradição de ensino” (Ponte, Matos, & Abrantes, 1998, p. 326), o que se traduz em práticas pouco compatíveis com os atuais currículos, como por exemplo aulas teóricas de exposição de matéria, aulas práticas de resolução de exercícios, o manual como guia principal do trabalho do professor, a dificuldade em planear e conduzir tarefas de aprendizagem desafiantes e estimulantes e a fraca argumentação da interação verbal na sala de aula (Ponte *et al*, 1998). Na realidade, a concepção de ensino do professor sofre muitas influências distintas, de onde se destacam os objetivos da educação matemática relevantes para o professor, a forma como ele assume o seu papel e o papel dos alunos no processo ensino-aprendizagem, as atividades que na sua perspetiva se adequam à aula, a abordagem pedagógica mais significativa, os processos matemáticos que considera adequados, a visão que o professor tem dos seus alunos, nomeadamente do conhecimento que têm e da forma como veem a Matemática e os resultados obtidos (Canavarro, 1993).

Thompson (1992), referida em Canavarro (1993), propõe quatro modelos ou concepções pedagógicas distintos, utilizados pelos professores no ensino da Matemática, centrados no aluno, no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual, no conteúdo com ênfase na execução e na sala de aula. No primeiro modelo, o professor preocupa-se em comprometer o aluno na sua aprendizagem, tornando-o responsável pela construção do seu conhecimento matemático. No modelo seguinte, o cerne da aula é o conteúdo matemático, não obstante há a preocupação em desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos nos alunos. O terceiro modelo está associado ao domínio de regras e procedimentos matemáticos por parte do aluno. Neste modelo de ensino, prevalece o



domínio do conteúdo matemático, consequentemente o ensino está “organizado de acordo com uma hierarquia de conceitos” (Canavarro, 1993, p. 30). O último modelo é baseado “no pressuposto de que a actividade da sala de aula deve ser bem estruturada e eficientemente organizada” (p. 31). Neste modelo, o conteúdo matemático é um aspeto secundário, na realidade o importante é manter o aluno envolvido no trabalho proposto. Ponte (1992) propõe que aos quatro modelos referidos se acrescente um quinto modelo, que se centre no conteúdo, mas onde as situações problemáticas assumam um papel relevante.

No estudo realizado por Guimarães (1988), no âmbito da sua tese de mestrado, o autor dá-nos a conhecer as ideias principais dos quatro professores com quem trabalhou ao longo do estudo, relativas à aula de Matemática. De uma maneira geral, os professores entendem a aula de Matemática da seguinte forma: (i) a aula é composta por momentos alternados de exposição (normalmente a cargo do professor) e de prática (a cargo dos alunos); (ii) na exposição, o professor assume o papel de transmissor da informação, quanto ao aluno cabe-lhe o papel de a recolher. Neste processo, o professor promove regularmente um diálogo pergunta-resposta, onde ocupa o lugar de interlocutor principal; (iii) o aluno é responsável por acompanhar a exposição do professor e participar, por iniciativa sua ou por inquirição do professor, no diálogo estabelecido; (iv) a abordagem dos temas umas vezes é mais conceptual, dando-se maior ênfase aos aspetos de compreensão, noutras mais computacional, dando-se mais ênfase aos aspetos mecânicos; (v) os momentos de prática são constituídos pela resolução de exercícios de aplicação mais ou menos direta e preenchem uma parte muito significativa das aulas; (vi) as situações de ensino-aprendizagem, tanto na abordagem de novos temas como na resolução de exercícios são tendencialmente muito estruturadas e, geralmente, não se revestem de um carácter problemático; por fim (vii) a interação privilegiada em sala de aula é a interação professor-aluno. As conceções recolhidas neste estudo são próximas dos modelos centrados no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual e na execução, anteriormente apresentados (Canavarro, 1993).

Ponte (1992), baseado no estudo de Thompson (1992), indica três pontos fundamentais na forma como as conceções e as práticas se relacionam: (i) o contexto social (do qual fazem parte os valores, as crenças, as expectativas dos alunos, dos pais e dos colegas, o currículo adotado, as práticas de avaliação, os responsáveis escolares, e os valores do sistema), (ii) a política vigente, e (iii) a possível necessidade de determinados conhecimentos operacionais.

Para terminar é importante referir que as concepções que os professores apresentam sobre a Matemática escolar são de um modo geral consonantes com as práticas de ensino desenvolvidas em sala de aula (Canavarro, 1993). Segundo a autora, “essa consonância manifesta-se essencialmente na natureza da actividade que é proporcionada aos alunos e no nível de competência dos saberes matemáticos explorados” (p.324). Além disso, há também uma correspondência entre as práticas de ensino implementadas pelos professores de Matemática e o que defendem sobre o processo de ensino-aprendizagem, em particular no que diz respeito “ao nível da abordagem dos conteúdos, das actividades matemáticas, da ênfase do desenvolvimento da aula, [e] do papel dos alunos” (p. 325), e também no que se refere à forma como os professores veem os alunos, julgam ser as funções de professor, atribuem importância ao programa da disciplina e ao ambiente que pretendem ter nas suas aulas.

Segundo Pajares (1992), são vários os autores que utilizam o termo perspectiva com um significado semelhante ao de crença. Neste contexto, e dada a falta de unanimidade na definição de crença e/ou concepção, no presente estudo, de acordo com Pimentel (2010), optar-se-á também por utilizar o termo perspectiva, como termo englobante dos vários conceitos relacionados com concepções, crenças, pensamentos e convicções dos professores.

## 2.8 Síntese

Com base no exposto anteriormente pretende-se, neste ponto, apresentar uma síntese das ideias fundamentais que regem a presente investigação no que se refere ao conhecimento profissional do professor.

O estatuto do professor tem sofrido alterações ao longo dos anos, atualmente o professor é considerado um profissional com um saber próprio e exclusivo do seu grupo profissional. O professor de hoje tem de ser um conhecedor profundo dos conteúdos que ensina, objetivo, reflexivo e crítico. Tem ainda de ter a capacidade de organizar situações de ensino e de as orientar em sala de aula, para além de saber trabalhar colaborativamente e de assumir compromissos sociais.

Em consequência da complexidade do desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, é difícil definir a natureza do conhecimento profissional do professor. No entanto, é claro que ela advém da estreita ligação entre o conhecimento científico, entendido aqui como o conhecimento académico específico de cada disciplina de base, e o conhecimento de ordem prática. Neste contexto, o peso relativo da teoria e da prática é

pouco relevante na atividade de ensinar. Assim, para se evitar a dualidade da natureza do conhecimento, em vez de prática docente, pode falar-se, de acordo com a terminologia adotada por Roldão (2007), em ação de ensinar, entendida aqui como uma ação inteligente baseada num conhecimento profundo e dinâmico, que permite ao professor ser um especialista na capacidade de interpretar e transformar os conteúdos curriculares de maneira a permitir que os alunos consigam apropriar-se destes, ou seja, o professor tem que ser possuidor de um conhecimento matemático especializado, próprio para o ensino, para que consiga transformar os conteúdos matemáticos em conteúdos perceptíveis e significativos para os alunos. É também de salientar que o professor deve ser capaz de conhecer os alunos como pensadores e aprendizes, e de construir ambientes de sala de aula que permitam desenvolver a comunicação e suportem a aprendizagem. Por fim, mas não menos importante, o professor deve ter a capacidade de refletir sobre a própria prática. Neste contexto, pode-se definir o desenvolvimento curricular como o processo que interliga as diferentes dimensões do conhecimento do profissional professor, anteriormente referidas. É ao professor que cabe interpretar e executar o currículo prescrito, transformando-se num mediador do mesmo. No conhecimento curricular está incluído o conhecimento dos programas, a sua articulação horizontal e vertical, o conhecimento dos materiais de apoio ao ensino e a sua adequação aos diferentes conteúdos didáticos.

O professor é o responsável pela estratégia de ensino que implementa, ou seja, é ao professor que cabe escolher o seu modelo de ensino, podendo optar por um modelo de ensino mais direto ou mais exploratório, ou por um modelo misto, onde sejam combinadas as duas abordagens. O importante é que o professor consiga encontrar uma estratégia que permita ensinar Matemática com significado para os alunos, de modo a que consiga cumprir o preconizado pelas orientações curriculares. Para tal, o professor deve organizar o ensino por sequências lógicas e ordenadas de tarefas de ensino e aprendizagem, capazes de irem ao encontro dos interesses, motivações e capacidades dos alunos. Neste contexto, para planificar uma unidade o professor tem de definir objetivos, preparar a sequência de tarefas, planejar as abordagens que vai utilizar, definir os materiais, as estratégias para ajudar os alunos a ultrapassar dificuldades, as conexões entre os diferentes conteúdos matemáticos e as discussões com as turmas.

Quanto à gestão de aula é ao professor que cabe o papel principal, é ele o responsável pela condução da aula, é ele que tem de decidir sobre a estrutura da mesma, é ele que tem de escolher a sequência de tarefas adequada aos alunos, por forma a conseguir promover



um ambiente de sala de aula adequado ao desenvolvimento da aprendizagem matemática. Um ambiente de trabalho estimulante, capaz de enredar os alunos nas tarefas propostas, exige, do professor, a capacidade de escolher adequadamente um conjunto de tarefas, de organizar a forma como vai desenvolver a aprendizagem, de decidir os papéis que ele próprio assume em sala de aula e de escolher os dos alunos.

Por fim, discute-se a relevância de aspetos como as concepções e as crenças dos professores de Matemática na sua relação com as práticas de ensino. Desde logo, é importante salientar que, apesar dos vários estudos realizados em torno do tema, a controvérsia entre a definição de crença e concepção mantém-se. Neste contexto, optou-se de forma a englobar termos como crença, concepção, pensamentos e convicções dos professores, pelo termo perspectiva.

As perspectivas dos professores em relação ao ensino sofrem influências muito diversificadas, que vão desde a forma como o professor assume para si os objetivos da educação matemática, até à visão que o professor tem do conhecimento que os seus alunos têm e da forma como aprendem Matemática. De acordo com Ponte (1992), o contexto social, a política vigente e a necessidade de determinados conhecimentos operacionais são três pontos que definem a forma como as perspectivas dos professores se relacionam com as suas práticas.

## Capítulo 3 - Avaliação das aprendizagens em Matemática

### 3.1 A avaliação

Segundo o Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (2001), avaliar é sinónimo de apreciar algo ou alguém, sobre o qual se expressa uma opinião e/ou um juízo de valor. É uma atividade complexa e, contrariamente ao expectável, pouco neutra e objetiva (Fernandes, 2014).

Avaliar faz parte das funções naturais do ser humano que, de forma mais ou menos consciente, está constantemente a elaborar juízos de valor sobre tudo o que o rodeia, condicionando o modo como se posiciona no mundo que o circunda (Hadji, 1994; Rodrigues, 1999; Alves, 2004). Socialmente a avaliação pode contribuir para compreender, caracterizar e ajudar a resolver um conjunto de problemas das sociedades contemporâneas, como o acesso à educação, o acesso aos cuidados de saúde ou a distribuição de recursos (Fernandes, 2010), sendo atualmente vista como “um domínio científico que tem vindo a consolidar-se e a afirmar-se de forma inquestionável e que interessa aos mais variados setores da sociedade” (Fernandes, 2010, p.15). Globalmente, a avaliação pode ser definida como “um processo sistemático de recolha de dados, recorrendo a padrões de qualidade, permitindo obter informação válida e fiável de maneira a formar juízos de valor acerca de uma situação e consequente tomada de decisão, visando a melhoria” (Dias, 2012, p.27). No entanto, é importante alertar para a impossibilidade de definir exatamente o que é avaliar, contudo é fundamental esclarecer-se sobre o que se fala, tentando exprimir o que estas práticas têm em comum e o que justifica o emprego de um mesmo termo para as designar (Hadji, 1994).

Apesar de a avaliação estar presente em toda a atividade humana, “é no contexto escolar que assume um estatuto privilegiado de desenvolvimento, nomeadamente na avaliação da aprendizagem, onde emerge como um elemento essencial da construção e do conhecimento do percurso que os alunos fazem ao longo da sua aprendizagem” (Alves, 2004, p.11). Os professores são constantemente impelidos a avaliar o que fazem nas suas práticas de ensino, nas aprendizagens dos alunos, e na maneira como se avaliam aos outros e a si mesmos (Borrvalho, Lucena & Brito, 2015). Não obstante, o atual sistema educativo continua a apresentar dificuldades em desenvolver práticas de avaliação que conduzam a uma melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos (Fernandes, 2005).

O conceito de avaliação em contexto escolar assume múltiplas perspetivas. A problemática da avaliação é motivo de discordâncias diárias no dia-a-dia das escolas, revelando-se uma temática complexa que está na génese de variadas análises e reflexões (Nunes, 2004; Delgadinho, 2011, Dias, 2012). Atualmente, o termo avaliação ainda está muito associado aos mecanismos de controlo, de exame, de seleção, na atribuição de uma classificação integrada numa escala, portanto associada à medida (Pacheco, 2001; Teixeira & Nunes, 2014). Na realidade, o modo de avaliar do professor está estreitamente relacionado com a visão que ele tem da relação da própria avaliação com a aprendizagem, do seu papel enquanto avaliador e da forma como assume a influência do erro e do certo na aprendizagem do aluno (Pinto & Santos, 2006).

Ao longo dos anos, o conceito de avaliação tem assumido diferentes significados, cada um associado a diferentes perspetivas ideológicas, epistemológicas, psicológicas e pedagógicas. A maneira como se concebe e pratica a avaliação está intimamente ligada com as funções que se quer que a escola cumpra na sociedade; com os critérios de validação de conhecimentos; com a forma de entender a natureza do conhecimento e o processo de aprendizagem; e, conseqüentemente, com a perspetiva de ensino e aprendizagem onde se baseia a prática docente em sala de aula (Boggino, 2009). “As funções da avaliação e a sua evolução estão assim estritamente articuladas com os próprios movimentos da sociedade e das suas culturas” (Pinto & Santos, 2006, p. 42). O facto de a avaliação ser determinada por fatores políticos e sociais atribui-lhe o papel de observadora privilegiada das contradições do sistema educativo, daí ser possível afirmar que a avaliação representa simultaneamente um dos principais sintomas da saúde e da doença do ensino atual (Ferreira, 2007).

O nosso sistema educativo continua a apresentar dificuldade em implementar práticas de ensino e de avaliação que consigam contribuir efetivamente para o desenvolvimento de competências essenciais aos alunos que lhes permitam uma integração plena nas sociedades. Atualmente, ainda prevalecem práticas de ensino que dão ênfase ao ensino de procedimentos rotineiros, que se limitam a exigir pouco mais aos alunos que a reprodução da informação previamente transmitida. As práticas de avaliação são pouco integradas no ensino e na aprendizagem, muito mais focadas na atribuição de classificações do que na análise do que os alunos sabem fazer, das suas dificuldades e na sua superação (Fernandes, 2005).



Tradicionalmente a avaliação das aprendizagens é tratada de forma isolada, ao ser assumida pela escola e pela sociedade como um ato separado do ensino e da aprendizagem (Luckesi, 2011).

Foram muitos os anos em que a avaliação das aprendizagens esteve associada exclusivamente ao paradigma quantitativo. Motivo pelo qual avaliação e medida são termos muitas vezes, ainda hoje, confundidos (Ferreira, 2007).

Guba & Lincoln (1989) identificaram quatro gerações distintas de avaliação, três identificadas e discutidas pelos autores e a quarta proposta por eles mesmos. As gerações de avaliação anteriormente referidas correspondem a outras tantas perspetivas, conceptualizações e abordagens, cada vez mais complexas e sofisticadas de avaliação. De acordo com os autores, a evolução dos significados que lhe foram sendo atribuídos ao longo dos tempos é indissociável dos contextos históricos e sociais, das finalidades a alcançar ou das opções filosóficas daqueles cuja conceção, desenvolvimento e concretização da avaliação dependia. Todas as gerações de avaliação mais tarde ou mais cedo se tornaram de alguma forma inadequadas, com necessidade de reformulações, adaptações, ou até de serem substituídas, o que os autores assumem ser expectável que aconteça também à quarta geração de avaliação, por eles, proposta.

Analisar avaliação da ótica da evolução das suas funções é um contributo fundamental para a compreensão do que é efetivamente a avaliação e do seu significado em cada época. Todavia, o desconhecimento da história da avaliação tem dificultado a compreensão do seu significado (Pinto & Santos, 2006). A avaliação como nós a conhecemos não surgiu de um dia para o outro, é sim o resultado de um processo de construção e reconstrução onde interagiram um sem número de influências (Guba & Lincoln, 1989). As suas funções estão estritamente ligadas não só à evolução da Escola e dos sistemas educativos, como à forma de organizar o trabalho, bem como à evolução dos conceitos de cultura e saber (Pinto & Santos, 2006). No espaço escola ainda é necessário generalizar a consciencialização de que a avaliação é um processo e não uma medida ou um produto. A ideia de que se avalia para aprender ainda está em construção (Fernandes, 2014).

Grande parte dos autores de referência, na área da avaliação das aprendizagens, refere-se à avaliação não tendo como referência qualquer disciplina e/ou área disciplinar. Todavia, vários destes autores são da educação matemática e tal facto, na nossa perspetiva, não representa qualquer constrangimento uma vez que consideramos que os assuntos abordados a nível da avaliação das aprendizagens podem ser enquadrados na

área da educação matemática, em particular na avaliação das aprendizagens em Matemática.

### **3.1.1 Avaliação como medida**

Numa primeira fase, a avaliação era entendida como uma medição com recurso a valores, só posteriormente é que se passaria a associar o termo medir à avaliação educacional (Mateo, 2006). Segundo o mesmo autor, a utilização mais formal e sistemática da medida no campo das ciências sociais deve-se a Fechner, próximo da segunda metade do século XIX, aquando da introdução da medida em termos da psicofísica e, seguidamente, da psicometria. Posteriormente, Galton com o objetivo de estudar as diferenças individuais, introduz a noção de teste mental. No entanto, não foram apenas as grandes preocupações de natureza científica que impulsionaram o desenvolvimento da avaliação, as transformações sociais e em particular as da escola, também forçaram o processo. Com o virar do século, dá-se início à realização da avaliação dos traços de personalidade e, posteriormente, a atenção recai sobre o desempenho dos alunos (Pinto & Santos, 2006). Nos primórdios do século XX, em França, Alfred Binet lança os testes destinados a medir a inteligência, que vieram a dar origem ao conhecido coeficiente de inteligência. Este tipo de testes mentais foi utilizado para fins de recrutamento, encaminhamento e orientação de jovens para as forças armadas, tornando-se muito populares nos sistemas educativos da época (Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005; Pinto & Santos, 2006).

Na primeira geração de avaliação, inspirada nos testes destinados a medir a inteligência, denominada por Guba e Lincoln (1989) como a geração da medida, avaliar era sinónimo de medir. Na altura, a avaliação era entendida como uma questão meramente técnica que permitia medir com rigor e isenção as aprendizagens dos alunos, através de testes bem construídos (Fernandes, 2005).

Segundo, Guba e Lincoln (1989), houve dois principais fatores que influenciaram a primeira geração de avaliação. O primeiro desses fatores teve a ver com a legitimação dos estudos sociais e humanos que se começavam a realizar, em especial no contexto dos sistemas educativos e nos sistemas de saúde (Fernandes, 2005). Os grandes sucessos da Matemática e das ciências experimentais, que ocorreram ao longo do século XVIII e no princípio do século XIX, também contribuíram para o sucesso dos métodos que lhes eram característicos, em particular o método científico. Assim, tendo em conta que a investigação em ciências sociais não seguia qualquer método, nem tinha uma base

sistemática que lhe permitisse resolver os problemas, a tendência era pressionar para que estes seguissem os métodos científicos. Além disso, instrumentos de medida, como por exemplo os exames, eram capazes de medir aptidões ou aprendizagens humanas, permitindo a sua quantificação, comparação e ordenação numa escala. Desta forma, os dados podiam ser trabalhados matematicamente, o que possibilitava uma interpretação dos mesmos e, conseqüentemente, um sem número de transformações de acordo com o pretendido. Neste contexto, obtinha-se a credibilidade pretendida, uma vez que estas quantificações permitiam seguir o modelo científico (Guba & Lincoln, 1989; Hadji, 1994; Fernandes, 2005).

A emergência do movimento da gestão científica no mundo da economia foi o outro fator que teve um papel determinante no desenvolvimento e utilização de provas para fins educativos, e que tinha como principal objetivo aperfeiçoar ao máximo a eficácia e a produção do trabalho humano. Este movimento, cujo principal mentor foi Frederick Taylor, era caracterizado pela sistematização, standardização e eficiência, e rapidamente influenciou o mundo da educação. Na realidade, as principais ideias de Taylor foram celeremente adotadas pelos sistemas educativos que, para muitos educadores e responsáveis políticos, passaram a ser considerados como organizações empresariais. Neste contexto, as provas passaram a desempenhar um papel determinante na verificação e medição, verificando a partir dos alunos, a matéria-prima disponível, se os sistemas educativos produziam, ou não, bons produtos. Nesta época, só nos Estados Unidos foram elaborados milhares de testes standardizados (Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005).

Guba e Lincoln (1989) alertam para o facto das concepções desta geração ainda influenciarem os atuais sistemas educativos. Os testes e/ou os exames ainda são utilizados para a seriação de alunos, escolas, admissão às universidades, entre outras. A avaliação como medida tem na sua concepção as seguintes características: (i) a avaliação e a medição são conceitos intimamente interligados; (ii) o avaliador limita-se ao papel de técnico; (iii) o avaliador aplica simplesmente o conjunto de instrumentos de medição que lhe é dado. Caso não haja instrumentos disponíveis para aplicar, o avaliador espera que um especialista os crie; (iv) o aluno é comparado com outros grupos de alunos. Neste ponto, Pinto e Santos (2006) salientam que a utilização de medidas tipificadas, a garantia da sua aplicação em iguais condições e a comparação dos resultados de cada aluno com o grupo de referência, usualmente a turma do aluno, permite elaborar uma hierarquia de excelência dentro do grupo. Pode-se assim dizer que a avaliação utiliza um processo de referência normativa, ou seja, usa os resultados individuais e compara-os com um sistema



que se institui como norma; (v) a avaliação é descontextualizada dos programas e do desenvolvimento do currículo. Os testes limitam-se a recolher informações acerca dos desempenhos escolares dos alunos através de procedimentos e processos normalizados de modo a possibilitar a diferenciação dos alunos entre si, de uma maneira objetiva e fiável (Pinto & Santos, 2006). Os autores também referem que a avaliação como medida é o pilar da Escola Pública de Massas, pois, segundo eles, é esta avaliação que garante os processos de normalização para a organização das turmas. Além disso, é uma avaliação cuja principal e única função diz respeito à dimensão social, ou seja, está intimamente ligada a pedidos de natureza social. Responde às exigências do sistema, à rentabilidade dos recursos investidos na educação e ao controlo das qualificações profissionais, entre outros. Neste enquadramento, não há lugar para a existência de um processo de regulação pedagógica, dado que não se aceita que as coisas podem mudar devido a uma intervenção reguladora no processo de ensino e aprendizagem.

Fernandes (2005) também alerta para a influência que esta geração ainda tem sobre os atuais sistemas educativos. Segundo o autor, em termos práticos na sala de aula, esta conceção pode fazer com que a avaliação se reduza à aplicação de uns quantos testes num determinado período e, consequentemente, à atribuição de uma classificação. Ou seja, uma abordagem em que: (i) as principais funções da avaliação são classificar, seleccionar e certificar; (ii) os únicos objetos de avaliação são os conhecimentos; (iii) os alunos não fazem parte do processo de avaliação; (iv) no geral, a avaliação é descontextualizada; (v) na procura de objetividade a quantificação de resultados é privilegiada, procurando-se sempre garantir a neutralidade do professor (avaliador); (vi) os resultados de cada aluno são comparados com os de outros grupos de alunos, ou seja, a avaliação refere-se a uma norma ou padrão.

Vasconcellos (2014) denomina a avaliação como medida “avaliação classificatória, excludente” (p. 28). Segundo o autor, esta conceção de avaliação, ainda hoje vigente na sala de aula, acarreta vários problemas para o atual sistema educativo, nomeadamente: - o desvio do objetivo principal da educação. Em vez de os professores estarem preocupados com a aprendizagem dos alunos, estão apenas fixados na classificação obtida. Ou seja, o sistema está mais preocupado em seleccionar o aluno, concentrando-se na sua aprovação e/ou reprovação; - distorção da prática pedagógica, na medida em que há uma sobrevalorização dos testes e/ou exames, levando a que uma parte do total das aulas destinadas à leção da disciplina sirvam estritamente para a preparação da

prova; - questões de ética: dado que quando o aluno é classificado e não corresponde ao padrão exigido reprova, o que não deixa de ser uma forma de exclusão do sistema.

### 3.1.2 Avaliação como descrição

Do conjunto de dados observados ao longo dos anos surge a falha de credibilidade nas medidas até aqui implementadas, tornando-as inviáveis (Pinto & Santos, 2006). Guba & Lincoln (1989) afirmam que o aparecimento da segunda geração de avaliação, avaliação como descrição, se deve ao surgimento de várias limitações detetadas na avaliação da primeira geração. A primeira das quais o facto de os conhecimentos dos alunos serem considerados os únicos objetos de avaliação. Fernandes (2005) corrobora esta ideia quando refere que já era expectável que o primeiro sistema de avaliação fosse considerado insuficiente e limitador, uma vez que todo o sistema educativo era avaliado estritamente com base nos resultados dos alunos.

Na sequência de uma investigação coordenada por Ralph Tyler, realizada nos anos 30, sobre os efeitos dos currículos nos resultados dos alunos à entrada da universidade, surge a ideia de um currículo organizado por objetivos (Mateo, 2006). Estes passaram a constituir não só a base da planificação curricular para os professores, como o guião para seleccionar materiais didáticos, e os termos de referência para os alunos se prepararem para as provas, entre outros. Neste contexto, a referência central da avaliação passa a ser o conjunto de objetivos previamente definidos, deixando para trás as provas de carácter normativo centradas na turma, ou seja, passou a haver um referencial igual para todos os alunos que frequentam o mesmo ano de escolaridade. Assim, a avaliação passou a ser uma comparação entre os objetivos que constituem o sistema de referência e o estado do aluno na consecução desses objetivos (Hadj, 1994; Pinto & Santos, 2006). Guba & Lincoln (1989) referem que, tendo em conta os objetivos preestabelecidos, os avaliadores tinham como principal propósito descrever padrões de pontos fortes e de pontos fracos. Daí os autores denominarem esta geração como a *geração da descrição*, onde os professores (avaliadores) já não se limitam a medir, além disso têm de descrever até que ponto os alunos atingem os objetivos definidos. A medida já não é tida como sinónimo de avaliação, mas sim um dos meios ao seu serviço, “e por isso, muitas das perspetivas anteriores mantêm-se presentes nas abordagens da avaliação” (Fernandes, 2005, p.57). Para muitos autores e investigadores (e.g. Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005; Mateo, 2006; Pinto & Santos, 2006) Ralph Tyler é referenciado como o pai da avaliação educacional. A sua conceção de currículo como um conjunto planeado e alargado de

experiências formativas desenvolvidas na escola e o processo de avaliação do cumprimento ou não dos objetivos definidos, denominado pelo próprio como *avaliação educacional* tiveram uma influência muito significativa na educação e na avaliação, principalmente a partir da utilização de testes (Fernandes, 2005).

Pinto e Santos (2006) destacam um conjunto de ideias, agrupadas em torno dos objetivos, que, segundo os autores, caracterizam a segunda geração de avaliação: (i) a aprendizagem escolar limita-se ao que em cada disciplina é possível definir por objetivos; (ii) a avaliação, apesar de ainda permanecer como uma medida, procura agora perceber qual é o afastamento do desempenho a cada objetivo; (iii) definiu-se um novo referencial, por objetivos, cujo foco é tanto os processos, como os produtos finais, ou seja, o desempenho dos alunos; e (iv) a avaliação passa a desempenhar duas funções distintas, uma de natureza social e outra de dimensão pedagógica. Para Fernandes (2005), não há uma diferença significativa entre as duas gerações de avaliação. Segundo o autor, a maioria das características da geração de avaliação anterior persistem nesta, havendo apenas uma grande diferença em relação à conceptualização anterior. Ou seja, o que difere é o facto de agora se formularem objetivos comportamentais e de se verificar se estes são ou não alcançados pelos alunos. Na perspetiva do autor, esta conceção permite-nos pensar numa função reguladora da avaliação, embora ainda muito longe da complexidade atual, e na ideia de conceptualizar o currículo de maneira mais abrangente.

### 3.1.3 Avaliação como juízo de valor

A terceira geração, designada por Guba e Lincoln (1989) como a geração do julgamento ou da formulação de juízos, surgiu muito provavelmente impulsionada por um conjunto de críticas à eficácia do sistema educativo, que despontaram nos finais da década de cinquenta, nos Estados Unidos. Nesta altura, era lançado ao espaço o Sputnik, pela já extinta União Soviética, o que abalou fortemente a confiança do Ocidente, que receava agora ficar para trás, entre outros, no desenvolvimento científico e tecnológico (Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005; Mateo, 2006). O sistema educativo era aceite como o principal catalisador do progresso económico e social. No entanto, o facto de lhe ser atribuído o sucesso, também o obrigou a assumir o fracasso (Mateo, 2006). “Houve então uma generalizada reacção com uma importante expressão no desenvolvimento de reformas educativas orientadas para promover, em especial o ensino da matemática e das ciências” (Fernandes, 2005, p.58). Com o objetivo de se certificarem que os novos currículos permitiam alcançar os critérios de qualidade pretendida fizeram-se



investimentos muito significativos na avaliação dos currículos, dos projetos e das aprendizagens dos alunos. Foi um período de grande desenvolvimento e expansão conceptual e metodológico da avaliação, de onde proliferou vários modelos avaliativos com grande alcance heurístico e prescritivo (Fernandes, 2005; Mateo, 2006; Pinto e Santos, 2006). Segundo Pinto e Santos (2006) estes modelos cresceram tendo como base principal duas linhas conceptuais distintas, a de Ralph Tyler e a de Cronbach. A primeira centra-se no desenvolvimento de instrumentos que sustentam a avaliação, ou seja, é baseada no desenvolvimento de técnicas que sirvam os objetivos em questão e a sua medida. Esta linha conceptual dá continuidade ao que já tinha sido iniciado na segunda geração de avaliação, e tem como principal objetivo responder às suas falhas e pontos francos. Continua-se não só a trabalhar na maior clarificação dos objetivos, como também se investe na construção de instrumentos de avaliação que sejam o mais fiáveis possível e consigam testar o que é realmente importante na aprendizagem. Ainda neste período, a ideia de avaliação como medida continua a desenvolver-se. O âmbito do objeto de avaliação é alargado, associando-se a avaliação dos currículos e a qualidade do ensino em geral à aprendizagem dos alunos. Neste contexto, a avaliação como medida desenvolver-se-á tomando como base as orientações do currículo prescrito. Ou seja, a avaliação passa inevitavelmente a estar separada de qualquer modelo pedagógico, uma vez que existe fora do contexto de aprendizagem. Não obstante, as funções que pretende dar resposta continuam a ser formativas, mas muito marcadas pela lógica da certificação e validação de diferentes aspetos do próprio sistema. A segunda associa a avaliação ao processo de tomada de decisões, isto é, começa a assumir-se que a avaliação não se reduz ao processo de recolha de informação, incluindo também o processo de julgamento sobre a informação recolhida. Os modelos que seguiram esta linha centraram os seus esforços na associação do processo avaliativo ao da tomada de decisões. Neste contexto, foram criadas alternativas de ação justificadas na reflexão sobre os dados recolhidos durante o processo de avaliação, com o objetivo de melhorar a realidade educativa (Mateo, 2006). Esta nova função da avaliação, que obriga o avaliador a tomar decisões sobre a informação obtida, traz novas exigências ao avaliador, que passa a ter de saber apreciar os dados, por forma a tomar decisões adequadas. Razão pela qual foi considerado que a avaliação devia passar a ser da responsabilidade dos especialistas, o que poderia vir a transformar o processo avaliativo num segredo bem guardado, em vez de algo capaz de clarificar toda a informação subjacente aos dados recolhidos, nomeadamente no que diz respeito aos critérios e aos padrões utilizados para avaliar (Hadji, 1994; Pinto & Santos,

2006). Facto que foi ultrapassado ao considerar-se o avaliador como parte integrante da própria avaliação, ou seja, “não só os actos, mas também a pessoa que os produz, o avaliador, passa, ou deve passar, a ser tomado em conta nos processos de avaliação” (Pinto & Santos, 2006, p.29).

Pelo que foi anteriormente referido, verifica-se que o conceito de avaliação formativa surge no âmbito dos desenvolvimentos teóricos do behaviorismo e posteriormente integra os quadros conceptuais de outras perspetivas teóricas, como as que pertencem à família do cognitivismo (Fernandes, 2005). Estas últimas, muitas vezes, utilizaram e integraram contributos da antropologia, da sociologia e da pedagogia social, o que lhes permitiu dar uma maior profundidade e densidade àqueles conceitos (Fernandes, 2005; Mateo, 2006). Na realidade, a compreensão que behavioristas e cognitivistas têm sobre avaliação formativa é muito diferente. Enquanto os primeiros a usam maioritariamente na análise de resultados, num quadro, de definição de objetivos muito específicos e de tarefas que testam cada um desses objetivos, os segundos utilizam a avaliação mais na análise dos processos de aprendizagem dos alunos, num quadro de definição mais lata e integrada de objetivos e de tarefas, que avaliam um conjunto mais alargado e integrado de saberes (Fernandes, 2005). Segundo o autor, é neste período em que surge a *geração da avaliação como juízo de valor*, que emergem ideias como: (i) a avaliação deve induzir e/ou facilitar um conjunto de decisões que regulem o ensino e as aprendizagens dos alunos; (ii) a recolha de informação deve ser diversificada, indo além dos resultados que os alunos obtêm nos testes; (iii) é fundamental que a avaliação envolva os professores, os alunos, os pais e outros intervenientes; (iv) os contextos de ensino e aprendizagem também devem ser levados em conta no processo de ensino e avaliação; e (v) a definição de critérios é fundamental para que se consiga apreciar o mérito e o valor de um dado objeto de avaliação. Além dos aspetos anteriormente referidos, Pinto e Santos (2006) salientam outro não menos importante, que é o facto de ao longo deste período o desenvolvimento da reflexão teórica sobre a avaliação e as suas práticas ter consolidado de forma definitiva a investigação avaliativa como um campo específico da investigação científica.

Nas décadas de 70 e 80 do século passado, considerar a avaliação como um processo deliberado e sistemático de recolha de informação, sobre um ou mais objetos, com o objetivo de se formular um juízo acerca do seu valor, por forma a permitir a tomada de decisões, era um processo relativamente consensual. No entanto, vários autores consideram que as três gerações de avaliação anteriormente apresentadas possuem limitações, três em particular (Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005). A primeira de

todas prende-se com a falta de isenção dos estudos, uma vez que tendencialmente as avaliações refletem os pontos de vista de quem as encomenda e/ou financia. Neste contexto, as falhas dos sistemas educativos são usualmente distribuídas quase exclusivamente pelos alunos e professores, ficando de fora outros intervenientes. Ainda neste ponto, no que se refere à avaliação das aprendizagens a tendência é invariavelmente a atribuição da responsabilidade das falhas ocorridas aos alunos. A segunda está associada à dificuldade que as avaliações têm na adaptação à pluralidade de valores e de culturas atualmente existentes na sociedade. Ou igualmente grave, a dificuldade que algumas abordagens de avaliação têm na diversificação dos seus procedimentos, por forma a promoverem uma articulação mais positiva e significativa com o ensino. A terceira está relacionada com a excessiva dependência que as abordagens avaliativas têm em relação ao método científico, o que se traduz em avaliações muito pouco contextualizadas, com uma excessiva dependência da conceção de avaliação como medida. Os avaliadores são tidos como neutros, uma vez que segundo os seus teóricos não contaminam o processo de avaliação, nem são contaminados por ele. Na mesma linha de raciocínio, os instrumentos, normalmente testes, utilizados nos processos de quantificação também são considerados neutros, capazes de medir com rigor e objetivamente o que os alunos sabem. Estamos perante a denominada avaliação científica. Desta forma, a adesão ao método científico iliba o avaliador de quaisquer responsabilidades, nunca os colocando em causa (Guba & Lincoln, 1989; Fernandes, 2005).

Não obstante, atualmente, a imagem da avaliação ainda é muitas vezes associada à medida. Na realidade, a rapidez da evolução teórica nunca é acompanhada da necessária evolução prática (Pinto e Santos, 2006). Ou seja, as conceções das três gerações de avaliação continuam, de forma mais ou menos expressiva, a prevalecer nos atuais sistemas educativos. Todavia, estamos perante modelos teóricos que muito dificilmente se adequam às exigências da efetiva democratização de sistemas complexos, além de cultural e socialmente muito diversos. Em Portugal, as dificuldades são bem evidentes, e, muito provavelmente, estão relacionadas com a predominância daquelas conceções de avaliação, mais orientadas para as classificações e para a certificação. Pode-se mesmo afirmar que as práticas de avaliação mais conservadoras ainda marcam quer o universo conceptual, quer as práticas profissionais dos professores (Fernandes, 2005; Pinto e Santos, 2006). A este respeito, o projeto AERA (Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: Relações com as Aprendizagens - 2014-2016), financiado pela FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia) e CAPES (Coordenação de



Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), que incidiu na caracterização das práticas avaliativas dos professores em sala de aula, veio trazer evidência empírica sobre este aspeto. De acordo com Alves (2004), é possível afirmar que ainda são muitos os professores que privilegiam uma avaliação mais formal, *objetiva e rigorosa*, das aprendizagens dos alunos, afastada do processo de ensino e aprendizagem, onde o teste é, por excelência, o instrumento de avaliação.

Guba e Lincoln (1989), como era expectável, propuseram uma quarta geração de avaliação, cujos autores encaram com uma proposta de rutura epistemológica com as anteriores. Obviamente que a proposta apresentada se propõe colmatar as dificuldades detetadas nas gerações anteriores. A quarta geração, denominada pelos autores como avaliação recetiva, é uma geração de rutura e caracteriza-se pelo não estabelecimento, inicial, de quaisquer parâmetros ou enquadramentos. Os quais apenas serão determinados e definidos após um processo interativo de negociações com todos os intervenientes na avaliação. Segundo Fernandes (2005), daqui pode concluir-se que os autores pretendem enfatizar o facto de se ouvir todos os que de alguma forma estão envolvidos no processo de avaliação. É ainda de salientar que esta é uma proposta construtivista, quer do ponto de vista epistemológico, quer no que diz respeito à metodologia em questão. Todavia, são os próprios autores os primeiros a assumirem que a proposta apresentada tem algumas limitações e dificuldades na sua implementação. Na realidade, sendo um modelo de rutura, é possível questionarmo-nos se os sistemas educativos aguentariam determinados tipos de ruturas no que diz respeito à avaliação das aprendizagens (Fernandes, 2005).

Pelo acima referido, neste trabalho optou-se por não se desenvolver mais sobre a quarta geração de avaliação. No entanto, de acordo com Fernandes (2005), é de referir que esta proposta de Guba e Lincoln (1989), juntamente com a de muitos outros teóricos e investigadores, contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento de uma avaliação alternativa às caracterizadas nas três primeiras gerações.

### **3.2. Avaliação formativa**

É possível afirmar sem grande margem para dúvidas que a avaliação ocupa cada vez mais um lugar de destaque no sistema educativo, as práticas de avaliação estão no centro do mesmo. As discussões sobre as desigualdades e/ou as prioridades do sistema focam-se muitas vezes nas formas e nos métodos de avaliação dos alunos (Perrenoud, 1999; Pinto & Santos, 2006; Morgan, 2008). É consabido também que, consoante as concepções de cada um, sobre a forma de validar um conjunto de competências, existem diferentes

pontos de vista sobre a avaliação da aprendizagem (Alves, 2004). Neste contexto, a autora refere que o modo como os professores avaliam, revela a forma como os alunos aprendem e, em simultâneo, deixa perceber o tipo de práticas curriculares de ensino e aprendizagem. Na realidade, poder-se-á dizer que o método mais usual de ensino é o da transmissão de conhecimentos, de um professor que sabe, para um aluno que desconhece os conteúdos, seguido de uma avaliação que ateste sobre os conhecimentos adquiridos. Apesar da contestação que este modelo tem vindo a receber, não são muitos os professores que assumem que o seu compromisso enquanto docentes é fazer com que os alunos aprendam, e não o de apenas transmitir informações (Borrvalho, Fialho & Cid, 2012).

Não é fácil mudar a avaliação, ou seja, é possível alterar facilmente escalas de avaliação quantitativa, o modo de as construir, a periodicidade das provas, entre outras. O difícil é quando se trata de mudanças de fundo, no sentido de uma avaliação mais formativa. Na verdade, assim que se fala em mudar a avaliação, há logo um conjunto de vozes que grita contra, muito provavelmente, porque têm a consciência de que mudar a avaliação pode significar mudar a escola (Perrenoud, 1999).

Apesar de a avaliação ser uma das dimensões mais visíveis da profissão docente, a investigação tem-nos mostrado que os professores nem sempre convivem pacificamente com esta dimensão da profissão (Pinto & Santos, 2006). São várias as razões que podem justificar esta postura. A avaliação é uma questão muito complexa, que assume várias funções. Além de dever ser um elemento integrante e regulador das práticas pedagógicas, assume a função de certificação das aprendizagens, e também influencia as decisões que visam melhorar a qualidade do ensino e garantem a confiança social quanto ao funcionamento do sistema educativo (Abrantes, 2002). Na mesma linha de ideias, a avaliação também assume várias funções no que diz respeito aos alunos. Tanto é utilizada para balizar o que devem estudar e quando, como serve para verificarem o que aprenderam (Cid & Fialho, 2013). Possivelmente, é esta multiplicidade de funções que afasta professores e alunos da avaliação formativa, ambos assumem, frequentemente, a avaliação como algo negativo que têm de fazer (Pinto & Santos, 2006; Clark et al, 2009).

Espera-se hoje da Escola a capacidade de proporcionar uma formação integral a todos alunos no geral e a cada um em particular. É fundamental que se formem cidadãos capazes de contribuir de forma crítica e inteligente para o bem-estar da população, em sociedades verdadeiramente democráticas. No entanto, tal só é possível se as escolas e os professores tiverem a capacidade de se reinventar, abandonando práticas e conceções do século XIX que ainda hoje prevalecem. A necessidade de reinventar a Escola está associada à

necessidade de melhorar e enriquecer as aprendizagens dos alunos, o papel e o desempenho dos professores e as ações que nela se desenvolvem. Torna-se, assim, fundamental que a avaliação pedagógica assuma o seu papel de subsidiária da melhoria dos sistemas educativos, no geral, e, em particular, da melhoria das aprendizagens de todos os alunos (Fernandes, 2011a; Luckesi, 2011). Atualmente, é amplamente aceite que a avaliação implementada pelos professores em contexto de sala de aula, em particular a avaliação formativa, contribui para a melhoria da aprendizagem dos alunos, desde que esteja ao serviço desta, não se dissociando do ensino e dos processos que lhe são inerentes (Fernandes, 2011b). Neste contexto, a avaliação tem de deixar de estar associada a questões meramente técnicas, para passar a ser encarada como um poderoso processo pedagógico, indissociável do ensino e da aprendizagem, cujo principal propósito é o de ajudar professores e alunos a ensinar e a aprender melhor (Stiggins, 2004; Fernandes, 2011a). Todavia, os atuais sistemas educativos ainda apresentam modelos de avaliação pouco integrados no ensino e na aprendizagem, mais centrados na atribuição de classificações do que na análise do saber efetivo dos alunos e do que estes fazem na realidade (Barbosa et al, 2015). Este facto não é certamente indissociável de um sem número de crenças e conceções sobre avaliação, que perduram ao longo do tempo e dão azo a que esta se confunda com a mera classificação dos alunos. É hoje consabido que avaliar não é classificar, no entanto atualmente ainda se houve com alguma regularidade expressões como “já avaliei os meus alunos”, mas cujo significado é: “já classifiquei os meus alunos” (Fernandes, 2011a, p.86). Atualmente, quando se fala em avaliação formativa ainda há o perigo de se atribuir diferentes significados ao mesmo termo (Barbosa et al, 2015). Neste contexto, para que as práticas pedagógicas possam ser efetivamente transformadas e melhoradas sublinha-se a importância de os diferentes intervenientes, mais especificamente professores e investigadores, compreenderem de forma clara e profunda, os conceitos associados à avaliação no geral, mas principalmente no que diz respeito à avaliação no domínio das aprendizagens dos alunos (Pinto & Santos, 2006; Fernandes, 2005, 2008, 2011a, 2011b).

Tendo em conta o anteriormente referido, é importante esclarecer não só o que se entende por avaliação formativa, mas também em que quadro teórico se enquadra o presente estudo. Muitos autores com o objetivo de se distanciarem do conceito de avaliação formativa de inspiração behaviorista “cuja conceção é muito restrita e quase limitada à verificação da consecução de objetivos comportamentais e às consequentes actividades de remediação ou de consolidação” (Fernandes, 2005, p.64) tentaram criar



novos modelos de avaliação, aos quais deram designações distintas, tais como: *avaliação alternativa*, *avaliação autêntica*, *avaliação formadora*, *avaliação contextualizada*, *avaliação reguladora*, *avaliação educativa*, entre outras. Cada uma destas designações advém das elaborações e referências conceptuais de cada um dos seus autores, e daí poderem ser associadas a diferentes formas e abordagens de tratar a avaliação, não obstante, e de acordo com Fernandes (2005, 2008), não se pode considerar que cada uma delas represente um paradigma ou até um modelo de avaliação. Todavia, é possível perceber que todas apresentam algumas características comuns. Todas designam uma avaliação devidamente contextualizada, intrinsecamente associada ao ensino e à aprendizagem, onde os alunos têm um papel relevante a desempenhar e cujo principal objetivo é o de melhorar as aprendizagens destes (Fernandes, 2005, 2008).

Existem duas tradições teóricas predominantes na literatura no que se refere à avaliação de alunos, a francófona e a anglo-saxónica. O conceito chave na tradição francófona é a regulação, associada aos processos internos, cognitivos e metacognitivos dos alunos, tais como a autoavaliação, o autocontrolo e a autorregulação (e.g. Perrenoud, 1998, Fernandes, 2005, 2008; Pinto & Santos, 2006; Santos, 2008), ou seja, o seu objetivo principal é o de ajudar a compreender o funcionamento cognitivo do aluno perante uma situação proposta (Santos, 2008). Na tradição anglo-saxónica, o conceito chave é o *feedback* que aparece associado às várias interações culturais e sociais que acontecem nos processos de ensino e de aprendizagem (e.g. Black & Wiliam, 1998a, 1998b, Fernandes, 2005, 2008, Stiggins, 2004).

Segundo Fernandes (2008), nos modelos de tradição francófona interessa fundamentalmente estudar como é que os alunos aprendem, de acordo com as teorias já conhecidas, de modo a utilizar-se uma avaliação formativa que os ajude a regular de forma autónoma a sua aprendizagem. Ou seja, a avaliação formativa tem como principal função a utilização da informação produzida através dos dados recolhidos, no processo de ensino e aprendizagem por meio dos dispositivos de regulação (Pinto & Santos, 2006). Neste contexto, o importante é perceber, de acordo com as teorias que se conhecem, uma maneira de utilizar a avaliação formativa que ajude os alunos a regular a sua aprendizagem o mais autonomamente possível. Nesta perspetiva, os alunos têm um papel mais central, destacado e autónomo, onde a avaliação formativa quase que funciona como um processo de autoavaliação, e “a interferência do professor é reduzida ao mínimo” (Fernandes, 2008, p. 352). Apesar disso, ter a capacidade de encorajar o aluno no seu percurso, aceitando o erro como fonte essencial de regulação e de progresso; a capacidade

de compreender as resistências do aluno de forma a serem consideradas para o ajudar na autorregulação; a capacidade de valorizar a cooperação entre alunos nas tarefas; a capacidade de construir critérios e indicadores de avaliação do trabalho e de fazer com que os alunos se apropriem destes; são importantes e exigentes desafios que se colocam ao professor (avaliador) (Alves, 2004). Assim, apesar de o *feedback* ser tido em conta, não tem o mesmo destaque que lhe é auferido pelos autores anglo-saxónicos, por si só, o *feedback* não garante uma adequada orientação para as aprendizagens (Fernandes, 2008). Em suma, segundo o autor, os professores promovem uma regulação interativa, responsabilizando os alunos pelas suas próprias aprendizagens através do desenvolvimento da autoavaliação e do conhecimento dos fins que têm de atingir. Todavia, dada a natureza dos processos envolvidos e o seu enquadramento teórico (teorias da aprendizagem e da metacognição, por exemplo), esta é uma perspetiva que apresenta algumas dificuldades de implementação. O que é corroborado por Perrenoud (1998) quando afirma que nos atuais sistemas educativos é muito difícil criar condições que facilitem a regulação.

Nos modelos de tradição anglo-saxónica, a avaliação formativa é assumida como um processo pedagógico, fundamentalmente orientado e controlado pelos professores, cuja finalidade é o melhoramento das aprendizagens dos alunos, ou seja, a avaliação formativa tem por base o apoio que os professores conseguem prestar aos alunos na resolução de tarefas e nas aprendizagens prescritas no currículo (Fernandes, 2008). Para o autor, esta é possivelmente uma das principais razões pela qual o *feedback* assume o papel de conceito central na perceção anglo-saxónica de avaliação formativa, “chegando mesmo a confundir-se com esta” (Fernandes, 2008, p. 353). Segundo Sadler (1989, 1998), é através do *feedback* que os professores comunicam aos alunos em que ponto é que estes estão, no que diz respeito às suas aprendizagens, e dão as orientações sobre o que estes devem fazer para os ajudar a ultrapassar as suas dificuldades. Comparando com os modelos de tradição francófona, é perceptível um maior protagonismo dos professores, pois é óbvio que o trabalho está muito mais dependente dos seus pensamentos e ações do que dos pensamentos e ações dos alunos. No contexto anglo-saxónico, a autoavaliação aparece fortemente associada às orientações e apoios que os professores dão em sala de aula, não deixando no entanto de ser um processo do aluno (Fernandes, 2008). O autor refere ainda que, segundo os investigadores anglo-saxónicos, a avaliação formativa é um processo determinante para a melhoria dos resultados dos alunos, que recorre à utilização de tarefas que satisfaçam as exigências do currículo. Deste ponto de vista, há uma relação estreita

entre a avaliação formativa e o referencial curricular existente. Nesta relação, cabe aos professores controlar uma diversidade de encargos, em particular a identificação de domínios do currículo; a seleção de tarefas; a utilização de diferentes estratégias de avaliação; e a planificação do ensino no seu todo. Em suma, pode-se afirmar que esta é uma visão da avaliação formativa bastante pragmática, muito próxima das “realidades vividas em sala de aula e uma preocupação em identificar e resolver problemas imediatos e concretos” (p. 353).

De acordo com o referido anteriormente, há um conjunto de avaliações alternativas às avaliações que enfatizam a classificação, a seleção, a certificação, os resultados obtidos pelos alunos, a utilização sumativa de testes e a prestação de contas. São avaliações alternativas à avaliação formativa de natureza behaviourista que, no fundamental, partilham a sua natureza formativa. “Avaliações orientadas para melhorar as aprendizagens, integradas no ensino, na aprendizagem e contextualizadas e em que os alunos são incentivados a participar” (Fernandes, 2008, p. 355). Mas onde a regulação das aprendizagens ainda é feita à posteriori, uma vez que as dificuldades não são detetadas durante, mas sim após o processo de ensino e aprendizagem (Allal, 1986, referido por Fernandes, 2005, 2008). Assim, e tendo em conta que esta é uma avaliação cuja principal função é melhorar as aprendizagens e o ensino, o autor propõe que se utilize a expressão Avaliação Formativa Alternativa (AFA), com o objetivo de se sublinhar o facto de que esta é uma avaliação que se afasta totalmente das avaliações formativas de inspiração behaviourista.

A AFA deve permitir aos professores conhecer bem os saberes, as atitudes, as capacidades e a evolução de desenvolvimento dos seus alunos e, em simultâneo, proporcionar-lhes indicações precisas do que é necessário fazerem para progredir. A comunicação entre professores e alunos torna-se fundamental, pois sempre que for necessário corrigir ou melhorar as aprendizagens, é fundamental que professores e alunos partilhem as mesmas ideias, acerca da qualidade do que é preciso alcançar. Não menos importante é a regulação da qualidade do trabalho que se está a desenvolver, utilizando para tal um conjunto de recursos cognitivos e metacognitivos que diminua ao máximo as diferenças entre as aprendizagens reais e as aprendizagens previstas ou propostas (Fernandes, 2005, 2008). Por forma a explicitar a natureza e as funções da AFA, o autor refere sete principais características, a seguir descritas: (i) a avaliação é organizada de forma propositada em estreita relação com um *feedback* inteligente, de elevada qualidade, diversificado, distribuído de forma adequada e, frequentemente, capaz de apoiar os alunos



no processo de aprendizagem; (ii) o *feedback* é fundamental para impulsionar os processos cognitivos e metacognitivos dos alunos que, por sua vez, regulam os processos de aprendizagem, tal como para melhorar a motivação e autoestima destes; (iii) a natureza da comunicação e da interação entre professores e alunos é uma peça central, na medida em que os professores têm de conseguir estabelecer uma estreita relação entre o que consideram ser necessário aprender e o complexo mundo dos alunos, como por exemplo perceber como eles são, o que sabem, como aprendem, o que sentem, entre outras; (iv) os alunos são envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de forma deliberada, ativa, sendo criadas amplas oportunidades para elaborarem as suas respostas, além da possibilidade de partilharem o que compreenderam e a forma como o fizeram; (v) as tarefas propostas, que devem ser simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação, deverão ser criteriosamente selecionadas e diversificadas ao máximo, representando os domínios estruturantes do currículo, capazes de alterar e ativar os processos mais complexos do pensamento; (vi) as tarefas devem refletir uma estreita relação entre as didáticas específicas de cada disciplina e a avaliação que desempenha um papel relevante na regulação dos processos de aprendizagem; (vii) o ambiente de avaliação das salas de aula tem de ser capaz de induzir uma cultura positiva de sucesso baseada no princípio de que todos os alunos são capazes de aprender.

Em suma, a AFA “é uma construção social complexa, um processo eminentemente pedagógico, plenamente integrado no ensino e na aprendizagem, deliberado, interativo, cuja principal função é a de regular e de melhorar as aprendizagens dos alunos” (Fernandes, 2005, p. 65). A AFA tem como principal objetivo fazer com que os alunos aprendam efetivamente, com compreensão, desenvolvendo as suas competências, em particular as do domínio cognitivo e metacognitivo. De acordo com o anteriormente referido, é importante salientar que a avaliação formativa alternativa é uma avaliação formativa cujas principais funções são a regulação e promoção da aprendizagem, ou seja, a AFA é uma avaliação para a aprendizagem. Neste contexto, a implementação da AFA em sala de aula pressupõe uma redefinição dos papéis dos alunos e dos professores, na medida em que é pressuposto que haja uma partilha de responsabilidades em matéria de ensino, aprendizagem e avaliação. Resumidamente, aos professores cabe um papel de destaque em aspetos determinantes como a seleção e organização de tarefas e distribuição de *feedback*. Quanto aos alunos, compete-lhes ter um papel mais ativo no desenvolvimento dos processos que se referem à autoavaliação e à autorregulação (Fernandes, 2005, 2008). Todavia, ainda neste capítulo haverá lugar a uma maior

explicitação do papel que cabe a alunos e professores, aquando da implementação da AFA.

Numa definição muito próxima da anterior, a ARG (2002) define avaliação para a aprendizagem como um processo de procura e interpretação de evidências passíveis de serem utilizadas por alunos e professores, que assenta em dez princípios essenciais: (i) tem de ser integrada na planificação; (ii) focada na forma como os alunos aprendem; (iii) uma prática central na sala de aula; (iv) é uma competência essencial ao professor; (v) deve ser delicada e construtiva; (vi) motivadora; (vii) facilitadora da compreensão de objetivos e critérios; (viii) ajuda os alunos a perceber como podem melhorar; (ix) ajuda a desenvolver as capacidades de autoavaliação; e (x) permite reconhecer a generalidade das aprendizagens. O principal foco desta avaliação, tal como na AFA, também é o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

Em consequência do anteriormente referido, e assumindo que a Avaliação formativa alternativa deve ser entendida como uma avaliação formativa capaz de regular e melhorar as aprendizagens dos alunos, ou seja uma avaliação para a aprendizagem, a partir de agora, sempre que neste trabalho se utilizar a expressão avaliação formativa, é no sentido atribuído à AFA por Fernandes (2005, 2008).

Como já foi mencionado, as escolas e os professores em particular enfrentam grandes desafios, é urgente redefinir, reconstruir e reinventar as conceções e práticas que permanecem nos sistemas educativos desde o século XIX. A reinvenção da escola passa tão simplesmente por torná-la capaz de proporcionar uma formação integral a todos os alunos, isto é, uma formação que tenha em conta a sua individualidade. Não obstante, é necessário melhorar e enriquecer as aprendizagens dos alunos, assim como o papel e o desempenho dos professores e as suas ações. É neste contexto que a avaliação formativa pode e deve assumir um papel destacado na melhoria do desempenho dos sistemas educativos, e mais especificamente, na melhoria das aprendizagens de todos os alunos (Fernandes, 2005, 2008, 2011a). Deste ponto de vista, e tendo em conta os resultados da investigação realizada nas últimas décadas, pode-se afirmar que a avaliação formativa contribui para que a generalidade dos alunos aprenda mais e de forma mais aprofundada. Não obstante, são os alunos com mais dificuldades quem mais beneficia com a sua implementação (Fernandes, 2005, 2008, 2011a, Borralho, Fialho & Cid, 2012, Cid & Fialho, 2013).

De acordo com o anteriormente referido, há um trabalho realizado pelos investigadores Paul Black e Dylan Wiliam em 1998 (Black & William, 1998a), que pela sua relevância

e importância dos resultados obtidos, não é possível deixar de referenciar. Desse trabalho de revisão de literatura de 681 estudos sobre avaliação formativa, advêm três resultados fundamentais que são:

1. A Avaliação Formativa melhora de forma muito significativa as aprendizagens de todos os alunos;
2. Os alunos com mais dificuldades são os que mais beneficiam com a utilização sistemática da Avaliação Formativa;
3. Os alunos que são submetidos regularmente a avaliações formativas obtêm melhores resultados em exames externos do que os alunos que são submetidos a avaliações sumativas.

Em suma, está ao alcance dos professores, dos alunos e, conseqüentemente, das escolas a melhoria do que é aprendido e de como é aprendido. É certo que a avaliação formativa não é a “cura para todos os males” dos sistemas de ensino, todavia é com certeza um processo essencial no sentido de apoiar os alunos no desenvolvimento das suas aprendizagens, em particular aqueles que têm mais dificuldade em aprender. Ao professor avaliador cabe o papel de ajudar o aluno a ultrapassar as suas dificuldades, ou seja “o avaliador torna-se no humilde servidor do desenvolvimento do outro” (Hadi, 1994, p. 79).

### 3.3 A Avaliação no currículo

Tendo em conta a atual evolução do conhecimento, se se tiver como objetivo proporcionar aos alunos o alcance de ótimos níveis de competência, é obrigatório que os estabelecimentos de formação sofram uma renovação dos processos e metodologias didáticas. O que é hoje entendido como saber alterou-se significativamente. Mais do que dominar um conjunto de conceitos, é hoje indiscutível a importância atribuída ao desenvolvimento de atitudes e capacidades, nomeadamente a exploração e resolução de problemas, a formulação de conjecturas, a comunicação, o raciocínio e, não menos importante, o desenvolvimento de uma atitude positiva face ao conhecimento, o que, conseqüentemente, impôs novas formas de avaliar (Alves, 2004). Segundo Fernandes (2011a), é urgente redefinir e reconstruir as conceções e práticas que vêm permanecendo nos sistemas educativos desde o século XIX, pois só desta forma será possível educar e formar cidadãos que possam contribuir de forma crítica e inteligente para a construção de uma sociedade genuinamente democrática. Neste contexto, é fundamental compreender as atuais práticas de avaliação, que alheias às mudanças em curso teimam em manter-se



inalteradas (Pacheco, 2001; Alves, 2004; Fernandes, 2005). Não obstante, é fundamental, que a avaliação assuma a sua função formativa, ou seja que surjam práticas alternativas capazes de contemplar as diferenças individuais, que se ajustem às especificidades de cada aluno, levando-os a implicarem-se na sua aprendizagem, em contraponto com o que acontece atualmente em muitas salas de aula, onde os alunos se “implicam durante algum tempo, depois olham para o relógio, agitam-se e esperam o toque da campainha” (Alves, 2004, p. 88). No final do ano letivo, de acordo com a autora, o cenário não é melhor, apenas uma estreita minoria consegue alcançar resultados brilhantes, a grande maioria alcança a mediania e a restante parte tem de trabalhar mais para o ano, ficando retida no mesmo ano de escolaridade. Contudo, e apesar de a avaliação formativa ser um processo pedagógico que comprovadamente pode contribuir para melhorar o ensino e a aprendizagem, nos atuais sistemas educativos persistem as dificuldades em investir numa avaliação formativa, que ajude os alunos a aprender (Fernandes, 2011b). Todavia, tal facto não é certamente alheio à exigência das transformações necessárias para a ocorrência de mudanças nas práticas dos professores, atualmente ainda resultantes predominantemente do usualmente denominado paradigma da transmissão, o que muito tem dificultado, na prática, a articulação entre a aprendizagem, a avaliação e o ensino (Fernandes, 2011a, 2011b).

Atualmente, a avaliação é referida por diferentes autores como um processo de ensino e de aprendizagem. Uma denominação interessante que, além de nos revelar que a aprendizagem está no centro do processo pedagógico, também nos mostra que o ensino e a avaliação são dois requisitos essenciais para o seu cumprimento (Gerard e Roegiers, 2011). Segundo os autores, “um sistema educativo que elabora os currículos sem questionar o problema da avaliação do conhecimento dos alunos, corre o risco de enfrentar muitas dificuldades quando for necessário avaliá-los” (p.146). Por isso, atualmente, a maioria dos currículos inclui, desde o início, uma dimensão “avaliação”, ou seja, a avaliação tornou-se indissociável do desenvolvimento dos currículos. De acordo com Gerard e Roegiers (2011), nos dias de hoje, o grande desafio da elaboração dos currículos atuais é precisamente o de abordar, à partida e articuladamente, as diferentes componentes que os devem constituir, como a organização das aprendizagens, a avaliação, a formação de professores, o material didático, entre outros. Desta forma, espera-se garantir que os currículos sejam efetivamente aplicados, uma vez que os professores passam a perceber melhor o que os alunos devem ser capazes de fazer. Neste contexto, segundo os autores, é importante alertar para um novo problema, que é a

possibilidade de os professores apenas terem em conta os novos currículos pelo prisma da avaliação, “continuando a ter como referentes para a aprendizagem as suas velhas práticas” (p. 147).

Apesar de estar comprovado que os alunos aprendem mais, com mais significado e profundidade nas salas de aula em que a aprendizagem, a avaliação e o ensino se desenvolvem de forma articulada, esta ainda é uma prática pouco disseminada e consolidada. A este facto não é certamente alheia a complexidade das relações existentes entre a aprendizagem, a avaliação e o ensino, que exigem ser estudadas de forma tão integrada e holística quanto possível e às quais a investigação ainda não conseguiu enquadrar devidamente (Fernandes, 2011b). O autor salienta ainda que é óbvio que os professores podem modificar e melhorar as suas práticas, contribuindo para integrar a aprendizagem, a avaliação e o ensino. Todavia, não se pode deixar de ter em conta a complexidade dos elementos mediadores envolvidos e a quantidade e diversidade de obstáculos que daí advêm. Na realidade, dificilmente se pode pedir aos professores que efetuem uma integração que a própria teoria ainda não foi capaz de integrar devidamente.

Uma adequada integração dos três processos acima referidos permite, em princípio, regular o ensino e a aprendizagem e utilizar tarefas que sejam, simultaneamente, de ensino, aprendizagem, avaliação e contextualização da avaliação. Além disso, esta integração permite abranger de forma mais intencional uma grande variedade de domínios do currículo, ou seja “há mais consistência e mais equilíbrio entre as finalidades do currículo, o ensino e a avaliação” (Fernandes, 2005, p. 78). Segundo o autor, caso esta integração não se verifique, a avaliação surge como algo externo ao processo de ensino e de aprendizagem, passando a assumir, essencialmente, funções de natureza certificativa e seletiva, em vez de contribuir para ajudar os alunos a aprender e a desenvolver as suas aprendizagens.

A obtenção de uma articulação plena entre a aprendizagem, o ensino, e a avaliação depende, ou não, de termos a capacidade de abandonar o denominado paradigma da transmissão. Com efeito, a referida articulação só é possível se tivermos a capacidade de remodelarmos e reinventarmos profundamente a vida pedagógica das salas de aula e das escolas. O professor tem de deixar de ser um professor funcionário ou burocrata que se limita a dizer o currículo, para passar a ser um professor que seleciona e utiliza criteriosamente uma diversidade de tarefas, além de ser um promotor e facilitador da comunicação a todos os níveis, em sala de aula. Por outro lado, aos alunos devem deixar para trás o papel passivo a que estão habituados em sala de aula, para passarem a assumir

o papel de participantes ativos em todos os processos que os ajudem a aprender. No entanto, a mudança acarreta sempre resistências, “os alunos, invariavelmente, podem resistir a esse tipo de participação e os professores que tenham dificuldade em vencer essa resistência, acabam por assumir integralmente o chamado modelo tradicional: “dizer o currículo e pouco mais” (Fernandes, 2011b, p.136).

Segundo o autor as tarefas têm um papel primordial num desenvolvimento do currículo onde professores e alunos são ativos, sendo através delas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade que ocorre nas salas de aula. De facto, as tarefas devem desempenhar a tripla função de: (i) integrar as estratégias de ensino do professor; (ii) ser um meio de aprendizagem; e (iii) avaliar, estando para tal associadas a um qualquer processo de avaliação (Fernandes, 2005). A seleção de tarefas é um trabalho exigente, mas indispensável para a diferenciação do ensino e para que os alunos consigam aprender com compreensão e de forma mais aprofundada, isto é, com mais significado e de forma que a avaliação esteja totalmente integrada no processo educativo e formativo (Fernandes, 2005, 2011b). Na seleção de tarefas deve ser tido em conta o que é verdadeiramente essencial, identificando os saberes, os conceitos e os procedimentos estruturantes, sendo fundamental relacionar conceitos e domínios do currículo (Fernandes, 2005).

Em suma, caminhar numa perspetiva integrada de currículo e avaliação exige que haja consistência entre a avaliação, o currículo e as estratégias para o desenvolver, e as metodologias, fazendo, assim, sempre que possível, coincidir as tarefas de aprendizagem com as de avaliação (Fernandes, 2005). O autor alerta, no entanto, para a exigência, a vários níveis, das indispensáveis transformações como, por exemplo, políticas ativas de apoio às aprendizagens e ao ensino nas salas de aula; melhoria na elaboração dos projetos educativos, para que se transformem em documentos com mais significado; professores muito bem preparados, capazes de agir como profissionais do ensino; alunos mais ativos e responsáveis pelas suas aprendizagens, entre outras. Para tal, é fundamental que se tenha em conta e compreenda de modo aprofundado os elementos mediadores que interferem de forma relevante nessa mudança tais como: (i) os conhecimentos, as conceções e as práticas dos professores e dos alunos; (ii) as dinâmicas, os contextos e os ambientes que se constroem na sala de aula e nas escolas; (iii) a natureza e a diversidade das tarefas que se apresentam aos alunos; (iv) os papéis que cabem aos professores e alunos desempenharem no processo pedagógico. Estas e outras dimensões apresentadas no esquema seguinte relacionam-se de forma complexa e, normalmente, são consideradas importantes fontes de resistência à mudança.





Figura 4. Exemplo de dimensões a considerar no estudo e na análise da mudança de práticas de ensino e de avaliação (Fernandes, 2011b, p.137)

Desta forma, pode parecer óbvio “que os professores podem fazer muito para mudar e melhorar as suas práticas contribuindo para integrar a aprendizagem, a avaliação e o ensino.” (Fernandes, 2011b, p. 140). Todavia, de acordo com o autor, para que tal aconteça, é necessário que a investigação passe a olhar a sala de aula de uma forma mais holística, integrando e relacionando os diferentes processos que nela ocorram. Neste contexto, Ferreira (2007) salienta a necessidade de se facultar formação, acompanhada por formadores especializados, aos professores baseada no incremento e na análise de experiências inovadoras no domínio da avaliação formativa, particularmente, entre muitas outras, em relação a procedimentos de recolha e análise de informações sobre o processo de aprendizagem.

### 3.3.1 Instrumentos de avaliação

Se, por um lado, a aquisição de saberes já não é um fim a atingir, mas apenas um meio, torna-se essencial desenvolver no aluno a capacidade de aprender a aprender. Atualmente, desconhece-se o que é necessário sabermos amanhã e há a consciência de que durante a vida adulta cada individuo virá a ter diversas atividades profissionais. Por outro os atuais quadros de referência teórica em torno da avaliação apelam para a necessidade de implementação da avaliação formativa (Pinto & Santos, 2006). Neste enquadramento, é perceptível que a avaliação tem de ser muito mais do que um conjunto de testes no final dos períodos de ensino, realizados com o estrito objetivo de verificar o desempenho dos alunos perante determinadas condições. A avaliação deverá sim constituir uma parte integrante do ensino, que informa e orienta as suas decisões. É também consabido que a avaliação não deverá ser apenas feita aos alunos, mas sim feita para os alunos, de modo a orientar e melhorar as suas aprendizagens (NCTM, 2007). Em resposta à atual conjuntura,

tendo em conta os novos objetivos para o ensino e a relevância da avaliação formativa, tem surgido recorrentemente o alerta para a necessidade de diversificar os instrumentos de avaliação e a sua forma de uso (Pinto & Santos, 2006). Na mesma linha de raciocínio, Fernandes (2005) alerta para o facto de a realização, muitas vezes quase exclusiva, de testes de papel e lápis ser manifestamente insuficiente. Na verdade, se é através da avaliação que os alunos se apercebem de que tipos de atividades, experiências de aprendizagem, atitudes, valores, conhecimentos e competências são valorizadas, então é fundamental que a recolha de informação se faça através de uma grande diversidade de instrumentos, com vista a construirmos uma visão mais holística do aluno (Fernandes, 2005; Pinto & Santos, 2006; Santos, 2009). É desejável que a recolha de informação se faça através de trabalhos de diversa natureza realizados por alunos, tais como relatórios, breves comentários, observações mais ou menos estruturadas, conversas mais ou menos formais, entre outros (Fernandes, 2005). Desta forma, ao serem confrontados com esta diversidade de tarefas de avaliação “os alunos percebem que não chega *estudar para o teste* e que se espera que desenvolvam um alargado leque de aprendizagens” (p.81). Por outro lado, é consabido que sempre que se avalia se cometem erros, isto é, não há nenhuma estratégia, instrumento ou técnica que nos permita fazer uma avaliação exata das aprendizagens dos alunos. Todos têm vantagens e desvantagens e, dificilmente, garantem que a avaliação abrange o essencial de cada um dos domínios do currículo. Neste contexto, é de salientar a importância do papel da triangulação de estratégias, técnicas e instrumentos, pois é a recolha de informação com base em métodos diversificados que nos permite avaliar mais domínios do currículo, reduzir erros inerentes à avaliação e estar mais preparados para lidar com a diversidade de alunos que atualmente fazem parte das nossas salas de aula (Fernandes, 2005; Pinto & Santos, 2006, Santos, 2009). Esta necessidade é também corroborada pelos professores que reconhecem haver práticas de avaliação e métodos mais adequados uns que outros, dependendo das tarefas utilizadas em sala de aula (Santos, 2010).

Em suma, é muito importante que os instrumentos sejam bem construídos e sobretudo bem aplicados. No entanto, isso só é possível de acontecer se previamente se tiver consciência: do papel que a avaliação deve desempenhar nas salas de aula e na educação em geral; de como se deve processar a integração da avaliação num processo de ensino, que tem de estar solidamente organizado e apoiado nas didáticas específicas de cada disciplina; das melhores formas e dos melhores momentos para recolher informação de qualidade sobre os processos de aprendizagem dos alunos; das estratégias a implementar

para que os alunos desenvolvam competências no domínio da autoavaliação, da autorregulação e do autocontrolo (Fernandes, 2005). Todavia, é importante referir que o que se pretende é desenvolver contextos onde a aprendizagem aconteça, ou seja, a avaliação tem de ser uma componente do currículo e não mais uma peça que se lhe acrescenta (Santos, 2010).

### 3.3.2 Feedback

Na avaliação formativa alternativa, a comunicação e a interação entre alunos e professores assumem um papel fundamental, pois sem interação cair-se-ia na avaliação que em pouco contribui para melhorar a aprendizagem e o ensino. Por outro lado, é através da comunicação que professores e alunos devem tomar consciência da evolução e/ou dificuldades que ocorrem aquando do processo de ensino e aprendizagem. Desta forma, os alunos devem tomar consciência das dificuldades e/ou progressos em relação às aprendizagens que têm de desenvolver e os professores devem perceber as alterações que precisam de realizar para que o seu ensino possa ir ao encontro das necessidades dos seus alunos (Fernandes, 2005). O autor refere ainda que é muito diferente para os alunos receberem trabalhos sem qualquer comentário, apenas com uma simples designação ou com uma apreciação escrita, capaz de os orientar no desenvolvimento das suas aprendizagens.

Os alunos necessitam de ter acesso a orientações sistemáticas e de avaliações dos seus desempenhos, ao longo do seu trabalho, capazes de os motivarem a ir mais longe nas suas aprendizagens. “Ou seja, os alunos precisam de *feedback* acerca dos processos e produtos do seu trabalho e acerca dos seus comportamentos sociais.” (Fernandes, 2005, p. 83). Na ótica do autor, o *feedback* é absolutamente necessário para que a avaliação integre os processos de ensino e de aprendizagem, assumindo assim a sua natureza formativa. Só através de um *feedback* continuado e sistemático é possível aos alunos desenvolverem competências de autoavaliação e autorregulação das suas aprendizagens ao longo do período de ensino e aprendizagem.

O *feedback* ainda que seja uma peça fundamental do processo, per si não resolve o problema. Não basta escrever uma simples mensagem ao aluno. O *feedback* tem de ser devidamente pensado, estruturado e integrado de forma adequada no processo de aprendizagem dos alunos. É importante que o *feedback* conduza a um conjunto de ações que o aluno desenvolva com o objetivo de melhorar as suas aprendizagens, para tal os alunos têm de aprender a utilizá-lo, interpretando-o adequadamente (Fernandes, 2005).



Sobre o processo de *feedback*, Sadler (1998) afirma que se devem considerar três passos sequenciais: (i) ter em conta uma qualquer produção do aluno; (ii) analisar essa mesma produção, de acordo com um sistema de referência à escolha; e (iii) emitir uma opinião capaz de ajudar o aluno a superar as suas dificuldades.

Também Perrenoud (1998) assume que o *feedback*, per si, não é suficiente para que a avaliação seja formativa, ainda que seja necessário. Para o autor, em relação ao *feedback* há cinco aspetos a ter-se em conta. O primeiro prende-se com a natureza do mesmo e os processos cognitivos e socio-afetivos suscitados nos alunos. O segundo refere-se à relação que o *feedback* tem com o que se ensina. Ou seja, o *feedback* deve estar incluído em contratos didáticos que se estabeleceram com alunos e também na gestão global do ambiente de ensino na sala de aula. O terceiro está ligado às relações que o *feedback* tem com o conceito de ensino e aprendizagem implementado. O quarto aspeto diz respeito à sua relevância e ao seu grau de individualização. Por último, e na ótica do autor, talvez o aspeto que merece mais destaque, são os meios e os efeitos envolvidos na regulação dos processos de aprendizagem.

Em relação à natureza do *feedback*, Fernandes (2005) salienta que este pode assumir várias formas (escrito, oral, não verbal), conteúdos e processos: (i) pode estar centrado essencialmente nos resultados, e daí dar azo à realização de atividades de remediação ou reforço com o objetivo de melhorar as aprendizagens - esta é uma conceção associada à perspetiva behaviorista da aprendizagem; (ii) ou pode estar mais associado à ideia de recompensar o esforço, o que poderá melhorar a autoestima dos alunos, conduzindo a maior esforço e, conseqüentemente, a uma melhoria da aprendizagem; (iii) ou pode ser um processo deliberado e planeado que ajude os alunos a compreenderem e interiorizar o que é um bom trabalho, as estratégias cognitivas e/ou metacognitivas, os conhecimentos, as atitudes ou as capacidades que têm de desenvolver para que consigam realizar aprendizagens mais aprofundadas – neste caso, o *feedback* é concebido de forma mais orientada para os processos utilizados e mais centrado na natureza das tarefas de avaliação.

É facilmente perceptível que a última conceção está enraizada nas teorias construtivistas da aprendizagem, sendo uma conceção muito mais elaborada do que as anteriores. Para o autor, esta é a abordagem associada à avaliação formativa alternativa.

Em suma, avaliação só será efetivamente formativa se o *feedback* for utilizado de forma deliberada, sistemática e, principalmente, didática e pedagógica, capaz de apoiar, regular e melhorar os processos de ensino e aprendizagem. Assim, será um contributo,

para alunos mais autónomos, mais responsáveis pelas suas aprendizagens e mais desenvolvidos na utilização das suas competências metacognitivas (Fernandes, 2005).

### 3.4 Práticas de ensino e de avaliação

Como já foi anteriormente referido, a articulação da aprendizagem, do ensino e da avaliação não é uma tarefa fácil, no entanto é o princípio chave da avaliação formativa (Black, 2009). As dificuldades devem-se fundamentalmente ao ainda predominante paradigma da transmissão, onde o professor assume o papel de funcionário, cuja principal função é a de transmitir (muito bem) o currículo, esperando que desta forma os alunos o aprendam (Buhagiar & Murphy, 2008; Fernandes, 2011a, 2011b). Perrenoud (1999) afirma que neste paradigma os alunos estão sujeitos à ameaça da repetição ou da relegação para outras vias de ensino tradicionalmente menos exigentes. Daí terem como objetivo principal receber classificações de suficiente, o que os leva a encontrar uma forma astuta de enganar o professor, mostrando-lhe que compreendeu e domina os conteúdos lecionados, mesmo que para isso faça um estudo breve e muito intenso, recorra à sedução, ou até mesmo a uma pequena burla.

Ultrapassar esta problemática obriga a um trabalho simultâneo, “nos campos da avaliação, da didática, da relação professor aluno, do funcionamento dos estabelecimentos de ensino, da seleção” (Perrenoud, 1999, p. 188). Nesta perspetiva, torna-se imperativo alterar a escola no seu todo, pois de alguma forma tudo está interligado, daí o autor assumir que “uma outra avaliação é em larga medida uma outra escola!” (p. 188). Na mesma linha de ideias, Fernandes (2011a, 2011b) afirma que a problemática anteriormente referida só é possível ultrapassar através de uma mudança de paradigma. É necessário dar lugar ao paradigma da interação social, da comunicação e da atividade individual e coletiva, onde haja uma verdadeira relação de cooperação entre professores e alunos (Perrenoud, 1999). Dias e Santos (2013) também assumem ser necessária uma nova visão do processo de ensino e de aprendizagem, da avaliação e das formas de trabalho na prática letiva, e é ao professor que cabe o papel de dinamizador destes processos, articulando-os. Para tal, é necessário que o professor interaja com o grupo, mantendo uma participação efetiva de todos os alunos, promovendo o seu empenho e atendendo às suas necessidades reais (Teixeira & Nunes, 2014).

A convicção de que os alunos são pouco capazes é, possivelmente, uma das causas que mais afasta os professores da prática de uma avaliação formativa, todavia a investigação tem testemunhado que, independentemente da sua faixa etária, eles são capazes. São

capazes de pensar, de refletir sobre as suas ações, de serem autónomos, isto é, são capazes de aprender, basta apenas que sejam criadas condições para que tal aconteça. Basta, para isso, desenvolver de forma intencional e consciente contextos idealizados para que a aprendizagem aconteça (Santos 2010). Também Fernandes (2015) assume que é possível ensinar e avaliar para apoiar a melhoria das aprendizagens desde que: (i) os docentes estruturam as aulas, incutindo-lhes dinâmicas diversificadas de ensino e de avaliação; (ii) implementem tarefas cuidadosamente selecionadas e diversificadas. A seleção de tarefas é primordial, estas têm de ser diversificadas e facilitadoras da comunicação a todos os níveis. É através destas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade de sala de aula. Os professores têm, não só de as selecionar adequadamente, como também de as utilizar de forma criteriosa (Fernandes, 2011a, 2011b); (iii) os alunos participem de forma ativa nas atividades das aulas, empenhando-se em todos os processos que os ajudem a aprender (Fernandes, 2011a, 2011b); (iv) a interação social seja apoiada por um *feedback* sistemático e de qualidade; e (v) a avaliação de natureza formativa seja diversificada e destinada a apoiar as aprendizagens, havendo momentos de auto e heteroavaliação.

Segundo Perrenoud (1999), as salas de aula, onde se pratica efetivamente uma avaliação formativa, são salas de aula em que cada um dos intervenientes assume as suas tarefas. Todavia, este modo de funcionamento requer uma nova conceção da equidade e da igualdade face ao sistema, alguma tolerância face à desordem e à diferença, e capacidades de autorregulação e de autoavaliação de todos os intervenientes. A avaliação formativa tem que ser cooperativa, negociada, variada, centrada nas tarefas e nos processos de aprendizagem em vez de centrada na pessoa, deixando de haver lugar para a condenação de um aluno em função dos seus desempenhos.

Potenciar os momentos de aprendizagem é sinónimo de potenciar a avaliação formativa. Para tal, é necessário haver uma prática intencional, que faça por prever e enumerar possíveis dificuldades e erros a surgir na sala de aula, o *feedback* oral a fornecer aos alunos aquando dessas situações, estratégias previamente pensadas a desenvolver em aula e a organização do trabalho, entre outros. Não menos importante é a previsão de momentos de diferenciação pedagógica como resposta às diversas dificuldades que os alunos apresentam, por exemplo através da proposta de tarefas com níveis de aprofundamento distintos (Santos, 2009). Nesta perspetiva “a avaliação deverá permitir abordagens múltiplas, resultando no aprofundamento das informações sobre cada aluno e permitindo que cada um mostre os seus pontos fortes” (NCTM, 2007, p. 25).



Avaliar passa pela comparação contínua entre o que é feito e o que se espera que seja alcançado num determinado quadro de referência, e de entre um conjunto de objetivos bem definidos. Daí a relevância dos critérios de avaliação, uma vez que é através da sua utilização que nos é possível destacar certas características do objeto em análise e ignorar outras, menos relevantes (Santos, 2009). Para a autora, esta tarefa só é possível se houver uma profunda compreensão do que é essencial e do que é acessório. Neste contexto, e se o objetivo é haver alunos cada vez mais autónomos na sua capacidade de autoavaliação, é fundamental que estes se apropriem dos critérios de avaliação que o professor utiliza e, consequentemente, que ele considera importante. Fernandes (2015) também salienta a importância de uma boa utilização dos critérios de avaliação. Black (2009) refere mesmo que o facto de os alunos não compreenderem os critérios de avaliação enfraquece o sistema de avaliação. A melhoria das aprendizagens está associada à sua clarificação junto dos alunos, que os aprenderam a utilizar. Critérios claros para os alunos ajuda-os a centrarem-se no que têm que aprender e a melhorar a sua motivação, tal como as suas capacidades metacognitivas, de análise e de autorregulação.

Perante o acima referido, Black (2009) alerta para as dificuldades que os professores têm tido na elaboração de critérios de avaliação. As dificuldades principais prendem-se com o facto de estes poderem ficar muito grandes e vagos, perdendo-se o seu valor formativo, ou por outro lado muito específicos, o que leva os professores a perderem a noção do todo, acabando por fragmentar o ensino e por se perder as características gerais e relacionais dos conteúdos. Perante este problema, Santos (2009) afirma que o importante é os professores não desistirem. Começarem pouco a pouco, de modo a ganharem confiança na sua elaboração, reformulando-os sempre que se justifique, “seguindo um processo de sucessivos aperfeiçoamentos” (p. 89).

Por fim, é ainda importante referir que quando realizada de forma correta, a avaliação formativa não só ajuda os professores a tomar decisões acerca do conteúdo e formas de ensino, como também permite determinar as aquisições que os alunos fizeram, isto é também permite classificar as suas aquisições (NCTM, 2007), “ao produzir informações uteis para satisfazer propósitos sumativos” (Black, 2009, p. 197).

Em suma, o trabalho do professor na preparação da aula tem de ser criativo, mas também de gestão curricular. O professor tem de interpretar, gerir, planear, aplicar as suas opções curriculares, explorar as situações, e as experiências desenvolvidas, e reformular objetivos e estratégias em função dos acontecimentos de sala de aula. As práticas de avaliação deverão contribuir para o melhoramento de ensino e da aprendizagem de

diferentes maneiras: as tarefas utilizadas no ensino, na aprendizagem e na avaliação deverão transmitir aos alunos informações sobre o tipo de conhecimento e desempenho matemático valorizados; o *feedback* deve ajudar os alunos na consecução dos objetivos educacionais, a utilização de tarefas adequadas e a discussão dos critérios de avaliação deverão contribuir para o desenvolvimento da autoavaliação e da autorregulação (Dias & Santos, 2013).

### 3.4.1 Papel do professor

A incorporação da avaliação formativa na ação docente vai obrigar a mudanças profundas do papel do professor (Fernandes, 2005; Pinto & Santos, 2006; Black, 2009; Santos, 2010). O facto de o professor estar quotidianamente em sala de aula coloca-o numa situação privilegiada para obter informações sobre as aprendizagens, as dificuldades, os interesses, as intenções e as motivações dos alunos. Cabendo-lhes, por isso, a difícil tarefa de interpretar a informação recolhida e usar as evidências para adaptar o ensino às suas necessidades reais (Araújo, 2015), com o objetivo de conseguir que os alunos aprendam melhor, com mais compreensão, utilizando as suas competências, nomeadamente as do domínio cognitivo e metacognitivo (Fernandes, 2015). Uma missão, segundo o autor, possível apenas com o papel imprescindível dos professores, que têm a responsabilidade, por exemplo de: organizar o processo de ensino; propor tarefas adequadas aos alunos; definir previamente e de forma clara os propósitos e a natureza do processo de ensino e de avaliação; diferenciar estratégias; utilizar um sistema contínuo e inteligente de *feedback*, capaz de apoiar efetivamente os alunos na regulação das suas aprendizagens; fazer um ajuste sistemático do ensino às necessidades dos alunos; e criar um clima adequado de comunicação interativa entre os alunos e entre alunos e professores.

Além disso, cabe ainda aos professores a difícil tarefa de clarificar, junto dos alunos, os critérios de avaliação. Deve traduzir os objetivos do currículo numa linguagem acessível a todos os alunos, de modo a que estes os consigam entender, relacionando-os diretamente com o esforço que têm de ter para conseguir aprender. Além disso, os objetivos devem ser alcançáveis num curto prazo e adequados às possibilidades de sucesso dos alunos. Dias e Santos (2013) referem ainda que para o desenvolvimento da autorregulação é necessário que os alunos se apropriem gradualmente do significado que os professores atribuem aos critérios. O uso de uma tabela de descritores é certamente

uma excelente forma de contribuir para a tão necessária explicitação dos critérios de avaliação, junto dos alunos.

Black (2009) afirma que o facto de muitos alunos poderem adquirir hábitos de fazer apenas o mínimo indispensável para seguir em frente, ou deixarem de acreditar que podem ser competentes em relação a um determinado conteúdo, vai obrigar à reformulação do contrato entre professor e aluno. Segundo o autor, vai haver a necessidade de se deslocar mais responsabilidade para os alunos, de modo a reduzir-se o peso que os professores carregam atualmente. Não obstante, é certo que a postura do professor que classifica, mas que simultaneamente também se preocupa em integrar e ajudar o aluno no desenvolvimento do seu projeto, tem de ser distinta da postura do professor que se limita a dar notas. Na realidade, a postura de conselheiro ou consultor obriga-o a aproveitar o erro, considerando-o numa perspetiva formativa, o que significa “colocar a avaliação dentro do próprio processo de aprendizagem” (Pinto & Santos, 2006, p. 89). O NCTM (2007) refere mesmo que o professor deverá fazer um esforço para identificar as melhores ideias dos alunos, a partir das quais poderão progredir, muito mais do que quando se centram apenas nos erros e nos equívocos.

Como já foi afirmado anteriormente, o papel do professor na prática da avaliação formativa tem de estar muito sustentado e apoiado na didática, nos processos de comunicação, em particular no *feedback*, no desenvolvimento de ambientes interativos e na criação de um ambiente de sala de aula que estimule e valorize a participação responsável dos alunos. Outras funções relevantes do professor, neste contexto, são a seleção de tarefas, a clarificação e a transparência relativamente aos objetivos de ensino e de aprendizagem, e ao papel da avaliação, às estratégias que facilitem a participação e o envolvimento ativo dos alunos na regulação das aprendizagens, bem como a utilização de uma adequada diversidade de estratégias, técnicas e/ou instrumentos de recolha de informação (Fernandes, 2005). Associado ao já anteriormente referido, salienta-se o papel central do professor na promoção da autoestima e da motivação dos seus alunos, promovendo desta forma o seu envolvimento ativo na aprendizagem e na avaliação, que é para o autor um dos papéis mais relevantes que o professor pode desempenhar.

Pinto e Santos (2006) afirmam que a partir do momento em que a avaliação abandonar a ideia de medida, os seus atores, professores e alunos, irão ganhar notoriedade no processo de avaliação.

No entanto, o sucesso das mudanças aqui propostas depende em grande parte do apoio que os professores possam vir a ter. É importante que as instituições de formação criem



espaços onde os professores possam receber sugestões e ideias que a literatura forneça e/ou troquem planos e experiências com outros colegas que estejam a trabalhar para o mesmo fim. Além disso, é fundamental que os professores trabalhem em conjunto, apoiando-se uns aos outros de forma a conseguirem enfrentar as pressões que certamente irão surgir (Black, 2009).

### 3.4.2 Papel do aluno

A avaliação formativa pressupõe uma partilha de responsabilidades entre professores e alunos, no que diz respeito à avaliação e à regulação das aprendizagens. É certo que o desenvolvimento deste tipo de avaliação implica mudanças, não só no papel dos professores, como também no dos alunos. A compreensão desta premissa pode fazer a diferença nos alunos, dando-lhes a confiança que eles necessitam para que desenvolvam a capacidade de fazerem algo por forma a ultrapassarem as suas dificuldades (Black, 2009).

Desta forma, o aluno deve ser envolvido na sua avaliação, assumindo um papel ativo, por forma a tornar-se consciente e a ser capaz de gerir os seus conhecimentos e a capacidade de os desenvolver. O facto de o aluno ser capaz de se autoavaliar e de autorregular as suas aprendizagens está dependente do modo como ele aprende a lidar com o processo de ensino e aprendizagem, ao se confrontar com a necessidade de construir novos conhecimentos (Dias & Santos, 2013).

Na perspetiva de Fernandes (2005), para conseguirem aprender melhor e mais aprofundadamente, os alunos têm de ter a responsabilidade de: participar ativamente nos processos de aprendizagem e avaliação; desenvolver tarefas propostas pelo professor e/ou as que resultam da sua escolha e iniciativa; utilizar o *feedback* fornecido pelos professores para regular as suas aprendizagens; analisar o seu trabalho através dos seus processos metacognitivos e da autoavaliação; regular as suas aprendizagens tendo por base os resultados da autoavaliação e dos seus recursos cognitivos e metacognitivos; partilhar o seu trabalho, as suas dificuldades e os seus sucessos com os colegas e com o professor; organizar o seu processo de aprendizagem.

Em suma, os alunos serão responsáveis principalmente pelo desenvolvimento dos processos referentes à autoavaliação e à autorregulação das suas aprendizagens. No entanto, para que este processo possa ter sucesso é necessário que os alunos se apropriem dos critérios de avaliação, sendo por isso fundamental que o professor os explicita, antes do início de uma determinada tarefa (Dias & Santos, 2013).

### 3.5 Síntese

Atualmente, as práticas de avaliação estão no centro do sistema educativo. A avaliação tem cada vez mais um lugar de destaque no processo educativo. Por outro lado, há muitos anos que a investigação reconhece a necessidade de se alterar, para melhor, as práticas de avaliação das aprendizagens dos alunos.

O conceito de avaliação tem sofrido muitas alterações ao longo dos anos e foi estando sempre associado a diferentes perspetivas ideológicas, epistemológicas, psicológicas e pedagógicas. A forma como se concebe e implementa a avaliação está intimamente ligada com as funções que se atribui à escola na sociedade; com os critérios de validação de conhecimentos; com a forma de entender a natureza do conhecimento e o processo de aprendizagem; e, consequentemente, com a perspetiva de ensino e aprendizagem onde se baseia a prática docente em sala de aula.

A mudança de práticas avaliativas requer, na nossa perspetiva, a capacidade de enquadrar conceptualmente o que se faz e o que se pretende fazer. Desta forma, considerou-se importante fazer uma breve caracterização das três gerações de avaliação que Guba e Lincoln (1989) distinguem. São elas a avaliação como medida, como descrição e como juízo de valor. Na opinião dos autores, as três gerações de avaliação estão associadas a outras tantas perspetivas, abordagens, significados e conceptualizações, possíveis de identificar ao longo dos últimos cem anos, aproximadamente. A primeira geração trata-se de uma conceptualização em que avaliar é sinónimo de medida. Infelizmente, pelo que foi escrito ao longo do capítulo, pode-se afirmar que as características desta avaliação ainda influenciam consideravelmente os atuais sistemas educativos. A segunda geração procurou superar algumas falhas e limitações da anterior, e o que principalmente a diferencia da conceptualização desta é o facto de nesta geração se formularem objetivos comportamentais e de se verificarem se são ou não atingidos. A terceira geração também nasce da necessidade de se ultrapassar falhas da anterior, e é a geração em que a avaliação começa a alargar verdadeiramente os seus horizontes. É nesta geração que surgem ideias como a definição de critérios de avaliação, a importância dos contextos de ensino e aprendizagem nos processos de ensino e avaliação, a importância de a avaliação envolver todos os intervenientes no processo, a recolha diversificada de informação e a avaliação como uma prática reguladora do ensino e da aprendizagem.

A avaliação formativa é uma avaliação para a aprendizagem, cujo principal objetivo é fazer com que os alunos aprendam com compreensão, desenvolvendo competências do domínio cognitivo e metacognitivo. A avaliação formativa é uma construção social complexa, um processo fortemente pedagógico, integrado plenamente no ensino e na aprendizagem, deliberado, interativo e cuja função principal é a de regular e melhorar as aprendizagens dos alunos.

Atualmente, não faz qualquer sentido considerar os processos de ensino, avaliação e aprendizagem como entidades de mundos distintos. Nesta perspetiva, é necessário haver um estreito relacionamento entre a avaliação, o currículo, as estratégias a desenvolver em sala de aula, e as metodologias, o que obriga, sempre que possível, que as tarefas de aprendizagem sejam coincidentes com as de avaliação.

Contudo, a alteração de práticas de avaliação, com recurso a novas e inovadoras formas de avaliar os alunos, implicará sempre mudanças profundas nas formas de organizar e desenvolver o ensino e vice-versa (Perrenoud, 1999; Fernandes, 2015).

O desenvolvimento da avaliação formativa implica mudanças quer no papel do professor, quer no do aluno. Neste contexto, cabe ao professor ser criativo na gestão curricular e na preparação de aulas. As tarefas devem ser simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação, devendo transmitir informações claras e precisas ao aluno sobre o seu conhecimento. O *feedback* fornecido deve ajudar os alunos a atingirem os objetivos propostos e os critérios de avaliação deverão ajudar a desenvolver a capacidade de os alunos se autoavaliarem e autorregularem. Quanto aos alunos devem assumir um papel ativo na gestão dos seus conhecimentos e na capacidade de os desenvolver. Cabe-lhes principalmente a responsabilidade pelo desenvolvimento dos processos referentes à autoavaliação e autorregulação das suas aprendizagens.

Em suma, a mudança não só é possível, como está ao alcance de todos. É possível melhorar o que é aprendido e o modo como é aprendido. É certo que a avaliação formativa não é a resolução para todos os problemas dos sistemas de ensino, mas é com certeza um processo essencial ao apoio dos alunos no desenvolvimento das suas aprendizagens, em especial àqueles que têm mais dificuldade em aprender. No entanto, é ainda importante referir que o sucesso das mudanças aqui veiculadas depende fortemente do apoio que os professores possam vir a ter. É importante que lhes seja facultada formação de qualidade, além da possibilidade de trabalharem em conjunto, pois só assim conseguirão enfrentar os desafios inerentes a este processo.



## Capítulo 4 - Álgebra e Pensamento Algébrico

### 4.1 Álgebra – Diferentes perspectivas

A evolução da vida moderna e o consequente crescimento da importância da tecnologia levaram à globalização da Matemática, ou seja, o domínio da Matemática tornou-se essencial para o sucesso pessoal, no emprego e até na participação ativa na sociedade moderna. Desta forma, faz todo o sentido afirmar que, atualmente, o principal objetivo da educação matemática é desenvolver diferentes formas de pensar nos alunos (Eroglu & Tanisli, 2015).

Ensinar matemática, atualmente, exige que o professor envolva os alunos numa aprendizagem significativa, através de experiências individuais e colaborativas capazes de promoverem o sentido das ideias matemáticas e desenvolverem o raciocínio matemático (NCTM, 2017). Por outro lado, ser-se “bom” aluno a Matemática implica que se seja algebricamente competente (Fouche, 1997). Quem não conseguir entender razoavelmente a linguagem abstrata da álgebra e não tiver a capacidade de a usar na resolução de diferentes problemas e situações, fica fortemente restringido na sua competência matemática (Ponte, 2005b).

Durante o século XVI, a história da Matemática sofreu uma grande transformação, sendo a primeira vez que a ciência moderna ultrapassa de forma clara os êxitos da Antiguidade. Estamos numa nova etapa, a da álgebra simbólica. É nesta época que surgem os progressos na resolução de equações e uma nova teoria, a teoria das equações. Posteriormente, no século XVII surgiu o atualmente designado Teorema Fundamental da Álgebra (Ponte, Branco e Matos, 2009). Já no século XIX, após a demonstração do teorema fundamental da Álgebra e da demonstração de que não existem métodos gerais (algébricos) para a resolução de equações de grau superior ao 4.º, a Álgebra sofreu uma profunda evolução. O estudo das equações algébricas esgotou-se e a atenção dos matemáticos voltou-se para o estudo das estruturas abstratas como grupo, espaço vetorial, anel, corpo e conjunto (Ponte, 2006).

No Século XX, a conceção do que é a Álgebra começou a sofrer alterações. Gradualmente, a Álgebra deixa de estar associada estritamente à manipulação simbólica e passa a ser reconhecida não só como uma forma de pensar, mas também como um método de observar e expressar relações. É o caminho para a generalização dos padrões que fazem parte da nossa atividade diária (Moses, 1997).

No final dos anos cinquenta do século passado, na lógica da nova era da Matemática, o *College Entrance Examination Board's* lançou um programa que tinha como finalidade definir uma nova abordagem à álgebra elementar, onde era referido que os alunos deveriam compreender a natureza e o papel do raciocínio dedutivo; analisar estruturas matemáticas (padrões); serem capazes de analisar variáveis, funções e relações; e tratar desigualdades em conjunto com as equações (Kilpatrick & Izsák, 2008). O conceito tem variado ao longo dos tempos entre uma das duas orientações: a primeira, onde predominam os símbolos e a aplicação de técnicas algébricas; e a segunda, mais recente, onde se privilegia uma abordagem funcional, que permite modelar e resolver situações da realidade (Duarte, 2011). Ou seja, após uma visão simbólica e manipulativa da Álgebra evoluiu-se para uma outra que coloca no centro da Álgebra relações matemáticas abstratas (Ponte 2006; Kieran, 2007a).

Atualmente, o grande objetivo do estudo da Álgebra, ao nível escolar, é o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Em suma, quando se fala em pensamento algébrico, fala-se nos objetos e nas relações existentes entre eles, que devem ser representadas, o mais possível, de modo geral e abstrato e sobre as quais se deve raciocinar (Ponte, 2006). Já Blanton e Kaput (2005) caracterizam o pensamento algébrico como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (p. 413). Podendo, assim, afirmar-se que uma das formas privilegiadas para o desenvolvimento deste tipo de raciocínio é o estudo de padrões (Orton & Orton, 1999; Ponte, 2006; Vale, Palhares, Cabrita, & Borralho, 2006; Barbosa, 2007).

Segundo o NCTM (2000), o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. No que se refere ao estudo de estruturas, os alunos devem compreender padrões, relações e funções; na simbolização, devem conseguir representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; quanto à modelação devem ser capazes de usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e, por fim, devem ainda analisar a variação em diversos contextos.

Carraher e Schliemann (2007) definem Álgebra, recorrendo apenas a duas vertentes principais: (i) o trabalho com variáveis (em particular, aritmética com variáveis), construção de expressões, modelação de situações concretas com expressões e equações (ma-

nipulação, simplificação e resolução das mesmas); e (ii) o trabalho com a estrutura algébrica a partir, inicialmente, de regras da aritmética que conduzem à manipulação de expressões e que, juntamente aos princípios de transformação das equações, constituem a base das técnicas algébricas. Esta ideia reflete o facto de os autores considerarem que a aritmética tem um carácter potencialmente algébrico, daí defenderem que chega a ser difícil distinguir a aritmética da Álgebra elementar.

Kaput (2008) acrescentou uma terceira vertente às duas anteriormente já referidas, a da Álgebra<sup>4</sup> como o estudo das funções, relações e da covariação. Este autor considera que a álgebra possui dois aspetos nucleares: (i) a generalização e formalização de padrões e restrições; e a (ii) manipulação de formalismos guiada sintaticamente. Estes aspetos encontram-se presentes ao longo das três vertentes que a Álgebra pode assumir e que o autor sintetizou da seguinte forma:

1. Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas abstraídos a partir do resultado de operações e estabelecimento de relações, incluindo os que surgem na aritmética (álgebra como aritmética generalizada) ou no raciocínio quantitativo;
2. Álgebra como o estudo de funções, relações e de variação conjunta de duas variáveis (covariação);
3. Álgebra como aplicação de um conjunto de linguagens de modelação, tanto no domínio da Matemática, como no seu exterior (p.11).

Tal como nos autores anteriores, a vertente relativa à aritmética generalizada também se baseia no carácter algébrico da aritmética, que deve ser explorado de forma sistemática e explícita, expondo a sua generalidade. É a partir da estrutura da aritmética que os aspetos sintáticos da Álgebra se podem construir, o que torna necessário analisar as expressões em termos da sua forma e não através do seu cálculo (Canavarro, 2007). Na segunda vertente, usualmente designada por pensamento funcional, inclui-se a generalização através da ideia de função, que pode ser entendida, por exemplo, como um processo de variação sistemática de casos particulares, ao longo do domínio. Neste ponto, é importante salientar que quando se colocam as funções no centro da Álgebra a conceção das letras deixa de estar apenas associada à incógnita, mais frequente na aritmética, para passar a estar também forçosamente associada à de variável (Carraher & Schliemann, 2007). O aspeto sintático da Álgebra, terceira vertente, serve para descrever regularidades através

<sup>4</sup> Tanto Kaput como Carraher e Schliemann (2007) usam o termo Álgebra atribuindo-lhe o significado de pensamento algébrico.



de símbolos, para acompanhar diversas expressões relativas à mesma regularidade ou para fazer previsões de determinados valores de uma função. Esta vertente é frequentemente iniciada através da generalização de padrões, o que vem corroborar o já anteriormente referido por outros autores, quando referem que o estudo de padrões ajuda no desenvolvimento do pensamento algébrico.

No entanto, a visão da Álgebra escolar ainda se mantém pouco apelativa, associada a regras de manipulação e transformação de processos de resolução de equações (Ponte, 2006; Barbosa, 2007; Ponte, Branco & Matos, 2009; Duarte, 2011). A ideia de pensamento algébrico anteriormente referida continua a contrastar com a conceção geral de Álgebra ainda vigente nas escolas, derivada da experiência escolar de várias décadas (Canavarro, 2007). Para muitos alunos, a Álgebra ainda é vista como um conteúdo sem grande significado, muito exigente, que se limita a dificultar-lhes o estudo (Barbosa, 2007). Moses (1997) afirma mesmo que basta ouvirem a palavra álgebra para que surjam nos alunos imagens imediatas de resoluções de equações intermináveis e histórias de problemas difíceis, quase sempre associadas ao fracasso dos alunos. Na realidade, a forma como se vê a Álgebra está diretamente relacionada com a forma desta ser ensinada e aprendida. A Álgebra escolar, usualmente, tem sido trabalhada como um conjunto de procedimentos desarticulados, não só do conhecimento matemático, mas também do mundo real dos alunos (Kaput, 1999).

O desenvolvimento do pensamento algébrico possibilita uma abordagem à Matemática mais integrada e interessante, o que irá proporcionar uma aprendizagem mais significativa dos diferentes conteúdos (Canavarro, 2007), daí a importância de o desenvolver desde o início da escolaridade.

Em suma, o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, sistemas de equações, inequações e funções. Abrange ainda a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas de diferentes domínios. Outro elemento central no pensamento algébrico é a generalização, que permite descobrir e comprovar propriedades que se verificam em toda uma classe de objetos (Ponte, Branco & Matos, 2009). Integra ainda a capacidade de manipular símbolos, mas tão ou mais importante é o desenvolvimento do sentido do símbolo, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa, na resolução de problemas e descrição de situações diversas, os símbolos matemáticos (Arcavi, 2006). Ou seja, não é possível reduzir a Álgebra ao trabalho com o simbolismo

formal, pelo contrário aprender Álgebra significa que o aluno é capaz de pensar algebricamente em diversas situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação (Ponte, Branco & Matos, 2009).

#### 4.2 Pensamento algébrico - Desafios para professores e alunos

Atualmente, é aceite pela comunidade científica que a transição da Aritmética para a Álgebra é uma das grandes dificuldades dos alunos (Barbosa & Borralho, 2009a; Sinitsky, Ilany e Guberman, 2009).

Além disso, é consabido que o desenvolvimento do pensamento algébrico exige a utilização de práticas de ensino apropriadas, onde os alunos tenham a oportunidade de explorar padrões e relações numéricas generalizando-os, a possibilidade de explicitar as suas ideias e onde possam discutir e refletir sobre as mesmas, em detrimento da aprendizagem descontextualizada de regras de manipulação simbólica (Barbosa & Borralho, 2009b).

Todavia, falar nos desafios que se colocam a alunos e professores, no desenvolvimento do pensamento algébrico é falar também nos desafios que a Matemática escolar atualmente enfrenta. Ou seja, um programa de Matemática de excelência exige educadores que assumam a responsabilidade pelo sucesso matemático de todos os alunos e pelo seu crescimento profissional, pessoal e coletivo, que desenvolvam um ensino efetivo, capaz de envolver os alunos numa aprendizagem significativa, e que promova o raciocínio matemático, além da capacidade de entender o sentido das ideias matemáticas, onde a avaliação faça parte integrante do processo de ensino, fornecendo evidências sobre a competência em conteúdos e práticas matemáticas importantes, onde o feedback sirva não só aos alunos, como também aos professores, no sentido de os ajudar a tomar decisões sobre o ensino NCTM (2017).

Raciocinar implica ser capaz de encadear de forma lógica e justificada diversas asserções. Em Álgebra, isso faz-se recorrendo, maioritariamente, a símbolos, em particular letras de variados alfabetos e sinais. Na realidade, os símbolos assumem um papel de destaque, sendo primordiais para a resolução de problemas, uma vez que permitem expressar ideias matemáticas de forma rigorosa e sintetizada. Não obstante, os símbolos assumem significados diversos, conforme o contexto em que são usados, o que dificulta a sua interpretação por parte dos alunos (Ponte, Branco & Matos, 2008). Segundo os autores, o raciocínio em Álgebra necessita da compreensão da linguagem

algébrica, sendo por isso fundamental que o professor compreenda a natureza e a origem das dificuldades dos alunos.

Devlin (2002) afirma mesmo que uma grande parte da matemática não existiria sem a existência dos símbolos algébricos. No entanto, de acordo com o autor, este aspeto linguístico da Matemática é muitas vezes desvalorizado, principalmente na atualidade. Shoenfeld e Arcavi (1988) também alertam para o facto dos programas de Matemática assumirem a utilização de variáveis como algo que, após uma prática continuada, os alunos passam a compreender, o que não é de todo verdade.

A linguagem algébrica, ou seja, os símbolos, permitem um distanciamento aos elementos semânticos por eles representados. Daí o poder da simbologia algébrica e da sua sintaxe, capazes de ganhar vida própria, tornando-se poderosas ferramentas na resolução de problemas. No entanto, se por um lado esta é a sua grande força, é também simultaneamente a sua principal fraqueza, na medida em que esta autonomia leva muitas vezes a que os símbolos se desliguem dos seus referenciais iniciais, correndo o risco de perder todo o sentido (Ponte, Branco & Matos, 2008). Facto que, para os autores ocorre “quando se utiliza a simbologia de modo abstrato, sem referentes significativos, transformando a Matemática num jogo de manipulação, pautado pela prática repetitiva de exercícios envolvendo expressões algébricas, ou quando se evidenciam apenas as propriedades das estruturas algébricas” (p. 90), em diferentes domínios, sobretudo na Matemática moderna (Devlin, 2002; Ponte, Branco & Matos, 2008).

Neste contexto, Shoenfeld e Arcavi (1988) defendem que na Matemática escolar a construção do conceito de variável é um processo complexo que merece especial atenção, devendo mesmo ser considerado como um conteúdo central no ensino e na aprendizagem da Matemática. Ser capaz de utilizar a noção de variável com significado facilita a transição da Aritmética para a Álgebra e proporciona a construção de conceitos matemáticos mais avançados, em anos de escolaridade futuros.

De acordo com Ponte, Branco & Matos (2008), a aprendizagem da Álgebra deve ter como principal objetivo a compreensão dos seus conceitos fundamentais. Todavia, é importante continuar a valorizar o simbolismo, mas fomentado a sua apropriação em contextos de trabalho significativos, quer de carácter matemático (estudo de relações e regularidades), quer extra-matemático (modelação e variação). Em suma, deve-se trabalhar para desenvolver o pensamento algébrico, nas suas diversas vertentes, propiciando aos alunos a elaboração de raciocínios cada vez mais abstratos e complexos.



### 4.2.1 Práticas de ensino e de avaliação

A Álgebra como tema central do ensino da Matemática continua a atrair a atenção de professores e investigadores, no sentido de se encontrar uma forma de a trabalhar em sala de aula capaz de a tornar acessível a todos os alunos (Chapman, 2013).

De acordo com o que já foi referido nos capítulos anteriores, ensinar é uma ação inteligente sedeadada num conhecimento profundo e dinâmico, que torna o professor capaz de interpretar e transformar os conteúdos que leciona de forma a permitir que os alunos sejam capazes de se apropriar destes. É, assim, necessário que o professor possua um conhecimento matemático especializado, específico para o ensino de forma a conseguir transformar os conteúdos percetíveis e significativos para os alunos (Roldão, 2007). Neste contexto, cabe ao professor escolher a estratégia mais adequada ao ensino da Álgebra, para que esta venha a ser verdadeiramente compreendida.

Segundo Chazan e Yerushalmy (2003), para que haja uma aprendizagem dos conceitos algébricos com significado, o trabalho de sala de aula não se deve basear apenas na realização de tarefas-tipo bem estruturadas, uma vez que os alunos necessitam de usufruir de vivências relacionadas com o pensamento algébrico gerado em contexto não escolar. Desta forma, mais do que mecanizar um conjunto de manipulações simbólicas, estes autores defendem que se estabeleçam conexões entre as experiências vividas em meio escolar e as conceções que os alunos adquirem nas vivências do dia-a-dia. Nesta linha de ideias, Arcavi (2006) defende que as práticas de sala de aula devem motivar os alunos para a Álgebra, ou seja, esta deve surgir como uma necessidade.

Uma possível resposta a esta questão poderá ser a algebrização dos problemas, ou seja, algebrizar os problemas numéricos revelando o seu potencial algébrico, pode ser um caminho para o desenvolvimento do pensamento algébrico (Duarte, 2011). Daí a importância da ligação entre os Números e a Álgebra, que pode ser feita através da transformação de atividades numéricas em atividades algébricas, transformando-se problemas com uma resposta numérica simples noutros que permitam construir padrões, conjecturar, generalizar e justificar factos e relações matemáticas. Esta variação na forma de apresentar o problema pode levar à transformação de um simples problema aritmético, numa questão algébrica (Orton & Orton, 1999; Brocardo *et al.*, 2006). Também o NCTM (2000) defende que, grande parte das estruturas e do simbolismo algébricos deverão ser construídos a partir de diversificadas experiências de alunos com os números. Além disso, refere ainda que além dos números a Álgebra também está interligada com a Geometria e a análise de dados.

Duarte (2011) também refere que as tarefas algebrizadas, com recurso a múltiplas representações como forma privilegiada de modelação e de expressão da generalização, promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, além da sua compreensão. Todavia, tal facto, é reconhecido por Malara (2005) como uma abordagem exigente. A procura de relações entre a Aritmética e a Álgebra exige ao professor um ensino metacognitivo, em que este através da tradução e interpretação de expressões em linguagens naturais e formais pode conseguir que os alunos entendam o significado dos sinais e dos símbolos usados e assim se apercebam da relevância da escrita formal.

Kaput e Blaton (2001) referem três linhas de ação para algebrizar a experiência matemática de professores e alunos: (i) elaborar tarefas que levem os alunos a generalizar e, consecutivamente, a formalizar essa mesma generalização, identificando padrões; (ii) munir professores de um sentido algébrico, para que consigam aproveitar as oportunidades que surjam na sua prática; (iii) criar uma prática e uma cultura de sala de aula favorável ao desenvolvimento deste trabalho. Desta forma, o professor deve preparar problemas de generalização, criteriosamente selecionados ou algebrizar problemas aritméticos, que podem ser retirados e adaptados dos manuais dos professores, desde que sejam transformados em problemas que exijam raciocínio algébrico.

A reflexão sobre as dificuldades sentidas pelos alunos no estudo da Álgebra deve estimular o professor a questionar-se sobre as experiências a proporcionar aos alunos, de modo a apoiá-los na sua aprendizagem (Nunes & Alves, 2005). Perante esta afirmação é importante alertar para a dificuldade que os professores têm em planificar. Serrazina (2017) afirma que planificar é uma tarefa necessária, mas exigente. A planificação tem de ter presente os objetivos das aulas estritamente ligados aos conteúdos a ensinar, tarefas a propor aos alunos, o papel a desempenhar pelos professores em cada fase da aula, métodos de trabalho e formas de avaliar as aprendizagens desenvolvidas. Além disso, a planificação de uma aula tem ainda que estar inserida numa planificação mais ampla de modo a estar relacionada com o já realizado, mas também com o que se prevê realizar na aula seguinte.

Muitas aulas de Álgebra ainda hoje se restringem à resolução de exercícios, com um ou outro problema pelo meio. Porém, como já foi referido anteriormente, além de exercícios e problemas o professor precisa de propor também tarefas de exploração capazes de levar os alunos à construção de novos conceitos e ao desenvolvimento de modos de representação e do raciocínio matemático (Ponte & Branco, 2011). Para tal, é essencial que os docentes planifiquem as suas aulas, por forma a facultarem aos alunos

experiências com variáveis que realmente variem de valor, problemas de raciocínio algébrico com caminhos de soluções múltiplas, e que permitam abordagens criativas, onde os alunos sejam encorajados a explorar métodos de resolução alternativos (Nunes & Alves, 2005). Ou seja, nas aulas de Álgebra é preciso dar atenção às tarefas, aos modos de trabalho, ao discurso e aos papéis do professor e dos alunos (Ponte & Branco, 2011). Outro aspeto a não descurar é a avaliação, que tem de ser assumida como um processo pedagógico cujo propósito principal seja o de ajudar os alunos a aprender e os professores a ensinar melhor. Desta forma, considerar os processos de ensino, avaliação e aprendizagem como entidades de mundos distintos é um não senso (Fernandes, 2011a). Nesta perspetiva, é necessário haver uma estreita ligação entre a avaliação, o currículo, as estratégias a desenvolver em sala de aula e as metodologias. Todavia, isso só é possível se os professores apostarem na seleção e utilização criteriosa de tarefas diversificadas, além de promover e facilitar a comunicação a todos os níveis. Quanto aos alunos também têm que ter um papel ativo nos processos que os ajudam a aprender. Ambos, professores e alunos, têm de estar integrados num espaço de interações (Engestrom, 1999). Não obstante, estas recomendações são mais fáceis de enunciar do que concretizar, uma vez que exigem “uma sofisticada preparação profissional e a mobilização, integração e utilização de uma diversificada teia de conhecimentos e capacidades” (Fernandes, 2011a, p. 95). Segundo o autor, as tarefas devem desempenhar o papel principal num desenvolvimento do currículo em que alunos e professores têm um papel ativo, sendo através delas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade de sala de aula. Mas atenção, a seleção de tarefas é um processo exigente, ainda que indispensável na diferenciação do ensino, e para que os alunos consigam aprender com compreensão e mais aprofundadamente, mas também para que a avaliação esteja totalmente integrada no processo educativo e formativo.

Em suma, desenvolver o pensamento algébrico nos alunos requer uma alteração nas conceções dos professores sobre o que é ensinar e aprender matemática, sendo fundamental que o professor possua conhecimentos matemáticos e didáticos inovadores (Barbosa, 2007; Portugal & Astudillo, 2013).



#### 4.2.1.1 Tarefas

Como pode ser percebido pelo referido no ponto anterior, as tarefas representam um papel fundamental em qualquer aula de Matemática e, em particular, naquelas cujo objetivo é desenvolver o pensamento algébrico. Além de ser a partir delas que os alunos desenvolvem a atividade matemática (Canavarro, 2007; Pereira, 2012), e daí poder-se afirmar que são tarefas de ensino e aprendizagem, estas também têm de ser simultaneamente tarefas de avaliação (Fernandes, 2011a), pois só desta forma é que o ensino, a aprendizagem e a avaliação virão a constituir um ciclo articulado e coerente (Fernandes, 2005). Para tal, o autor salienta a importância da seleção das tarefas, “porque é nas atividades que suscita, quer aos professores, quer aos alunos que pode residir a essência de um processo de ensino orientado para a resolução de problemas, [e] para o desenvolvimento dos processos mais complexos do pensamento” (p. 78). Desta forma, as tarefas a utilizar devem ter uma tripla função: (i) integrar as estratégias de ensino do professor; (ii) ser um meio privilegiado de aprendizagem; e (iii) ter associado um processo de avaliação. O que só é possível se se conseguir distinguir o essencial do acessório, identificando os saberes, os conceitos e os procedimentos efetivamente estruturantes e, consecutivamente, elaborar tarefas que reflitam essa mesma distinção (Fernandes, 2005).

Para promover o desenvolvimento do pensamento dos alunos, Blaton e Kaput (2008) identificam a transformação das tarefas típicas da aula de Matemática como um dos caminhos a seguir pelos professores. Os autores recomendam a algebrização dos problemas aritméticos, ou seja, a conversão de problemas aritméticos de resposta única em situações problemáticas que permitam a construção de regularidades, conjecturas, generalizações e sua justificação e explicitação. Nesta linha de ideias, Brocardo *et al.* (2006) também defendem que as tarefas para desenvolverem o pensamento algébrico dos alunos devem permitir: (i) que estes encontrem vários números para diferentes casos antes de construir uma regra geral. Uma progressão que lhes vai permitir perceber quais os fatores que permanecem os mesmos e quais os que variam; e, por outro lado, (ii) que exijam que estes encontrem um resultado para pequenos números, aumentando-os até se chegar a números suficientemente grandes a ponto de os obrigar a deixar para trás as suas estratégias de desenho, contagem, ou qualquer outro esquema, caminhando no sentido de realizar a generalização da regra que existe na relação. Do mesmo modo, Kieran (2007b) acentua a importância das tarefas, em articulação com as questões que o professor propõe na sua exploração, dando destaque à necessidade dos professores serem capazes de conduzir

“sequências estruturadas de operações que foquem a atenção dos alunos em aspetos cruciais da forma e da sua generalização” (p. 22). Em suma, pode-se afirmar que uma tarefa adequada ao desenvolvimento do pensamento algébrico é uma tarefa de natureza problemática e investigativa que leva ao estabelecimento de propriedades gerais (Canavarro, 2007). Ou seja, o professor deve propor tarefas como explorações e investigações, de maneira a que os alunos tenham oportunidade de construir conceitos, desenvolver o raciocínio e a comunicação matemática, além de progredir nos modos de representação, o que deve ser feito, sempre que possível, com o contributo dos alunos (Pereira, 2012).

Porém, há alguns desafios a ter em conta quando se pretende desenvolver o pensamento algébrico. O primeiro prende-se com a necessidade de haver uma aposta no raciocínio dos alunos, o que implica também com a forma de pensar dos professores, para que passem a acreditar na possibilidade dos alunos construírem conhecimento matemático. O segundo desafio está estritamente ligado com as tarefas a desenvolver na aula de Matemática e com sua adequação ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Os recursos utilizados habitualmente pelo professor, como o manual escolar, não constituem, no geral, pela abordagem ao tema e pelo tipo de tarefas que apresentam, um recurso adequado no domínio do pensamento algébrico. A algebrização das tarefas, atrás defendida por vários autores, requer um trabalho cuidadoso e continuado por parte dos professores, que devem passar de consumidores e aplicadores de tarefas a transformadores ativos das mesmas. O terceiro desafio prende-se com a cultura de sala de aula, na realidade as práticas de sala de aula centradas no professor enquanto explicador, seguidas de aplicação e treino por parte dos alunos também não são um contexto favorável ao desenvolvimento do pensamento algébrico (Blaton & Kaput, 2008; Canavarro, 2007). Todavia, elaborar boas tarefas não chega para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. Assim, é preciso ter atenção à forma como a tarefa é apresentada aos alunos pelo professor e também com a exploração que este lhes proporciona, pois isso pode exigir dos alunos apenas uma execução de um procedimento ou apelar ao desenvolvimento do pensamento concetual (Duarte, 2011), o que nos remete para a importância do papel que professores e alunos devem ter em sala de aula.

#### **4.2.2 Papel do professor**

Os estudantes possuem um forte potencial que deve ser rentabilizado ao máximo pelos professores. Mais do que treinar um conjunto de técnicas matemáticas o professor deve recorrer a diferentes caminhos que permitam explorar o potencial de cada um dos seus

alunos, com cada uma das tarefas utilizadas, de modo que aprendam a gostar de Matemática, a apreciar a sua utilidade e, conseqüentemente, a compreendê-la de forma mais aprofundada (Vale & Pimentel, 2010). Mais especificamente, o desenvolvimento do pensamento algébrico necessita continuamente de atenção por parte do professor (Canavarro, 2007). Desta forma, e de acordo com o já referido ao longo do presente estudo, cabe ao professor organizar o ensino por sequências lógicas e ordenadas de tarefas de ensino, aprendizagem e avaliação. Tarefas essas que devem ir ao encontro dos interesses, motivações e capacidades dos alunos. No entanto, o papel do professor não se pode reduzir à seleção de tarefas adequadas, ainda que corretamente algebrizadas. Na realidade, o professor também tem um papel de relevo a desempenhar durante a implementação das tarefas, uma vez que é a ele que cabe propor adequadamente as mesmas, ajudar os alunos na sua exploração, encorajando-os a usar abordagens e estratégias diversificadas, mas adequadas à resolução das tarefas, sem permitir que o seu pensamento se substitua ao dos alunos (NCTM, 2017). Além disso, durante a exploração das tarefas, cabe ao professor ajudar os alunos a reunir um conjunto de ferramentas que os apoiem no desenvolvimento do pensamento algébrico, tais como diferentes tabelas, retas numéricas, diagramas, gráficos de vários tipos, artefactos visuais e materiais concretos (Blanton & Kaput, 2005; Canavarro, 2007). Posteriormente, estas ferramentas serão a referência em torno das quais os alunos pensam algebricamente (Blanton & Kaput, 2005). O professor deve ainda ensinar os alunos a lidar com diferentes processos matemáticos, tais como registar, recolher, representar e organizar dados, com o objetivo de promover o uso consciente de modos de representação favoráveis à realização de generalizações (Canavarro, 2007; Kieran, 2007b).

Outro papel fundamental do professor em sala de aula é a criação de um ambiente de trabalho onde os alunos se vejam como uma comunidade de construção de conhecimento matemático e onde o discurso argumentativo impere (Canavarro, 2007; Kieran, 2007b; Blanton e Kaput, 2008). É, assim, perceptível que o modelo de ensino e aprendizagem que mais se adequa ao desenvolvimento do pensamento algébrico é o que Ponte (2005a) define como ensino-aprendizagem exploratório, uma vez que neste modelo a organização de aula permite que os alunos trabalhem autonomamente sobre as tarefas propostas, dando-lhes a possibilidade de confrontar as suas produções com a dos outros colegas, ou seja, aulas estas onde as suas contribuições são fortemente valorizadas, o que lhes pode vir a facilitar o estabelecimento de generalizações (Canavarro, 2007; Pereira, 2012). To-



davia, este tipo de aulas requer da parte do professor alguma atenção em relação a diversos aspetos. O primeiro, segundo Blanton e Kaput (2008), está associado à valorização do raciocínio dos alunos como ponto de partida do conhecimento matemático, uma vez que nas aulas de ensino exploratório há uma parte significativa do trabalho de construção do conhecimento, através da descoberta, que é realizada pelos alunos. A atividade matemática dos alunos na sala de aula é assim valorizada, acabando por lhes criar a consciência da importância do seu papel no desenvolvimento do saber (Canavarro, 2007), o que deverá implicar que todos os alunos aprendam melhor e com mais profundidade. Há, no entanto, a possibilidade de os alunos resistirem a este tipo de participações, o que pode trazer algumas dificuldades aos professores que, caso não consigam vencer essa resistência, acabam por validar as respostas dos alunos durante o seu trabalho autónomo, deixando-se cair no chamado modelo tradicional de ensino (Fernandes, 2011; Pereira, 2012). O segundo aspeto prende-se com a comunicação que deve ser estabelecida em sala de aula e com os cuidados a ter para que esta se desenvolva adequadamente. Na apresentação e discussão, em grande grupo, dos trabalhos dos alunos é crucial a forma como o professor coloca as questões (Boavida *et al*, 2008), não só por causa da clarificação dos raciocínios, mas como salienta Kieran (2007b), para ajudar no estabelecimento de relações e generalizações. Além disso, é ainda essencial ouvir bem os alunos, uma vez que só desta forma é que se torna possível descodificar possíveis expressões de generalização. Na preparação da discussão coletiva, é importante que o professor selecione criteriosamente as produções dos alunos, deixando para o fim das apresentações as que revelam a generalização mais completa e/ou mais formalizada (Canavarro, 2007).

Cusi e Malara (2009), no âmbito de um projeto de inovação didática, identificaram cinco características que o professor deve ter quando pretende promover a utilização da linguagem algébrica, através da comunicação em sala de aula. Neste contexto, o professor deve: (i) ter uma atitude investigativa sobre os problemas apresentados em sala de aula; (ii) ser um guia prático e estratégico capaz de promover a partilha de conhecimento com os alunos; (iii) manter o equilíbrio entre os aspetos semânticos e sintáticos; (iv) estimular e promover o desenvolvimento de processos de pensamento, através da linguagem algébrica, como por exemplo interpretar processos e antecipar pensamentos; e (v) estimular e provocar atitudes reflexivas e ações metacognitivas.

Em síntese, o ensino exploratório aparenta ser o mais adequado ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Para desenvolver um ensino desta natureza é fundamental que o professor: escolha criteriosamente as tarefas a apresentar aos alunos; planifique de

forma cuidada a exploração das tarefas em sala de aula; controle as questões e comentários que faz aos alunos durante a apresentação das tarefas e durante o trabalho autónomo, de modo a não lhes indicar a estratégia a seguir; resista a validar as resoluções dos alunos durante o respetivo trabalho autónomo de modo a não reduzir o seu interesse em participar na discussão; seja capaz de recusar a alunos que se voluntariem a possibilidade de apresentar as respetivas resoluções à turma, caso estas não sejam o contributo mais interessante para o desenvolvimento da estratégia traçada pelo professor; preveja a utilização de recursos que agilizem a comunicação dos alunos; favoreça a discussão efetiva de ideias por parte alunos; promova um ambiente estimulante na sala de aula em que os alunos sejam encorajados a participar ativamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do trabalho dos outros (Canavarro, 2011). Por fim, cabe ainda ao professor articular continuamente a aprendizagem, a avaliação e o ensino (Fernandes, 2011).

#### 4.2.3 Papel do aluno

Se aos professores cabe selecionar e utilizar criteriosamente uma diversidade de tarefas e desenvolver a comunicação a todos os níveis, aos alunos compete participar nos diferentes processos que os ajudem a aprender (Engestrom, 1999).

Nesta perspetiva, o NCTM (2017) defende que os alunos devem: ser perseverantes na exploração e no raciocínio aquando da resolução das tarefas; tomar para si a responsabilidade de dar sentido às tarefas, ancorando-se nos seus conhecimentos e ideias anteriores e estabelecendo conexões entre eles; usar ferramentas e representações que apoiem a resolução do problema e as suas explicações; aceitar e esperar que os colegas usem abordagens diferentes e que venha a discutir e a justificar as suas estratégias uns aos outros.

Nesta mesma linha de ideias, mas tendo como foco principal reforçar a avaliação como uma estratégia de melhoramento do ensino e da aprendizagem dos alunos a nível de sala e aula (NCTM, 2017), Fernandes (2005) defende que os alunos têm de: participar ativamente nos processos de aprendizagem e avaliação; desenvolver as tarefas propostas pelo professor; utilizar o *feedback* fornecido pelos professores para regular as suas aprendizagens; analisar o seu trabalho através dos seus processos metacognitivos e da autoavaliação; regular as suas aprendizagens com base nos resultados da autoavaliação e dos seus recursos cognitivos e metacognitivos; partilhar o seu trabalho, as suas dificuldades e os seus sucessos com os colegas e com o professor; organizar o seu processo de aprendizagem. Na realidade, é hoje assumido pela investigação que o melhoramento da aprendizagem dos alunos a nível da sala de aula, no que diz respeito à Matemática, ou

mais especificamente ao desenvolvimento do pensamento algébrico, depende da implementação de práticas de avaliação formativa (NCTM, 2017).

### 4.3 Síntese

A concepção do que é a Álgebra tem sofrido alterações ao longo do tempo. Com o passar dos anos, a Álgebra deixa de estar conotada estritamente à manipulação simbólica e passa a ser reconhecida não só como um modo de pensar, mas também como um método de observar e expressar relações. Assim, aprender Álgebra, atualmente, significa desenvolver no aluno o pensamento algébrico, ou seja, significa que o aluno é capaz de pensar algebricamente, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação.

O desenvolvimento do pensamento algébrico exige uma mudança nas concepções dos professores sobre o que significa ensinar e aprender Matemática. Quer isto dizer que em detrimento da aprendizagem descontextualizada de regras de manipulação simbólica, é necessário dar aos alunos a oportunidade de explorarem padrões e relações numéricas generalizando-os, assim como a possibilidade de explicitarem e discutirem as suas ideias, refletindo sobre as mesmas. Neste contexto, é possível afirmar que o desenvolvimento do pensamento algébrico se coaduna com uma organização de aula em que os alunos e os professores assumem um papel ativo, onde é através das tarefas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade que deve ocorrer em sala de aula.

Não obstante, é necessário que os professores tenham atenção à elaboração das tarefas, que devem ser algebrizadas, além de ir ao encontro dos interesses, motivações e capacidades dos alunos. Porém, o papel do professor não se restringe à sua elaboração. Cabe ainda ao professor, durante a implementação das tarefas, cuidar a forma como as propõe, ajudando os alunos na sua exploração, e incentivando-os a usar diversificadas, mas adequadas, estratégias de resolução.

Quanto aos alunos, devem assumir um papel ativo na gestão dos seus conhecimentos e na capacidade de os desenvolver de forma eficaz, cabendo-lhes, ainda, a responsabilidade pelo desenvolvimento dos processos referentes à autoavaliação e autorregulação das suas aprendizagens.



## Capítulo 5 - Proposta pedagógica

O presente capítulo tem como principal objetivo dar a conhecer a proposta pedagógica e a dinâmica promovida na sala de aula, permitindo, desta forma, que outros professores interessados possam vir a utilizar a mesma, adequando-a à sua realidade.

O tema sobre o qual incide este estudo tem por base um conjunto de conceções e orientações curriculares que serão apresentadas neste capítulo e cujo principal destaque será o desenvolvimento do pensamento algébrico, o que, obrigatoriamente, envolverá a procura de padrões e a sua generalização. No presente capítulo, apresentar-se-á ainda as sequências de ensino relativas a cada tema e a planificação de cada tarefa que as constitui, referindo os objetivos das sequências, no seu conjunto, assim como o de cada tarefa em particular. Finalmente, realizar-se-á uma pequena descrição do modo de funcionamento da sala de aula.

### 5.1 Breve contextualização

De acordo com o já referido no capítulo anterior, o pensamento algébrico tornou-se uma orientação transversal do currículo, uma vez que o desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial ao domínio da Álgebra. A Álgebra, ou mais especificamente o pensamento algébrico, é uma linguagem abstrata fundamental ao desenvolvimento do raciocínio matemático e, conseqüentemente, da competência matemática uma vez que o seu domínio contribui para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e geométrico (NCTM, 2007).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007), de acordo com muitas das orientações internacionais, tais como por exemplo as do NCTM, revalorizou a Álgebra. No referido programa, o pensamento algébrico foi assumido como um dos quatro eixos fundamentais do ensino e aprendizagem da Matemática. O facto de a recolha de dados ter sido feita ainda com o anterior programa em vigor poderia retirar alguma pertinência ao presente estudo. No entanto, no atual programa (MEC, 2013) é afirmado que este foi realizado tendo por base o anterior, salientando-se como principal diferença a organização e hierarquização de alguns conteúdos pontuais, tal como se pode ler seguidamente.

“O documento foi construído com base nos conteúdos temáticos expressos no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007. A organização

desses conteúdos numa hierarquia de ensino coerente e consistente originou alguns desfasamentos pontuais entre esse Programa e as Metas Curriculares. Com o presente documento ficam inteiramente harmonizados os conteúdos programáticos com as Metas Curriculares.” (MEC, 2013, p. 1)

Além disso, tal como foi referido no primeiro capítulo do presente estudo, considera-se que o professor é um especialista, detentor de um conhecimento profundo e dinâmico, capaz de interpretar e transformar os conteúdos curriculares de maneira a permitir que os alunos se consigam apropriar destes (Roldão, 2007). Ademais, a gestão curricular no atual programa é deixada totalmente ao critério do professor. Neste enquadramento, considera-se que as sequências de ensino aqui propostas se enquadram perfeitamente nos objetivos do programa em vigor, ainda que pontualmente possam ter que sofrer pequenos ajustes.

Atualmente, o estudo da Álgebra, em Portugal, apesar de ter início no segundo ciclo, só se torna mais formal a partir do 7.º ano de escolaridade. Neste ano de escolaridade, é expectável que os alunos representem simbolicamente, através do estudo de sequências já iniciado no ciclo anterior, o termo geral, e iniciem o estudo de funções e de equações do primeiro grau.

No presente estudo, parte-se do pressuposto de que uma boa articulação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, contribui para a melhoria do desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

O NCTM (2007) sugere que a Álgebra atravessasse todo o currículo desde o jardim-de-infância até ao 12.º ano de escolaridade. Blanton e Kaput (2005), Hodgen, Küchemann, Brown e Coe (2009) e Silver (1997) defendem a introdução da Álgebra desde os primeiros anos de escolaridade, conferindo desta forma o tempo necessário aos alunos, para a apropriação dos conceitos algébricos evitando, assim, a dificuldade na transição dos números para um maior grau de abstração. Ou seja, neste contexto é esperado que se ultrapasse uma das grandes dificuldades dos alunos, que é a passagem da Aritmética para a Álgebra (Barbosa & Borralho, 2009a e Sinistky, Ilany & Guberman, 2009).

Atualmente, desenvolver o pensamento algébrico dos alunos significa capacitá-los para pensar algebricamente envolvendo relações, regularidades, variação e modelação (Capítulo 4, Síntese).

O desenvolvimento do pensamento matemático e, neste caso específico, do pensamento algébrico, exige que o professor mude as suas conceções sobre o que significa ensinar e aprender Matemática. O professor tem de selecionar, implementar e garantir tarefas que maximizem o potencial de aprendizagem dos alunos (Arcavi, 2006),

ajudando-os na sua exploração e incentivando-os a usar estratégias de resolução diversificadas, mas adequadas às várias situações.

Neste contexto, é importante voltar a reforçar a ideia de que as tarefas têm de dar a oportunidade de os alunos explorarem padrões e relações numéricas generalizando-os, assim como a possibilidade de explicitarem e discutirem as suas ideias, refletindo sobre as mesmas (Barbosa & Borralho, 2009b).

No que diz respeito à organização da sala de aula, deve-se voltar a salientar que o desenvolvimento do pensamento algébrico implica uma nova organização de aula, onde as tarefas devem ser “a *pedra de toque* de um desenvolvimento do currículo em que alunos e professores são ativos, sendo através delas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade que deve ocorrer nas salas de aula” (Fernandes, 2011b, p. 136).

Há ainda a destacar a importância do papel dos alunos, pois também eles têm que mudar o seu papel, assumindo um papel mais ativo no desenvolvimento das suas aprendizagens, responsabilizando-se pelo desenvolvimento dos processos referentes à autoavaliação e autorregulação das suas aprendizagens.

Esta proposta pedagógica tem como base as recomendações apresentadas nas orientações curriculares, presentes nos documentos curriculares portugueses (ME, 2007 e MEC, 2013), as formuladas pelo NCTM (2007), pelo projeto Matemática e Padrões no Ensino Básico: perspetivas e experiências curriculares de alunos e professores (financiado pela FCT com a referência PTDC/CED/69287/2006), que veio realçar o sentido de que a exploração e a descoberta de padrões são um meio através do qual emergem ideias e conceitos matemáticos com significado e compreensão e pelo AERA (Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: Relações com as Aprendizagens - Projeto de Cooperação Científica e Tecnológica FCT/CAPES – 2014/2015 (Proc.º4.4.1.00 CAPES )) que salientou a importância de uma boa articulação entre as práticas de ensino e de avaliação para a melhoria das aprendizagens dos alunos. Neste cenário, a presente proposta tem como ponto de partida para o estudo da Álgebra, a abordagem de padrões e regularidades. A exploração de padrões, de uma forma geral, propicia a realização de conexões matemáticas e promove a comunicação matemática através do uso de uma linguagem não ambígua e adequada à situação (Barbosa, 2007). Mais especificamente promove o desenvolvimento da linguagem algébrica, de uma forma natural, e através de expressões elaboradas pelos próprios alunos, levando a uma maior e melhor compreensão dos conteúdos algébricos. Desta forma, os símbolos tomam



significado e o trabalho com a linguagem algébrica surge, naturalmente, da generalização de regularidades e da análise de expressões equivalentes.

A proposta engloba três temas programáticos referenciados no programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), que são: Sequências e regularidades; Funções; e Equações. A primeira sequência de tarefas, Sequências e regularidades, é composta por um conjunto de cinco tarefas, a segunda sequência, Funções, é composta por oito tarefas e a terceira, Equações, por três tarefas.

O principal objetivo desta proposta é fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico, através da realização de tarefas que funcionem simultaneamente como tarefas de ensino, aprendizagem e avaliação, e que proporcionem aos alunos experiências com diferentes aspetos da Álgebra. Mais especificamente, pretende-se:

- (i) Desenvolver nos alunos a capacidade de interpretar e representar padrões e regularidades em contextos diversos, generalizando-os;
- (ii) Promover, através do estudo de padrões e regularidades, a compreensão do sentido da variável e do significado dos símbolos;
- (iii) Promover a compreensão das expressões algébricas, através da análise de expressões equivalentes;
- (iv) Desenvolver nos alunos a capacidade de usar linguagem e procedimentos algébricos, em particular, de equações e funções;
- (v) Promover a compreensão do conceito de função e a capacidade de o usar em diferentes situações.

## 5.2 Planificação do trabalho

O principal objetivo deste estudo é descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação, e a participação dos alunos de 7.º ano de escolaridade, tendo como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste quadro, e tendo por base que o estudo de padrões e regularidades contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, em particular, para a compreensão das variáveis, das equações e das funções, elaboraram-se dezasseis tarefas, divididas em três sequências de tarefas distintas, que se encontram integralmente em anexo, onde foram explorados padrões e regularidades, funções e equações. Ao longo da proposta, foram ainda realizados exercícios e problemas do manual escolar.

No seguinte quadro, é perceptível a organização da sequência de tarefas, associada aos principais objetivos de cada uma:

Sequência de Tarefas	Tarefas	Objetivos específicos <sup>5</sup>
<b>Sequência 1</b> Sequências e regularidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Padrões</li> <li>➤ Pontos e números</li> <li>➤ Quadrados</li> <li>➤ Cruzes</li> <li>➤ A casa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Compreender a noção de termo geral de uma sequência numérica e representá-lo usando símbolos matemáticos adequados;</li> <li>➤ Determinar um termo geral de uma sequência numérica e termos de várias ordens a partir do termo geral;</li> <li>➤ Compreender os diferentes papéis dos símbolos em Álgebra;</li> <li>➤ Simplificar expressões algébricas.</li> </ul>
<b>Sequência 2</b> Funções	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ponto por ponto</li> <li>➤ Tarifários</li> <li>➤ Comparando tarifários</li> <li>➤ Aluguer de bicicletas</li> <li>➤ Perímetros</li> <li>➤ A vela</li> <li>➤ Várias representações</li> <li>➤ Passeio a pé</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identificar e assinalar pares ordenados no plano cartesiano;</li> <li>➤ Compreender o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos, e utilizar as suas várias notações;</li> <li>➤ Analisar uma função a partir das suas representações;</li> <li>➤ Representar algebricamente situações de proporcionalidade direta;</li> <li>➤ Representar gráfica e algebricamente uma função linear;</li> <li>➤ Relacionar a função linear com a proporcionalidade direta.</li> <li>➤ Interpretar a variação de uma função representada por um gráfico, indicando intervalos onde esta é crescente, decrescente ou constante.</li> </ul>
<b>Sequência 3</b> Equações	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Balanças</li> <li>➤ Uma outra visão de padrão</li> <li>➤ Ângulos e polígonos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Compreender as noções de equação e solução de uma equação;</li> <li>➤ Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução;</li> <li>➤ Efetuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação.</li> </ul>

*Quadro 1 – Organização das sequências de tarefas e respetivos objetivos*

Neste ponto, é ainda importante referir que, apesar das tarefas terem sido discutidas e planeadas em conjunto, o professor teve sempre o poder de decisão final. A realização da sequência de tarefas teve em conta os objetivos pretendidos em cada uma das cadeias de tarefas. Discutiu-se o modo como se poderiam concretizar os objetivos de cada tarefa e a forma de preconizar a aprendizagem dos alunos (Serrazina & Oliveira, 2010).

Ao longo da aplicação de cada uma das cadeias, houve a necessidade, segundo o professor, de efetuar ajustes, mais ou menos profundos, quer ao nível das questões, quer

<sup>5</sup> Os objetivos aqui apresentados foram elaborados com base nos objetivos do Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007.

no que diz respeito à sua implementação em sala de aula. Na realidade, a construção de uma cadeia de tarefas nunca deve ser encarada como definitiva uma vez que assenta numa hipotética trajetória de aprendizagem. À medida que a mesma é implementada, surge muitas vezes a necessidade da sua reformulação (Serrazina & Oliveira, 2010). Neste contexto, é de notar que as tarefas apresentadas em anexo são as concretizadas em sala de aula.

### 5.2.1 Sequências de tarefas implementadas

Foram elaboradas e exploradas na sala de aula três sequências de tarefas, num total de dezasseis tarefas, que ocuparam vinte e três aulas no global. Como foi referido anteriormente, a sua elaboração foi fruto de um trabalho conjunto, entre a investigadora e o professor Francisco.

Seguidamente, explicitar-se-ão as finalidades de cada sequência. Para tal, descrever-se-á tarefa a tarefa, identificando algumas conjunturas da sua elaboração. Além disso, serão apresentadas, em forma de quadro, as tarefas que constituem cada sequência, identificando-se os conteúdos abordados em cada uma. Por uma questão organizacional, as tarefas serão numeradas de 1 a 16. Por fim, é ainda importante referir que todas as tarefas constam do anexo 1.

#### Sequência 1

Sequência 1 - Sequências e regularidades

Tarefas	Conteúdos abordados	Notas
<b>Tarefa 1</b> Padrões	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceito de ordem e comparação</li> <li>▪ Relações numéricas</li> <li>▪ Expressões numéricas</li> <li>▪ Variável</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Questões orientadoras a colocar aos alunos que apresentem dificuldades na resolução das tarefas</li> <li>▪ Qual a relação entre os termos?</li> <li>▪ Qual é o décimo quinto termo? E o de ordem 50?</li> <li>▪ Como se pode descrever o padrão?</li> </ul>
<b>Tarefa 2</b> Pontos e números	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Relações numéricas</li> <li>▪ Números pares e ímpares</li> <li>▪ Múltiplos e divisores</li> <li>▪ Expressões numéricas</li> <li>▪ Variável</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Qual a relação entre o número de ordem e os termos?</li> <li>▪ Qual é o sétimo termo? E o décimo quinto?</li> <li>▪ Como se pode descrever o padrão?</li> </ul>
<b>Tarefa 3</b> Quadrados	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Relações numéricas</li> <li>▪ Expressões numéricas</li> <li>▪ Variável</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> <li>▪ Polígonos</li> <li>▪ Área</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Que alterações podes fazer na figura para a transformares numa figura conhecida? Ou em várias figuras conhecidas?</li> <li>▪ Identificas algum/alguns polígono(s) na figura?</li> <li>▪ Como se calcula a área desse polígono?</li> <li>▪ Como se calcula a área de um retângulo?</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição</li> <li>▪ Potências</li> </ul>	
<b>Tarefa 4</b> Cruzes	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Expressões numéricas</li> <li>▪ Variável</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> <li>▪ Polígonos</li> <li>▪ Área</li> <li>▪ Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição</li> <li>▪ Números ímpares</li> <li>▪ Simetria</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Qual a relação entre o número de ordem e os termos?</li> <li>▪ Qual é o décimo termo? E o vigésimo?</li> <li>▪ Como se pode descrever o padrão?</li> <li>▪ A expressão está simplificada?</li> </ul>
<b>Tarefa 5</b> A casa	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Expressões numéricas</li> <li>▪ Variável</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> <li>▪ Polígonos</li> <li>▪ Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Há alguma relação entre o número de ordem e o número de pauzinhos?</li> <li>▪ Qual é o quinto termo? E o décimo?</li> <li>▪ Como se pode descrever o padrão?</li> </ul>

Quadro 2 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 1

A primeira tarefa teve, essencialmente, uma função de diagnóstico sobre sequências e regularidades. Com a segunda tarefa, pretendeu-se que os alunos trabalhassem a generalização, tendo como principal objetivo desenvolver a compreensão do que é um termo geral, além de aprenderem a representar usando símbolos matemáticos adequados. Pretendeu-se ainda que os alunos aprendessem a determinar termos de várias ordens a partir do termo geral. As tarefas três e quatro, no geral, mantêm os mesmos objetivos, no entanto, era esperado que os alunos recorressem à noção de polígono e à respetiva área para conseguirem resolver as questões adequadamente. Na tarefa cinco, foi pedido aos alunos que elaborassem um pequeno relatório escrito da resolução da tarefa e, além disso, foi ainda pedido aos grupos que elaborassem um acetato com uma clara e breve exposição da resposta à última alínea. Para tal, foi fornecido a cada grupo um acetato e um conjunto de canetas. Esta tarefa teve como principais objetivos a simplificação de expressões algébricas e o desenvolvimento da comunicação matemática.

Durante a resolução das tarefas os alunos estiveram organizados em pequenos grupos.

## Sequência 2

### Sequência 2 – Funções

Tarefas	Conteúdos abordados	Notas
<b>Tarefa 6</b> Ponto por ponto	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pares ordenados no plano cartesiano</li> </ul>	Pretende-se que os alunos relembrem o conceito de par ordenado.
<b>Tarefa 7</b> Tarifários	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pares ordenados no plano cartesiano</li> <li>▪ Conceito de variação numa representação gráfica</li> </ul>	Com este conjunto de tarefas pretende-se que os alunos analisem gráficos que traduzam casos de proporcionalidade direta e de função afim em contextos da vida real.
<b>Tarefa 8</b> Comparando tarifários	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pares ordenados no plano cartesiano</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceito de variação em representações gráficas</li> </ul>	
<b>Tarefa 9</b> Aluguer de bicicletas	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pares ordenados</li> <li>▪ Conceito de função</li> <li>▪ Domínio e contradomínio</li> <li>▪ Representação gráfica de uma função</li> <li>▪ Várias representações de uma função</li> <li>▪ Função afim</li> </ul>	Pretende-se que os alunos consigam identificar o domínio, o contradomínio e determinar imagens e objetos quando uma função é representada por uma tabela e por gráfico.
<b>Tarefa 10</b> Perímetros	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceito de função</li> <li>▪ Proporcionalidade direta</li> <li>▪ Funções lineares – diferentes representações</li> <li>▪ Relacionar a Função linear e a função afim</li> </ul>	Com este conjunto de tarefas pretende-se: <ul style="list-style-type: none"> <li>• dar destaque ao conceito de função como relação entre variáveis;</li> <li>• determinar imagens de objetos a partir de diferentes representações de funções;</li> <li>• Identificar a imagem dado o objeto e o objeto dada a imagem, a partir da representação gráfica de uma função linear;</li> <li>• Propor a representação algébrica de uma função linear dado um objeto não nulo e a sua imagem.</li> </ul>
<b>Tarefa 11</b> A vela	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceito de função</li> <li>▪ Domínio e contradomínio</li> <li>▪ Função afim</li> <li>▪ Representações algébricas</li> <li>▪ Representações gráficas</li> </ul>	
<b>Tarefa 12</b> Várias representações	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Proporcionalidade direta como função – função linear</li> <li>▪ Representações algébricas</li> <li>▪ Representações gráficas</li> <li>▪ Polígonos</li> </ul>	
<b>Tarefa 13</b> Passeio a pé	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Variação de uma função</li> <li>▪ Representação gráfica</li> <li>▪ Monotonia</li> </ul>	Com esta tarefa pretende-se que os alunos sejam capazes de desenvolver a análise gráfica de funções em contextos reais, além de desenvolverem a comunicação matemática oral e escrita.

*Quadro 3 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 2*

Tal como na sequência anterior, a tarefa seis também teve, essencialmente, uma função diagnóstica dos conhecimentos dos alunos sobre coordenadas de pontos e referenciais ortonormados. As tarefas seguintes, sete e oito, no geral, tiveram os mesmos objetivos, servindo fundamentalmente para desenvolver nos alunos a capacidade de analisar gráficos de funções afins, em contextos reais. Na tarefa nove, pretendeu-se que os alunos se apropriassem do conceito de função. Para tal, partiu-se de uma sequência, num contexto de vida real, permitindo desta forma não só voltar a trabalhar conteúdos previamente lecionados como, através das conexões entre conteúdos, desenvolver novos conhecimentos. Além disso, a tarefa proporcionou uma abordagem às diferentes representações de uma função, e aos conceitos de objetos, imagens, domínio e contradomínio. As tarefas dez, onze e doze, no geral, cumpriram os mesmos objetivos da tarefa anterior, em contextos distintos. Estas tarefas serviram fundamentalmente para que os alunos consolidassem conhecimentos, sem se cair no tradicional exercício de consolidação quase sempre pouco desafiantes. Ou seja, em vez de se realizarem

exercícios rotineiros, que levam a aprendizagens isoladas de conteúdos, optou-se por tarefas que desenvolvessem aprendizagens significativas por parte dos alunos (Barbosa, 2007). É ainda importante referir que as tarefas dez e onze foram resolvidas com recurso ao *Geogebra*. Na tarefa onze, recorreu-se ainda a um vídeo do *Youtube*, além de um programa de medição, o *Pixel Ruler*. Para agilizar a aula, o professor optou por instalar previamente o filme e o programa de medição no computador dos alunos. A última tarefa desta sequência pediu aos alunos que, a partir da análise gráfica, elaborassem uma pequena história. Desta forma, pretendeu-se desenvolver não só a capacidade de os alunos analisarem funções gráficas em contextos reais, como também a sua comunicação matemática, escrita e oral. Ao longo da realização desta sequência de tarefas os alunos também estiveram organizados em pequenos grupos.

### Sequência 3

Sequência 3 - Equações

Tarefas	Conteúdos abordados	Notas
<b>Tarefa 14</b> Balanças	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definição de equação</li> <li>▪ Princípios de equivalência</li> <li>▪ Resolução de equações de primeiro grau a uma incógnita</li> </ul>	Com esta tarefa pretende-se que os alunos fiquem a relacionar os significados de “membro”, “termo”, “incógnita” e “solução” de uma equação. Além disso, devem também passar a distinguir “expressão algébrica” de “equação” e “formula”. Para tal é importante propor-se aos alunos a resolução de equações simples antes da utilização de regras.
<b>Tarefa 15</b> Uma outra visão de padrão	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sequências</li> <li>▪ Expressões algébricas</li> <li>▪ Resolução de equações de primeiro grau a uma incógnita</li> </ul>	Pretende-se que os alunos consigam compreender que os problemas contêm informação irrelevante ou dados insuficientes. Há ainda problemas sem solução.
<b>Tarefa 16</b> Ângulos e polígonos	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resolução de equações de primeiro grau a uma incógnita em contexto de geometria</li> <li>▪ Noção de equação impossível</li> <li>▪ Resolução de problemas</li> </ul>	Pretende-se que os alunos fiquem a entender a noção de equação impossível e o seu significado no contexto do problema.

Quadro 4 – Conteúdos trabalhados em cada tarefa da sequência 3

A tarefa catorze, apesar de ser a tarefa inicial da terceira sequência de tarefas, não é uma tarefa de diagnóstico, como aconteceu nas sequências anteriores. É uma tarefa exploratória que pretendeu fazer com que os alunos compreendessem efetivamente o conceito de equação, o significado de incógnita, além de apreenderem a linguagem e os procedimentos adequados à resolução de uma equação. Por fim, esta tarefa continha também um conjunto de equações para os alunos consolidarem as suas aprendizagens. As



equações que integravam a tarefa eram muito diversificadas, e pretendiam alertar os alunos para algumas situações particulares que surgissem durante as suas resoluções. Com esta tarefa também se pretendeu desenvolver a comunicação oral e escrita, uma vez que foi pedido aos alunos para que fizessem uma pequena apresentação dos resultados obtidos em pequeno grupo, para posteriormente apresentarem à turma. A realização desta tarefa necessitou de algum material específico, como uma balança por grupo, além de um conjunto de caixas de pastilhas para que se pudesse efetuar a sua pesagem, uma folha de acetato e um conjunto de canetas de acetato. A tarefa quinze recorreu novamente a conteúdos já previamente lecionados, onde, a partir de uma sequência de figuras, se pretendeu consolidar o conceito de variável e de incógnita, assim como a resolução de equações. A última tarefa, a tarefa dezasseis, abordou a resolução de equações, em contexto de resolução de problemas, no âmbito da Geometria. Mais uma vez, salienta-se a importância da consolidação de conteúdos através da resolução de problemas em detrimento dos exercícios roteiros, tal como a importância da realização de conexões com outros conteúdos, como por exemplo a Geometria. Desta forma, trabalhou-se não só a resolução de equações, como algumas das aprendizagens já, pressupostamente, realizadas no âmbito de outros conteúdos. Durante a resolução das tarefas, os alunos também estiveram organizados em pequenos grupos, à exceção da questão seis da tarefa catorze, que foi resolvida individualmente.

### **5.3 A sala de aula**

A turma tinha dezanove alunos, nove meninas e dez rapazes, e manteve-se inalterada durante o presente estudo. Apesar de ser uma turma pequena, os alunos eram pouco atentos, muito irrequietos e pouco autónomos. Independentemente deste contexto, as tarefas realizaram-se maioritariamente em pequenos grupos, havendo alguma dificuldade no desenrolar dos trabalhos, principalmente no início do estudo, até porque, segundo o professor, os alunos não tinham o hábito de trabalhar desta forma.

O trabalho desenvolvido na sala de aula durante a proposta pedagógica foi previamente pensado e discutido com o professor Francisco. Por um lado, pretendíamos aplicar as sequências de ensino, por outro, era importante não alterar profundamente o trabalho que o Francisco desenvolvia quotidianamente com os seus alunos. As sequências foram apresentadas ao professor e, posteriormente, discutidas em reunião, presencial ou virtual. As reuniões, de um modo geral, serviram para discutir sobre o trabalho a realizar em sala de aula, tendo sempre como pano de fundo o objetivo do estudo. Muitas vezes, em

consequência das nossas reflexões, optou-se por alterar as tarefas previamente elaboradas, tal como o modo como viriam a ser exploradas.

No que diz respeito às dinâmicas de sala de aula, planificou-se a implementação das tarefas; discutiu-se a importância de apresentar as tarefas aos alunos antes de estes iniciarem o seu trabalho, tal como de os alertar para a necessidade de explicarem as suas estratégias e justificarem as suas conclusões; decidiu-se, tendo em atenção o facto de a generalidade das tarefas terem um cunho exploratório ou investigativo, que deveriam ser trabalhadas maioritariamente em pequeno grupo. Segundo Ponte et al. (1999), a realização de tarefas em pequeno grupo ajuda a desenvolver a comunicação entre alunos e permiti-lhes melhorar a capacidade de explicar as suas próprias conjecturas e os seus testes. Durante a resolução destas, o trabalho do professor, deveria consistir em acompanhar e orientar os alunos, esclarecendo as suas dúvidas e ajudando-os a ultrapassar as suas dificuldades. Refletiu-se ainda, perante as eventuais dificuldades dos alunos, sobre a importância de o professor colocar questões que conduzissem a novas reflexões por parte destes, que os ajudasse a esclarecer os seus raciocínios. Definiu-se também que as tarefas deveriam ser todas discutidas em grande grupo, sendo que as discussões podiam ser no final de um conjunto de questões ou no final da resolução integral da tarefa. Durante estas discussões, os alunos deveriam ter a possibilidade de partilhar ideias, confrontar diferentes pontos de vista, esclarecer dúvidas e até questionar estratégias. Combinou-se ainda que as principais conclusões surgiriam a partir da discussão e do contributo dos alunos. Apesar de ter havido todo este planeamento, tal como já foi referido anteriormente, ficou sempre claro que no final o professor teria sempre o livre arbítrio de decidir o que achasse mais conveniente para os seus alunos.

### 5.3.1 A Avaliação

Tendo em conta a tese do presente estudo, as tarefas foram pensadas de forma a serem simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação, devendo transmitir informações claras e precisas ao aluno sobre o seu conhecimento, tentando garantir, desta forma, uma verdadeira integração entre estes três processos. Além disso, o *feedback* fornecido pelo professor devia ajudar os alunos a atingirem os objetivos propostos. Quanto aos alunos foi assumido que era importante conseguir que estes assumissem um papel ativo na gestão dos seus conhecimentos e na capacidade de os desenvolver. Para tal, era fundamental que o professor os conseguisse responsabilizar pela autorregulação das suas aprendizagens. Com o objetivo de dar cumprimento aos objetivos anteriores, foi ainda assumido que no

final de cada aula seria recolhida uma resolução de cada tarefa, por grupo. Esta ação permitiu ao professor dar um *feedback* contínuo aos alunos. É de salientar que o facto de só ser recolhido um trabalho por grupo minorava a tarefa do professor. Planeou-se ainda a realização de sínteses de unidade (Anexo 2), que deveriam ser realizadas individualmente, no final de cada uma das três unidades, Sequências e regularidades, Funções e Equações. Os alunos poderiam reformular as sínteses e voltar a entregar as mesmas, podendo, assim, compreender e corrigir os seus erros. O objetivo era assumir que as sínteses pudessem ser um instrumento simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação.

Além disso, e uma vez que este estudo não teve qualquer influência nos critérios de avaliação do grupo disciplinar, o processo de avaliação também contemplou a participação dos alunos na resolução das tarefas e na discussão das mesmas. Ademais, foram também avaliados pelos testes do professor.



## Capítulo 6 - Metodologia

### 6.1 Opções metodológicas

Uma das principais questões que se coloca durante a realização de uma investigação é a escolha da metodologia de investigação. O objetivo e as questões às quais a investigação se propõe responder assumem um papel fundamental nas opções metodológicas a tomar, ou seja, a opção por uma dada metodologia de investigação é moldada pelos objetivos do estudo e ainda mais especificamente pelas questões a que se pretende responder (Matos & Carreira, 1994). Todavia, as opções metodológicas não se determinam apenas por uma relação causa-efeito a partir desses dois aspetos. Além disso, é primordial que exista uma forte coerência entre o objeto de estudo, o propósito com que este é realizado, as conjecturas de partida e a opção metodológica adotada (Canavarro, 2003).

Seguidamente, justificar-se-á a importância da definição da matriz de investigação, o porquê da inscrição deste estudo na investigação de natureza interpretativa e a opção do estudo de caso como *design*.

#### 6.1.1 Um estudo de natureza interpretativa

O presente estudo, tal como já foi referido anteriormente, pretende descrever detalhadamente as ações e interações que corporizam as atividades de ensino, a participação dos alunos e a avaliação, constituindo uma oportunidade única para a compreensão de uma variedade de relações entre as práticas de ensino, avaliação, as dinâmicas e estilos pedagógicos mais frequentes, a participação dos alunos nos processos de aprendizagem e de avaliação, no âmbito do pensamento algébrico, tomando a sala de aula (alunos e professor), e não apenas os alunos ou o professor, como o caso em análise. Tal facto é defendido por Fernandes (2011b) quando afirma que a investigação nos domínios da aprendizagem, da avaliação e do ensino tem de evoluir no sentido de assumir a sala de aula como unidade de análise. Este posicionamento permite uma análise mais holística da sala de aula, que integre e relacione os diferentes processos que nela acontecem, tendo-se como principal propósito a caracterização, de forma rigorosa e detalhada, de práticas de ensino, de avaliação e da participação dos alunos, em sala de aula, capazes de contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico destes.

Segundo Stake (2016), a investigação, seja quantitativa ou qualitativa, depende sempre da interpretação. No entanto, enquanto nos planos quantitativos os investigadores se

esforçam para limitar o papel da interpretação pessoal, na investigação qualitativa exige-se que o investigador seja responsável pelas suas interpretações, daí a necessidade de estes irem para o campo, fazer observações, exercitar a capacidade crítica subjetiva, analisar e sintetizar além de, durante todo esse período, terem o dever de se aperceber da sua própria consciência. Erickson (1986) afirma mesmo que a principal característica de uma investigação qualitativa é a centralidade da interpretação.

Numa investigação de natureza interpretativa, denominada pelo autor como investigação interpretativa, o principal interesse está no significado humano na vida social e na sua clarificação e exposição por parte do investigador. Canavarro (2003) refere mesmo que esta é a característica que distingue este tipo de investigação – “a sua orientação para a depuração dos pontos de vista do indivíduo observado” (p.180). Erickson (1986) define esta investigação como “uma investigação preocupada com as especificidades do significado e da ação na vida social que tem lugar em situações concretas da interação face a face que se desenvolvem num contexto social mais alargado” (p. 156). É, no entanto, de salientar que a construção dos significados não equivale necessariamente ao ponto de vista do investigador sobre a realidade observada. São, sim, uma construção resultante da intersubjetividade presente na relação entre o investigador e os sujeitos observados, criada com base nas observações, nas reflexões e noutros dados recolhidos (Duarte, 2011). Daí Erikson (1986) afirmar que neste tipo de investigações não se fazem “descobertas”, mas sim “asserções”, uma vez que devido à intensa interação do investigador com os sujeitos, durante o trabalho de campo, dada a atenção à intencionalidade e ao sentido do eu do participante, o relatório é sempre, em última análise, uma visão pessoal do investigador (Stake, 2016).

Porém, esta questão não deve ser entendida como uma fragilidade da investigação interpretativa, mas como é afirmado por Guba e Lincoln (1994) surge da subscrição de uma perspetiva relativista da realidade. Para mais, como é afirmado por Canavarro (2003), há um conjunto de medidas que pode ser tomado para acautelar a credibilidade das interpretações realizadas num estudo desta natureza. Segundo a autora, em primeiro lugar o investigador, no início do trabalho, deve explicitar quais os seus pressupostos e expetativas em relação ao objeto em estudo. Em segundo, de acordo com Erickson (1986), o investigador deve “triangular” os dados obtidos, ou seja, o investigador deve confrontar as diferentes informações provenientes das diversas fontes utilizadas. Não menos importante é o envolvimento dos participantes no processo de interpretação e análise de

dados, de forma a terem a capacidade de confirmar os dados (Canavarro, 2003; Coutinho, 2008).

Perante o acima referido, fica justificada a opção, no presente estudo, pelo paradigma interpretativo que, de acordo com Matos e Carreira (1994), está associado a uma abordagem metodológica de índole qualitativa, onde o papel interpretativo do investigador ganha notoriedade (Stake, 2016).

### **6.1.2 Emergência de uma matriz de investigação numa abordagem qualitativa**

A investigação em educação deve centrar-se na dinâmica emergente da interação entre os indivíduos, os contextos e o conhecimento, uma vez que todas estas unidades analíticas estão interrelacionadas e condicionam o decorrer do processo de ensino e aprendizagem (Alves & Azevedo, 2010). Por outro lado, é consabido que a investigação qualitativa permite obter informação detalhada sobre os processos de ensino e de aprendizagem, dificilmente obtida de outra forma. Como por exemplo, através da observação detalhada e planeada e da estreita interação com os sujeitos podem estudar-se diferentes processos cognitivos (Fernandes, 1991).

O presente estudo está enquadrado pelas ideias mencionadas nos capítulos anteriores e, tal como já foi referido, pretende sustentar a seguinte tese: A articulação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, contribui para a melhoria do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos. Consequentemente, há aspetos importantes a descrever e caracterizar nas práticas dos professores nos domínios da avaliação e do ensino, tal como na participação dos alunos. Mais especificamente, interessa caracterizar que práticas de ensino e de avaliação estão relacionadas com o desenvolvimento da participação dos alunos no âmbito da Álgebra. Neste contexto, o estudo tem como principal objetivo descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, tendo como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em consequência, será orientado pelas seguintes questões: (a) como é que se poderão caracterizar as práticas de ensino e de avaliação, no âmbito do estudo da Álgebra? (b) como é que se poderá caracterizar a participação dos alunos, nos processos pedagógicos e didáticos e nas atividades das aulas, no âmbito do estudo da Álgebra? (c) qual a relação entre as práticas de ensino e de avaliação do professor e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, no âmbito do estudo da Álgebra?



Tendo como referência o objetivo de investigação formulado e as questões de investigação enunciadas, torna-se relevante que uma parte significativa dos dados da investigação seja obtida no contexto real da sala de aula e através da interação e da proximidade com os alunos e o professor. Nestas condições, os dados obtidos de natureza qualitativa permitirão descrever, analisar e interpretar os fenómenos de interesse que estão associados aos objetivos e às questões orientadoras da investigação. Bogdan e Biklen (1994) afirmam que a investigação qualitativa apresenta as cinco características principais que se seguem: (i) a situação natural constitui a fonte dos dados, sendo o investigador o instrumento principal da recolha de dados; (ii) a sua primeira preocupação é descrever e só secundariamente é que surge a análise de dados; (iii) a questão fundamental é todo o processo; (iv) os dados são analisados indutivamente como se reunissem, em conjunto, todas as partes de um todo; (v) diz respeito essencialmente ao significado das coisas. As características atrás referidas mostram-se de acordo com as questões do presente estudo.

No entanto, quando se pensa em investigação qualitativa ainda surgem dúvidas sobre a sua qualidade científica, daí que num estudo desta natureza haja uma grande necessidade de se garantir uma investigação qualitativa de qualidade (Borralho, Fialho & Cid, 2015). De acordo com os autores, essa qualidade, numa boa parte, é assegurada pelos critérios de validade inerentes à investigação, daí ser fundamental que os investigadores em educação se preocupem com a questão da fiabilidade e validade dos métodos que utilizam, sejam eles de cariz quantitativo ou qualitativo (Coutinho, 2015).

Segundo Borralho, Fialho e Cid (2015) para que a validade da investigação, inúmeras vezes questionada, esteja assegurada é fundamental que se estabeleça uma matriz concetual de investigação proveniente da discussão do quadro teórico que evidencie o objetivo e as questões da investigação. Neste contexto, os autores afirmam que:

A matriz concetual de investigação deverá ser sempre um elemento de referência para a construção dos instrumentos de investigação e para a análise dos dados e qualquer instrumento a ser utilizado para a recolha de dados deve ter em consideração os objetos, e respetivas dimensões, patentes na referida matriz. Os dados recolhidos pelos diversos instrumentos, certamente de natureza distinta, terão assim informação relevante sobre as diversas dimensões relativamente a cada objeto de estudo (p.66).

Tendo em conta o acima referido, e de acordo com o quadro teórico do presente estudo, elaborou-se a seguinte matriz de investigação (Fernandes, Borralho, Vale, Gaspar & Dias, 2011):

Pensamento Algébrico	
Objetos	Dimensões
Práticas de Ensino	Planificação e Organização do Ensino
	Recursos, Materiais e Tarefas Utilizadas
	Dinâmicas de Sala de Aula
	Papel do Professor e dos Alunos
	Gestão do Tempo e Estruturação da Aula
Prática de avaliação	Integração/Articulação Entre os Processos de Ensino/Avaliação/Participação dos alunos
	Tarefas de Avaliação Predominantes
	Natureza, Frequência e Distribuição de Feedback
	Dinâmicas de Avaliação
	Papel do Professor e dos Alunos
Participação dos alunos	Dinâmicas, Frequência e Natureza da Participação
	Estratégias Indutoras da Participação
	Dinâmicas de Grupo
	Tarefas de Álgebra

Quadro 5 – Matriz de Investigação

A matriz de investigação mostra claramente que os objetos deste estudo são as práticas de ensino, as práticas de avaliação e a participação dos alunos. É também possível observar através de uma breve análise à mesma (Quadro 5) as dimensões que caracterizam cada um dos objetos. Desta forma, facilmente se identificam os principais objetos de análise, que foram criados de acordo com o objetivo do estudo e as respetivas questões de investigação. Como se perceberá, esta distribuição de objetos e de dimensões constantes na matriz é, em certo sentido, artificial uma vez que as dinâmicas de sala de aula e a sua complexidade dificilmente são enquadráveis em categorias muito disjuntas,

daí a necessidade do investigador ter em consideração uma visão integrada dos mesmos. Na realidade, muitas vezes há sobreposições e interações que não podem ser traduzidas num instrumento desta natureza (Fernandes, Borralho, Vale, Gaspar & Dias, 2011; Borralho, Fialho & Cid, 2015). Todavia, esta distribuição de objetos e de dimensões foi pensada apenas para apoiar a investigadora no desenvolvimento das suas ações de recolha e sistematização da informação. Uma matriz de investigação é tão somente uma esquematização de um plano que permite orientar os investigadores no terreno e garantir que a informação recolhida é orientada para esses objetos e respetivas dimensões (Spaulding, 2008; Borralho, Fialho & Cid, 2015). No que diz respeito às dimensões utilizadas no presente estudo, é importante alertar para a dificuldade em elaborar listas exaustivas de elementos caracterizadores de cada objeto (Fernandes *et al.*, 2011). Estas são apenas um conjunto de elementos caracterizadores dos objetos em questão, criadas com base em dois critérios: (i) os propósitos e termos de referência do estudo; e (ii) as indicações constantes na literatura (Nevo, 2006; Fernandes, Borralho, Vale, Gaspar & Dias, 2011; Borralho, Fialho & Cid, 2015).

Com base no objetivo do estudo, nas questões anteriormente referidas e tendo como referência a matriz de investigação, elaborou-se o plano de trabalhos, que integrou três fases distintas, mas fortemente interdependentes. A primeira fase denominada como fase Teórica e Conceptual teve como principal objetivo a construção do quadro teórico de referência, que se pretendeu crítico e analítico através do estudo e sistematização da literatura relevante nos domínios do ensino, da avaliação e da participação dos alunos. Como Yin (2010) refere, este é o começo de um percurso metodológico rigoroso que deve iniciar com uma revisão pormenorizada da literatura. Neste contexto, tendo em conta os objetos de análise, e porque se reconheceu que o professor é uma figura fundamental no processo de ensino, aprendizagem e avaliação, considerou-se indispensável compreender em que se baseia o seu conhecimento, e quais os mecanismos que usa e que o ajudam na sua vida profissional (Portugal & Astudillo, 2013). Além disso, considerou-se relevante fazer uma revisão pormenorizada da literatura sobre a avaliação das aprendizagens, a Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A segunda fase do estudo, denominada como fase Intensiva, corresponde ao período de observação de aulas na turma envolvida, no âmbito do estudo de sequências e regularidades, funções e equações. Esta fase permitiu recolher informação detalhada sobre as ações e interações que corporizam as atividades de ensino, a participação dos alunos e a avaliação, constituindo uma oportunidade única para a compreensão de uma



variedade de relações entre os elementos já referidos. Na investigação qualitativa, esta fase do estudo é justificada pela grande preocupação com o contexto, uma vez que se considera que as ações são melhor compreendidas quando observadas no seu ambiente natural (Bogdan & Biklen, 1994). Esta ideia é reforçada por Stake (2016) quando afirma a importância de, neste tipo de estudo, se colocar “um intérprete no campo para observar os desenvolvimentos do caso, um intérprete que regista objetivamente o que está a acontecer, mas que simultaneamente examina o seu significado e redireciona a observação para aperfeiçoar ou fundamentar tais significados” (p.24). Na realidade, para um investigador qualitativo separar o ato observado do seu contexto é perder de vista o significado (Bogdan & Biklen, 1994).

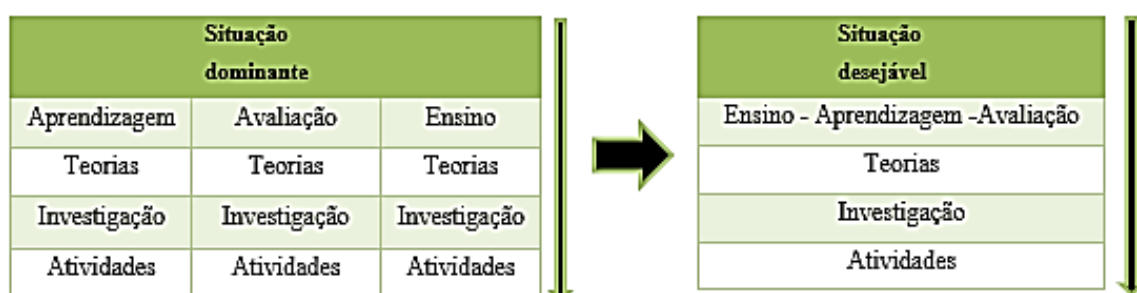
A terceira e última fase, denominada de Interação Social e Reflexão, é a fase da triangulação intensiva e interpretativa dos dados através do contacto próximo com os participantes mais diretos do estudo, a fim de promover reflexões que pudessem contribuir para clarificar, interpretar e aprofundar os dados obtidos na fase anterior. A interação teve lugar em contextos mais formais (através da realização de entrevistas em grupos focais a alunos e entrevistas individuais ao professor) e numa variedade de contextos menos formais (por exemplo em conversas informais com o professor da turma). Yin (2010) salienta a importância de utilizar várias fontes de dados com o objetivo de, no final, se poderem triangular. Segundo o autor é imprescindível utilizar “múltiplas fontes de evidência, de forma que os dados convirjam de modo triangular” (p.22).

### 6.1.3 Um estudo de caso

Como já foi referido anteriormente, este estudo seguiu uma abordagem qualitativa, enquadrada num paradigma interpretativo e tomando por *design* o estudo de caso, uma vez que se pretende responder a questões do tipo “como” e “porquê”, de natureza explicativa, capazes de proporcionar uma descrição holística de um fenómeno delimitado e identificado, e sobre o qual a investigadora não tem, nem pretende ter, qualquer controlo (Yin, 2010). Apesar de existir uma proposta pedagógica definida em conjunto com o professor, não existiu qualquer intenção por parte da investigadora de controlar as práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos no contexto de sala de aula. O caso em análise é a sala de aula (alunos e professor) de uma turma de 7.º ano de escolaridade, do 3.º ciclo de um Agrupamento de Escolas.

A escolha do caso prende-se com o facto de se considerar, de acordo com Fernandes (2011b), que a evolução das teorias da aprendizagem, da avaliação e do desenvolvimento

curricular, depende de um significativo esforço de articulação, daí haver a necessidade de que todas as ações decorridas nas salas de aula se orientem nesse sentido. Todavia, embora os avanços nas teorias da aprendizagem e nas teorias do desenvolvimento do currículo sejam usualmente acompanhados pelas teorias da avaliação e vice-versa, tem sido muito difícil articulá-las e, ainda mais, integrá-las num corpo de conhecimento sólido e consistente. Na realidade, há estudos sobre práticas de sala de aula (Nunes, 2004; Barbosa, 2007; Delgadinho, 2011; Dias, 2012) que muito têm contribuído para a produção de recomendações bem fundamentadas nos domínios do ensino e da avaliação. Existem também modelos descritivos que nos auxiliam na compreensão do modo como os alunos aprendem (Pasquita, 2007; Mendes, 2012) e ainda modelos prescritivos destinados a dar apoio ao ensino (Branco, 2008; Matos, 2007). Mas, tal como salienta Fernandes (2011b), a construção do conhecimento nos domínios do ensino, da aprendizagem e da avaliação tem de provir de estudos de investigação que considerem estes complexos domínios como um todo, em vez de se limitarem à mera soma das partes



constituintes como ilustra a figura seguinte:

*Figura 5. Evolução desejável da construção teórica nos domínios da aprendizagem, da avaliação e do ensino (Fernandes, 2011b, p. 135)*

Estuda-se um caso quando o próprio se reveste de um interesse muito especial para o investigador, que procura o pormenor da interação com os seus contextos (Stake, 2016). De acordo com o autor, assumir a sala de aula como um caso é estudar a sua particularidade e complexidade, conseguindo compreender a sua atividade no todo, o que levará a uma explícita caracterização da articulação necessária entre práticas de ensino, de avaliação e participação dos alunos por forma a estes melhorarem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Atendendo à natureza do produto final que se pretende obter com o presente estudo, o tipo de caso adequado é o analítico, uma vez que se pretende analisar a situação com o objetivo de se obter uma teoria e instrumental porque se quer alcançar algo mais do que compreender o caso específico. Ou seja, perante um problema de investigação, uma

perplexidade, uma necessidade de compreensão global, tomar-se-á consciência de que através do estudo de um caso particular se poderá alcançar um conhecimento mais profundo (Stake, 2016).

Nos estudos de caso qualitativos, a função da investigação não é mapear e dominar o mundo, mas sim sofisticar a sua contemplação. Desta forma, é suposto que se efetue uma densa descrição, haja uma compreensão baseada na experiência, além de múltiplas realidades (Stake, 2017). Assim, talvez se possa inferir que o objetivo deste tipo de investigação não será a obtenção de verdades, absolutas, mas sim, como é referido pelo autor, um estímulo para que os leitores reflitam, criando-se condições para que estes possam vir a aprender, ou seja, aquilo a que o mesmo denomina como aprendizagem experimental ou generalização naturalista.

#### **6.1.4 Questões de ética**

A acusação de uma prática pouco ética pode destruir qualquer profissional. Neste contexto, “a ética consiste nas normas relativas aos procedimentos considerados corretos e incorretos por determinado grupo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 75). É consabido que os princípios éticos devem estar salvaguardados em qualquer investigação, devendo esta ser uma das preocupações dos investigadores na concretização dos seus estudos (Almeida, 1995). Desta forma, o investigador deve estar atento e consciente de toda esta problemática (Jacinto, 2017), uma vez que a utilização de padrões éticos comuns, além de potenciar a ação esclarecida e autónoma dos investigadores, favorece também o seu processo de construção identitária, contribuindo desta forma para a credibilização pública, em particular da comunidade científico-educacional portuguesa (SPCE, 2014).

São várias as entidades de abrangência nacional e internacional que ao longo das últimas décadas têm elaborado um conjunto de princípios orientadores da prática de investigação em ciências da educação (Bogdan & Biklen, 1994; Jacinto, 2017).

Bogdan e Biklen (1994) enumeram um conjunto de quatro princípios éticos a ter em conta pelos investigadores qualitativos. Segundo os autores, os investigadores devem: (i) proteger as entidades dos sujeitos que participam no estudo; (ii) tratar respeitosamente os sujeitos participantes na investigação, por forma a que estes cooperem na mesma; (iii) ser claros e explícitos no que diz respeito aos termos do acordo que integram o pedido de autorização para a realização do estudo, que deve ser respeitado até ao fim dos trabalhos; por fim (iv) ser autênticos ao escrever os resultados, mesmo que as conclusões obtidas não sejam totalmente do seu agrado.



No planeamento e execução deste estudo, teve-se em conta várias recomendações relativamente a questões de ética no que diz respeito à investigação científica, em particular, nas ciências da educação. Deste modo, e em conformidade com o estabelecido pela Carta Ética da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE, 2014), passo a explicitar os princípios éticos acautelados nesta investigação, tal como os procedimentos adotados com esse intuito.

O *consentimento informado* é um dos princípios éticos fundamentais e afirma o seguinte: “Os participantes têm direito a ser plenamente informados e esclarecidos sobre todos os aspetos relativos à sua participação, bem como a mudar os termos da sua autorização, em qualquer altura da investigação” (SPCE, 2014, p. 7). Neste âmbito, nos primeiros contactos mantidos com todos os intervenientes, agrupamento de escolas, professor, alunos e encarregados de educação deixou-se claro os propósitos desta investigação, tal como todos os procedimentos previstos e as condições em que se realizaria o estudo. Foi ainda explicitada a necessidade de se observar aulas, através de observação direta e vídeo gravação, bem como de se proceder a várias entrevistas, além dos mecanismos de registo.

Outro princípio ético a ter em conta é o da garantia de *confidencialidade/privacidade* que refere que “os participantes da investigação têm o direito à privacidade, à descrição e anonimato” (SPCE, 2014, p. 8). Ou seja, os investigadores têm a obrigação de manter em anonimato e confidenciais os dados fornecidos pelos participantes. Tendo em conta esta premissa, no presente estudo foi garantido o anonimato de cada participante, tal como está expressamente referido na declaração de autorização de participação dada a assinar aos encarregados de educação (Anexo 3) de cada um dos intervenientes. No que diz respeito à elaboração do relatório, tal como noutros documentos publicados, o anonimato é garantido através do uso de nomes fictícios. Neste âmbito, foi dirigido à direção da escola um pedido de autorização (Anexo 4) de realização do presente estudo no referido estabelecimento. Sobre este assunto há ainda a referir que se optou por ocultar o rosto dos participantes neste relatório e em todas as publicações associadas.

No que diz respeito à *divulgação de informação*, outro princípio constante na carta ética, “Os participantes têm o direito a ser informados sobre os resultados da investigação e sobre a forma como esses resultados vão ser usados e divulgados, em conformidade com o que for acordado no âmbito do consentimento informado” (SPCE, 2014, p. 9), pode-se afirmar que este princípio também foi acautelado. Quer os alunos participantes e os seus pais, quer o professor foram devidamente informados sobre os produtos esperados

em consequência desta investigação. Além disso, os participantes foram consultados no momento de conclusão da investigação, com o objetivo de partilhar com eles os dados da sua participação.

No que diz respeito à possibilidade de *desistência da participação*, outro princípio da carta ética, segundo o qual “Os participantes têm sempre o direito a manifestar dúvidas ou reservas relativamente à sua participação, com motivo ou sem motivo expresso” (SPCE, 2014, p. 9), optou-se por dar essa informação na primeira reunião presencial com a direção da escola, com o professor e, por fim, com os alunos, na aula onde me fui apresentar.

A relação com os participantes também se pautou pelo princípio do *benefício e do respeito pela sua integridade física e moral*, uma vez que os processos de investigação, bem como os seus resultados, foram pensados e comunicados de forma a evitar qualquer ameaça para a integridade dos envolvidos (SPCE, 2014). Aliás, o sucesso do presente estudo será tanto maior quanto for o sucesso dos participantes no mesmo, daí a importância de os intervenientes se sentirem confortáveis e confiantes com a sua participação na investigação.

Finalmente, é importante referir o cuidado tido no estabelecimento de relações com outros investigadores, especificamente pelo facto deste trabalho ter sido desenvolvido no seio do Projeto AERA<sup>6</sup> - Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: Relações com as Aprendizagens. Neste contexto, realizei vários trabalhos de colaboração com outros investigadores, ainda que em torno de outros dados que não os deste estudo, no entanto a definição da autoria e coautoria foi sempre tida em conta.

Em suma, durante a realização do presente estudo as questões de ética estiveram sempre presentes tal como recomenda (Stake, 2016).

## 6.2 Participantes e procedimentos de seleção

Na modalidade de estudo de caso, um dos passos mais importante é a identificação do caso em si (Yin, 2010). O presente estudo, em que o caso é a sala de aula de Matemática de uma turma (alunos e professor), do 7.º ano de escolaridade do ensino básico, não esteve dirigido à escolha de uma turma e/ou de um professor específicos. A escolha da sala de aula em questão foi orientada por critérios previamente definidos em função dos objetivos predefinidos, de modo a que fosse possível aprender ao máximo sobre o caso específico,

---

<sup>6</sup> Projeto de pesquisa do Programa Geral de Cooperação Internacional, entre UFPA e Universidade de Évora-Portugal, financiado pela CAPES/FCT

ou seja, através dele compreender melhor o objeto em estudo (Stake, 2016). Nesse sentido, o primeiro critério foi encontrar um professor que estivesse disposto a experimentar novas abordagens à Álgebra, com vista a desenvolver o pensamento algébrico dos seus alunos.

O segundo critério prendeu-se com o nível de escolaridade pretendido, o 7.º ano, uma vez que é neste ano de escolaridade que há uma maior formalização dos conceitos algébricos, em particular no que diz respeito às sequências e regularidades, às funções e às equações. Aspetos em que o nível de desempenho dos alunos portugueses ainda é baixo, principalmente quando apresentam um elevado nível de abstração (Barbosa & Borralho, 2017).

Neste enquadramento, e com o objetivo de maximizar a aprendizagem sobre os objetos em estudo, definiu-se os seguintes critérios para a escolha da sala de aula, alunos e professor: (i) ser uma turma do 7.º ano de escolaridade; (ii) ser uma turma do ensino regular; (iii) ser um professor com estabilidade profissional; (iii) ser um professor com experiência profissional, no mínimo de cinco anos; (iv) ser um professor que já tivesse participado e/ou tido intervenção em encontros de natureza profissional e/ou em projetos de inovação curricular; (v) ser um professor que possuísse algum conhecimento das indicações metodológicas do Programa de Matemática (ME, 2007), no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

A turma escolhida foi uma turma do 7.º ano de escolaridade do ensino básico de uma escola secundária do Alentejo litoral. Para tal, foi feita uma pequena lista de professores experientes, que à partida cumpriam os requisitos, que foram seriados de acordo com os critérios acima referidos, além disso foi ainda tida em conta a facilidade de relacionamento interpessoal. Na realidade, não foi fácil encontrar um professor que estivesse nas condições acima referidas, principalmente na região de residência da investigadora, uma vez que a maior parte dos professores experientes ou não estavam a lecionar o 3.º ciclo ou estavam já a lecionar o 8.º ano de escolaridade. Ainda que, por uma questão de comodidade, fosse preferível uma escola da região de residência da investigadora, houve a necessidade de se alargar o perímetro de procura. O professor escolhido foi um professor que a investigadora conhecia muito bem, há cerca de 18 anos, com quem tinha um bom relacionamento pessoal e profissional. O professor era experiente, ainda que a sua maior experiência profissional fosse no ensino secundário, responsável, e com grande sentido profissional, reconhecido entre pares, para além de possuir um excelente sentido de humor e de ser bastante comunicativo. O pedido da sua



colaboração na investigação foi aceite de imediato, ainda que apresentasse algum receio de não corresponder às expetativas. Todavia, apesar do receio, manifestou total disponibilidade e vontade em colaborar em tudo o que fosse necessário, em particular na elaboração da proposta pedagógica já anteriormente apresentada. Por fim, quando lhe foi proposto ser designado no estudo por *Francisco*, aceitou de bom grado.

### 6.3 Recolha de dados

Nesta secção será feita uma explicação detalhada de todo o processo de recolha de dados, tal como das fontes de informação que sustentaram o estudo, fazendo-se ainda referência aos instrumentos utilizados.

A recolha de dados está integrada na segunda fase - *Fase Intensiva* - do presente estudo. Como já foi referido anteriormente, esta fase permitiu recolher informações pormenorizadas sobre as ações e interações que materializavam as atividades de ensino, a participação dos alunos e a avaliação, o que facilitou a compreensão de uma variedade de relações entre os elementos já referidos.

A recolha de dados foi realizada diretamente e de modo integral pela investigadora e ocorreu maioritariamente na escola do professor. Esta opção era estritamente necessária no que diz respeito à observação de aulas, no entanto com o objetivo de deixar o professor e os alunos mais à-vontade (Canavarro, 2003), as entrevistas também se realizaram na escola, nos espaços indicados pelo professor.

O estudo de caso qualitativo é uma modalidade de natureza empírica fortemente enraizado no trabalho de campo, que permite uma familiarização com as “coisas” a partir das formas triviais (Canavarro, 2003; Stake, 2016). Ou seja, segundo os autores os investigadores têm um papel fundamental na recolha de dados e Stake (2016) afirma mesmo que os investigadores têm simultaneamente um privilégio e uma obrigação: “o privilégio de prestar atenção ao que consideram digno de atenção e a obrigação de tirar conclusões retiradas das escolhas mais significativas (...)” (p. 65). Os dados recolhidos devem ser variados e numerosos, pois é a capacidade de lidar com uma grande diversidade de evidências que dá a força ao estudo de caso (Yin, 2010).

As principais técnicas de recolha de dados nos estudos de caso qualitativos, segundo Stake (2016), são as observações diretas, as entrevistas e a análise documental, o que vai ao encontro do definido no presente estudo, acrescentando-se ainda os diários de bordo.

Os procedimentos utilizados na recolha de dados levaram à obtenção de um conjunto significativo e diversificado de dados, possibilitando, assim, a triangulação da

informação, o que irá assegurar uma maior credibilidade no que diz respeito aos resultados obtidos (Canavarro, 2003; Yin, 2010). Além desta, há ainda outra razão para o recurso a várias fontes, em particular no que diz respeito à combinação da observação de aulas, que permite ver o professor e os alunos em ação na sala de aula, com as entrevistas que dão a oportunidade de ouvir o que o professor e os alunos têm a dizer sobre essa mesma ação. A compreensão das práticas de ensino, de avaliação e da participação dos alunos necessita da consideração destes dois tipos de informação. Para dar sentido às práticas do professor e à participação dos alunos, é fundamental combinar a sua observação com o que professor e alunos dizem sobre elas (Canavarro, 2003). Ou seja, como a autora reforça, o significado está simultaneamente na ação e no discurso. “O fazer e o dizer são ambos faces da mesma moeda e devem ser associados para a compreensão do significado de qualquer situação” (p. 195).

A recolha de dados prolongou-se por três anos letivos. Iniciou-se no ano letivo de 2010/11, no qual ocorreu a maior parte da observação de aulas, duas entrevistas aos alunos e recolha de documentos. No ano letivo seguinte, 2011/12, apenas se assistiu a cinco aulas, onde foram abordados conteúdos, de 7.º ano do ensino básico, sobre equações, previamente planeados para serem trabalhados no ano letivo anterior. Foram realizadas duas entrevistas, uma aos alunos e uma ao professor, além da recolha de documentos. Por fim, no último ano letivo, 2012/13, realizou-se uma entrevista ao professor com o objetivo de complementar dados em falta. Posteriormente, a investigadora voltou-se a encontrar formalmente com o professor com o objetivo de lhe entregar a versão pré-definitiva do caso correspondente, o que foi seguido de uma conversa posterior com o objetivo de discutir e validar o trabalho em questão.

### **6.3.1 Observação de aulas**

De acordo com Stake (2016), a observação de aulas conduz o investigador a uma maior compreensão do caso. Na realidade, esta foi uma das técnicas essenciais da recolha de dados no presente estudo. No que diz respeito à observação de aulas propriamente ditas, a investigadora assumiu os papéis de investigador, instrumento e observador, uma vez que foi o investigador que desempenhou o papel de instrumento fundamental na recolha e análise dos dados (Matos & Carreira, 1994).

Tendo em conta o objetivo do estudo, considerou-se importante assistir a todas as aulas de 7.º ano de escolaridade, onde fossem abordados temas de Álgebra. Desta forma, assistiu-se a 23 aulas de noventa minutos distribuídas da seguinte forma:

Sequência de Tarefas	Tarefas	Número de aulas observados (90 minutos)
<b>Sequência 1</b> Sequências e regularidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Padrões</li> <li>➤ Pontos e números</li> <li>➤ Quadrados</li> <li>➤ Cruzes</li> <li>➤ A casa</li> </ul>	<b>10</b>
<b>Sequência 2</b> Funções	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ponto por ponto</li> <li>➤ Tarifários</li> <li>➤ Comparando tarifários</li> <li>➤ Aluguer de bicicletas</li> <li>➤ Perímetros</li> <li>➤ A vela</li> <li>➤ Varias representações</li> <li>➤ Passeio a pé</li> </ul>	<b>8</b>
<b>Sequência 3</b> Equações	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Balanças</li> <li>➤ Uma outra visão de padrão</li> <li>➤ Ângulos e polígonos</li> </ul>	<b>5</b>

*Quadro 5 – Distribuição do número de aulas assistidas por tema*

Como foi referido no capítulo anterior, as tarefas foram discutidas e planeadas em conjunto com o professor, no entanto este teve sempre o poder de decisão final. Ainda em conjunto discutiu-se, também, o modo como se poderiam concretizar, além da forma de preconizar a aprendizagem dos alunos. Neste contexto, o professor foi deixado à vontade para escolher as tarefas mais adequadas, a ordem de aplicação, além da metodologia mais adequada. De acordo com o plano de trabalho, e tendo em conta o facto das tarefas que iriam ser elaboradas visarem o desenvolvimento do pensamento algébrico, apenas se refletiu sobre as metodologias mais adequadas para a sua implementação. Quanto aos alunos, houve sempre a preocupação de não lhes transmitir qualquer expectativa do que era esperado deles, nomeadamente no que diz respeito à sua participação em sala de aula.

As aulas assistidas corresponderam às aulas onde foram abordados os temas já referidos. Foram planificadas pelo professor em conjunto com o colega do grupo disciplinar que nesse ano também lecionava o 7.º ano de escolaridade. Ainda assim, o professor teve o cuidado de discutir a planificação com a investigadora, o que levou a que esta sugerisse duas alterações: a primeira, por uma questão de organização, que a organização e tratamento de dados fosse trabalhada antes das sequências e regularidades; a segunda, que as funções fossem trabalhadas imediatamente a seguir às sequências e



regularidades. Esta sugestão prendeu-se com o facto da observação de padrões, a sua descrição e generalização ser considerada uma abordagem relevante na transição da aritmética para a Álgebra (Mason, 1996). São vários os autores que consideram que as tarefas baseadas na descoberta de padrões são um excelente meio de introduzir a álgebra fundamentalmente devido à representação dinâmica das variáveis (NCTM, 2007; Stacey & MacGregor, 2001; Barbosa, 2007). E também porque as tarefas que envolvem o estudo de padrões ajudam a compreender a “verdadeira” noção de variável que, para a maioria dos alunos, não passa de um número desconhecido (Barbosa, 2007; Vale *et al.*, 2009).

No que diz respeito à observação de aulas propriamente dita, foi acordado com o professor que no dia em que a investigadora aparecesse pela primeira vez, ele apresentá-la-ia, explicando, de modo breve, qual o objetivo da sua presença, além do facto de muitas vezes, durante a resolução das tarefas em pequeno grupo, esta andar no meio dos alunos a observá-los. Durante a observação, o investigador do estudo de caso qualitativo deve manter um bom registo dos acontecimentos para alcançar uma descrição o mais fiável possível para posterior análise e realização do relatório (Stake, 2016). Todavia, quer o professor, quer os alunos sempre pareceram bastante à-vontade, não evidenciando nenhum constrangimento especial com a situação. Por isso, considerou-se que a presença da investigadora não provocou a distorção do fenómeno a estudar.

Todas as aulas foram registadas em vídeo, com recurso a uma pequena máquina de filmar, que ficava colocada no fundo da sala de aula. Stake (2016) considera que o vídeo é uma excelente forma de registo, que pode ser analisado posteriormente, sendo um recurso útil para complementar uma apresentação oral. Todavia, o autor assume que o registo vídeo tem pouco uso na elaboração do relatório. Recorreu-se também ao registo fotográfico por se considerar que este tipo de registo facilita a captura de informação factual (Bogdan e Biklen, 1994). Foram ainda utilizadas notas de campo, recolhidas com recurso ao guião de observação de aulas (Anexo 5) utilizado no estudo, que foi testado e validado no âmbito do projeto AERA. Como é possível perceber pela análise do guião, as notas de campo pretendiam captar, o mais exaustivamente possível, todo o desenvolvimento da aula.

No final de cada aula, houve sempre lugar para uma breve conversa informal, onde se falava da participação da turma e de alguns alunos em particular, bem como das impressões do professor no que diz respeito ao empenho dos alunos, à forma como aderiram às tarefas propostas, entre outras. Estas conversas foram registadas no diário de bordo, sobre o qual se falará mais adiante.

### 6.3.2 Entrevistas

Na investigação qualitativa, as entrevistas podem ser utilizadas de duas maneiras distintas: como principal fonte de recolha de dados ou em conjunto com outras técnicas, como por exemplo a observação, a análise de documentos, entre outros (Bogdan e Biklen, 1994). Em ambas as situações, a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo obter informação em relação aos aspetos não diretamente observáveis de uma dada situação, daí ser considerada uma técnica fundamental na recolha de dados (Bogdan & Biklen, 1994; Canavarro, 2003; Nunes, 2004).

Bogdan e Biklen (1994) assumem que o êxito da recolha de informação através da entrevista depende de vários fatores, entre os quais: (i) a sua preparação e estruturação: “As perguntas principais devem estar sempre na mente do entrevistador, devem ser cuidadosamente elaboradas algumas perguntas exploratórias” (Stake, 2016, p. 82); (ii) a qualidade de quem realiza a entrevista e neste ponto Stake (2016) é ainda mais específico, afirmando que durante a realização da entrevista o entrevistador necessita, acima de tudo, de saber ouvir não podendo, no entanto, esquecer-se de se manter no controlo da recolha de dados; e (iii) a personalidade do entrevistado, uma vez que o entrevistador, além de ser o recetáculo da entrevista, deve tentar desfrutar da mesma (Stake, 2016).

As entrevistas qualitativas possuem vários graus de estruturação, podendo variar de forma contínua entre as totalmente estruturadas e as não estruturadas (Bogdan & Biklen, 1994). No presente estudo, foram realizadas duas entrevistas ao professor e três aos alunos. Em ambos os casos, as entrevistas foram semiestruturadas, garantindo desta forma a obtenção de dados comparáveis (Bogdan & Biklen, 1994). Por outro lado, ainda que neste modelo exista uma orientação clara dos seus objetivos, concretizados em questões específicas, mantém-se uma atitude, por parte do investigador, de abertura e flexibilidade à integração de novas ideias (Canavarro, 2003).

Outra questão a salvaguardar foi a escolha adequada dos alunos a entrevistar, para tal refletiu-se sobre os critérios a seguir (Stake, 2016). Neste contexto, decidiu-se que os alunos fossem heterogéneos, com diferentes interesses pela escola e pela Matemática e diferentes níveis de sucesso escolar, além de terem sexos opostos. Assim, foi elaborado um breve questionário (Anexo 6) para passar aos alunos, com o objetivo único de ajudar a caracterizá-los. Embora haja informação sobre os alunos da turma, optou-se por recolher, também, informação mais detalhada e aprofundada a partir dos alunos referidos.

Durante a realização das entrevistas, tentou-se evitar a emissão de opiniões e a manifestação de expressões, a não ser o interesse e a atenção pelo que o professor e alunos diziam. Apesar de se ter utilizado um pequeno gravador e de os guiões de entrevista terem estado presentes durante a realização das mesmas, tentou-se que as entrevistas decorressem num tom informal de uma boa conversa, onde a investigadora assumiu o papel de boa ouvinte, falando muito menos que o professor e os alunos, evitando, sempre que possível interrompê-los (Stake, 2016).

A primeira entrevista realizada ao professor (guião no Anexo 7) teve como objetivos principais a caracterização do contexto escolar do professor, a sua relação com o currículo, a perceção de si próprio enquanto professor, além da reflexão sobre alguns episódios de sala de aula, quer do ponto de vista mais geral, quer mais em particular no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico. A segunda entrevista (guião no Anexo 8) visou caracterizar, do ponto de vista do professor, as suas práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, além de algumas questões sobre o pensamento algébrico dos mesmos e a reflexão por parte do professor em relação a algumas questões levantadas pelos alunos, enquanto entrevistados. As entrevistas do professor oscilaram entre cerca de uma hora e meia e as duas horas e meia.

No que diz respeito aos alunos, como já foi referido anteriormente, foram realizadas três entrevistas a dois alunos, a Ana e o Rui, que correspondiam aos critérios acima explicitados. A primeira entrevista está dividida em três partes (guião Anexo 9) e visou obter informação sobre diferentes conceções dos alunos, tais como a sua conceção sobre a Matemática, sobre a sala de aula de Matemática e sobre a Álgebra. A segunda entrevista (guião em Anexo 10) está dividida em duas partes, a primeira tem como principal objetivo perceber o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, nomeadamente no que diz respeito às sequências e regularidades e às funções. Na segunda parte da mesma, tentou-se compreender se os alunos alteraram a sua opinião sobre a aula de Matemática e, ainda, quais as suas conceções sobre o trabalho de grupo. A terceira entrevista (guião em Anexo 11) visou os mesmos objetivos que a anterior, acrescentando-se na primeira parte questões que tentaram compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico, não só no que diz respeito às sequências e regularidades, às funções, como também às equações. Além disso, como esta entrevista, pelas razões já anteriormente referidas, ocorreu já durante o 8.º ano de escolaridade ainda que os conteúdos recaíssem sobre o 7.º ano, optou-se por questionar novamente os alunos sobre as suas conceções sobre a aula de Matemática e também sobre as dinâmicas de grupo, podendo assim comparar as



conceções destes de um ano letivo para outro (Bogdan & Biklen, 1994). Por sua vez, as entrevistas dos alunos oscilaram entre cerca de quinze minutos e uma hora.

Todas as entrevistas foram integralmente gravadas e transcritas. As transcrições foram elaboradas na íntegra por uma transcritora. Com o objetivo de verificar o texto e a consistência das anotações reviu-se posteriormente a totalidade das transcrições já efetuadas, confrontando-as com o registo áudio. Os guiões de entrevistas utilizados foram elaborados tendo em consideração a matriz de investigação e validados no âmbito do projeto AERA.

### **6.3.3 Diário de Bordo**

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), o diário de bordo serviu para a investigadora registar as reflexões e comentários após a observação de cada aula. Segundo os autores, os pensamentos dos investigadores sobre erros, acontecimentos críticos, oportunidades perdidas, entre outros devem ser escritos à parte e integrar os comentários do observador.

O diário de bordo obrigou a investigadora a um registo sistemático de observações que, de outro modo, ficariam apenas na sua memória e com o decorrer do tempo perderiam clareza. Para a elaboração do diário de bordo foram tomadas um conjunto de notas sobre pormenores, pequenas ações do professor ou dos alunos, que ocorriam na sala de aula e suscitavam algum comentário por parte da investigadora. No final do dia, a investigadora organizava os seus registos e as suas reflexões. Em qualquer das situações, procurou que o diário de bordo descrevesse, da forma o mais fiel possível, os vários episódios descritos.

Além do acima referido, o diário de bordo também serviu para descrever conversas informais com o professor, muitas vezes ocorridas no intervalo dos tempos letivos, assim como algumas conversas casuais com os alunos no final das aulas. A importância destas notas é também assumida por Bogdan e Biklen (1994) quando afirmam que as notas de campo também devem ser escritas depois de encontros casuais.

### **6.3.4 Análise Documental**

“Recolher dados através do estudo de documentos segue a mesma linha de pensamento que observar ou entrevistar” (Stake, 2016, p. 84). O autor afirma ainda que a análise documental obriga a que as ideias estejam organizadas, devendo, no entanto, manter-se a mente aberta a pistas inesperadas.

No presente estudo, a análise documental foi maioritariamente utilizada como uma técnica complementar de recolha de dados, com menos expressão do que as anteriormente referidas. Foram analisados dois tipos diferentes de documentos.

O tipo de documentos com mais expressão foram as resoluções que os alunos realizaram durante o desenvolvimento das tarefas. Estas foram facultadas através de cópias, ou por email, nos casos em que as resoluções foram elaboradas no computador. Houve ainda algumas situações em que as resoluções foram fotografadas, no final da aula, pela própria investigadora.

O outro tipo de documentos diz respeito a materiais do grupo disciplinar, por exemplo as planificações anuais e de unidade elaboradas pelo professor em colaboração com o colega de grupo.

#### **6.4 Análise e tratamento de dados**

A análise e tratamento de dados está integrada na terceira fase - Interação Social e Reflexão - do presente estudo. Como já foi referido anteriormente, esta é a fase da triangulação intensiva e interpretativa dos dados, tendo como objetivo final clarificar, interpretar e aprofundar os dados obtidos na fase anterior.

A análise de dados no estudo de caso é um processo especialmente difícil e complexo, que pressupõe um conjunto diverso de ações do investigador sobre os dados com vista à sua interpretação e tratamento de forma a obter-se conhecimento (Bogdan & Biklen, 1994; Yin, 2010).

Stake (2016) é categórico ao afirmar que não existe um momento específico para iniciar a análise dados. A análise pretende dar tanto significado às primeiras impressões como às compilações finais, ou seja, analisar significa, no seu âmago, fracionar. O investigador deve fracionar quer as suas impressões, quer as suas observações. Em consequência, o processo analítico do presente estudo seguiu primeiramente um modelo interativo, que prevê que a recolha e análise de dados não se realizem de forma sequencial, mas de modo a serem informadas uma pela outra (Bogdan e Biklen, 1994). Apesar de ser de aplicação mais complexa, é um modelo que traz bastantes vantagens para a investigação interpretativa, permitindo ao investigador realizar uma análise sobre os primeiros dados recolhidos de forma a que posteriormente, num novo momento de recolha, possa testar a pertinência das ideias que começam a surgir, podendo assim complementar informações sobre aspetos que no entretanto se revelaram importantes (Canavarro, 2003). Esta interação foi exercida durante a fase mais ativa da recolha de

dados, que foi seguida de um período exclusivamente analítico, que teve por base documentos produzidos, assim como os recolhidos, tais como as transcrições das entrevistas, os relatórios de aula, o diário de bordo e as resoluções dos alunos.

Desta forma, é possível afirmar que a análise de dados se iniciou numa fase prévia da recolha de dados, onde era realizada de forma intuitiva e localizada. Após o término desta fase a análise tornou-se mais aprofundada e completa. Na primeira fase, incidia maioritariamente sobre os dados diretos da observação e serviu essencialmente para seleccionar algumas ações críticas do professor e/ou dos alunos, do ponto de vista das práticas de ensino, de avaliação ou no que diz respeito à participação dos alunos, e com os quais o professor e/ou os alunos foram posteriormente confrontados, durante as entrevistas realizadas.

Seguidamente, e de tendo em conta a matriz de investigação anteriormente apresentada, elaborou-se para cada objeto/dimensão uma síntese descritiva integrando as informações consideradas relevantes. Posteriormente, cada objeto deu origem a uma análise horizontal a partir das diferentes fontes de dados. Além disso, em relação a cada fonte de dados, foi efetuada uma síntese vertical através de todos os objetos/dimensões incluídas. A figura seguinte pretende ilustrar o modo como foi realizada a triangulação dos dados, baseada na interpretação da informação recolhida nas diversas fontes, tendo por base a matriz de investigação.

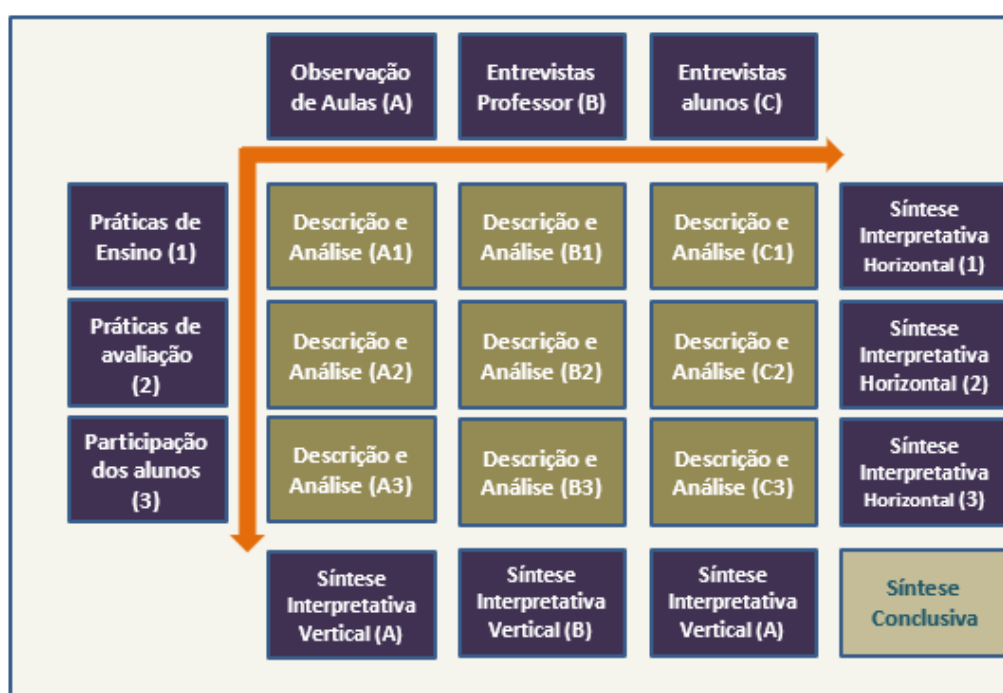


Figura 6. Esquema de triangulação de dados elaborado com base no do Projeto AERA.



Sobre o esquema é ainda importante referir que dentro da observação de aulas estão ainda incluídos dois outros instrumentos, o diário de bordo e a análise documental, uma vez que se considerou que ambos são um subproduto da observação de aulas, e que acabariam por perder expressão, se analisados de forma isolada.

Por fim, é ainda relevante referir que foi a partir da análise cruzada das sínteses horizontais com as verticais que surgiu a síntese conclusiva, identificando os aspetos que merecem atenção especial e permitindo a construção das conclusões do estudo. Pretendeu-se, desta forma, alcançar o principal propósito desta recolha de informação que foi o estabelecimento de uma caracterização, detalhada e rigorosa, das práticas de ensino de avaliação e da participação dos alunos, além da interpretação do modo como se relacionam, por forma a contribuir para a melhoria do desenvolvimento do pensamento algébrico (Borrvalho, Fialho & Cid, 2015).

Após o caso ter sido escrito e com o objetivo de validar o mesmo, ou seja, a caracterização daquela sala de aula no seu todo, este foi entregue ao professor para que o pudesse apreciar. Neste âmbito, foi pedido ao professor que lesse integralmente o texto, avaliasse o grau de identificação com o que ali estava retratado, identificasse aspetos menos bem conseguidos, detetasse erros ou incorreções e apresentasse sugestões que achasse pertinentes. Efetivamente, o professor afirmou ter-se reconhecido naquele, assim como no da sua sala de aula. Ademais, referiu ainda que apesar de se rever no descrito, a leitura do texto obrigou-o a refletir sobre as suas práticas e conceções.

## Capítulo 7 - A Sala de Aula

Como já foi referido anteriormente, o presente estudo pretende sustentar a seguinte tese: Uma boa articulação entre o ensino, a avaliação e a participação dos alunos no âmbito da Álgebra promove o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para tal, tem como principal objetivo descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação, e a participação dos alunos, tendo como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A organização, análise e síntese dos dados recolhidos, foi elaborada com base na matriz de investigação apresentada no capítulo anterior (quadro 5). No que diz respeito à síntese de dados, cada objeto deu origem a uma análise horizontal a partir das diferentes fontes de dados. Além disso, em relação a cada fonte de dados, foi realizada uma análise vertical através de todos os objetos incluídos no estudo. As análises horizontais e verticais deram origem a sínteses horizontais e verticais, respetivamente, tal como é ilustrado na Figura 6 do capítulo anterior. No entanto, por se considerar que estas não são imprescindíveis à compreensão da análise de dados, por um lado, e tornam o trabalho demasiadamente longo, por outro, optou-se apenas por dar a conhecer a análise cruzada destes dois conjuntos de sínteses, o que deu origem à síntese conclusiva seguidamente apresentada.

### 7.1 Práticas de ensino

#### 7.1.1 Planificação e Organização do Ensino

Os dados recolhidos permitem perceber que as alterações curriculares, em particular o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007), tiveram uma forte influência na organização e no desenvolvimento do ensino da Matemática. Tal facto, é ilustrado pelas palavras do professor, quando refere:

Eu identifico-me com boa parte ou quase tudo o que é preconizado pelo programa. (...) [Mas] tenho dificuldades práticas em fazer uma implementação completamente conseguida [do mesmo]. (...) [Tenho dificuldades em] conseguir gerir de forma satisfatória as metodologias, a consolidação dos conteúdos, [além das] preocupações com a avaliação externa. (EP1)<sup>7</sup>

<sup>7</sup> (EP1) significa que os dados foram retirados da primeira entrevista realizada ao professor participante no estudo.

Segundo o professor, o grupo disciplinar tem pouco hábito de trabalhar colaborativamente, principalmente pelo facto de na escola haver a prática de os professores lecionarem isoladamente cada um dos níveis, ou seja, é usual haver apenas um professor a lecionar o sétimo ano de escolaridade.

O facto de a escola ser muito pequena também não favorece, porque acontece muitas vezes um nível ser dado por um único professor... quero dizer, ainda que não seja inibidor de fazer trabalho colaborativo, é altamente detrativo, quero dizer não ajuda. (EP1)

No entanto, e tendo em conta que a implementação do PMEB coincidiu com o início do terceiro ciclo na escola, as planificações, anual e intermédia, foram realizadas em colaboração com o colega que nesse ano letivo também lecionava o sétimo ano de escolaridade.

Nós eramos e somos dois colegas que iniciámos esse trabalho, até porque isso coincidiu com o início do terceiro ciclo cá na escola e, portanto, era tudo novo, não era só o programa que era novo, também era o ensino básico que era novo, o sétimo ano que era novo e, portanto, (...) [as planificações] foram negociadas. (EP1)

Ainda sobre as planificações, é importante referir que o professor não tinha o hábito de planificar, pelo menos segundo ele, formalmente as suas aulas.

Eu não faço, como tu disseste, em termos formais, em papéis e tal. Isso não faço. O que eu faço, normalmente no dia antes, é de alguma forma confrontar os diferentes elementos que quero que estejam presentes na aula. Penso se há trabalho de casa ou não, se há alguma coisa que ficou pendurada da aula anterior, que é importante recuperar ou não. Por exemplo, se for uma aula que não tenha nada pendurado e que esteja sustentada numa ficha ou numa tarefa do livro, ou qualquer coisa, tento resolvê-la, para ver se há ali alguma dificuldade maior ou alguma coisa que não deva lá estar, ou qualquer coisa do género. E depois tento mais ou menos (...) fazer uma previsão do que é que vai acontecer. Portanto, na primeira meia hora vai acontecer isto; na segunda meia hora vai acontecer aquilo; e não me posso esquecer de dizer isto; a ver se algum diz aquilo, para eu enfatizar bem, para não sei quê. (EP1)

As planificações foram elaboradas com recurso aos materiais disponibilizados pela anteriormente denominada Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), mas também com recurso ao manual escolar adotado, uma vez que este



representou um gasto acrescido para as famílias dos alunos em questão, como é perceptível na declaração do professor.

No essencial, ou seja, como ponto de partida tomamos os materiais da DGIDC, incluindo as planificações, os percursos. Depois fizemos em confrontação com o livro, com o manual, do ponto de vista de perceber como é que aquilo podia ser um recurso mais ou menos útil para os alunos. (...) Se houver uma hierarquia os materiais da DGIDC primeiro e os livros depois, com essa preocupação social de aproveitar o investimento que os pais fizeram. (EP1)

Neste contexto, é possível afirmar que o professor não reconhecia grande importância às planificações, na sua opinião estas são relevantes, principalmente, para garantir que o cumprimento dos conteúdos e objetivos de cada unidade no tempo previsto.

Inv – Começando pelas práticas de ensino, no 2.º relatório de avaliação da implementação do atual programa, os professores reconheceram a importância das planificações para o desenvolvimento das tarefas na sala de aula, e neste sentido foram vistas por eles como uma estratégia essencial, para que os alunos pudessem trabalhar e evoluir em direção aos objetivos propostos. Dentro deste âmbito que importância é que tu deste às planificações de aulas de álgebra? Como é que planificaste as aulas?

PF – A planificação de unidade é importante para que a unidade seja abrangente o suficiente. Para chegar a todos os pontos onde se pretende. E que não seja muito repetitivo. Para que se otimize o tempo, e tal. Desse ponto de vista, é qualquer coisa que se faz antes e que depois é utilizado mais ou menos como consulta, para ir vendo se aquilo está bom. Portanto, desse ponto de vista, a importância que eu lhe dei é a que lhe dou sempre, que é, portanto, garantir que naquele espaço de tempo cabe lá dentro o essencial. E depois fica remetido, mais ou menos, para uma lista de verificação, quer dizer, estou a cumprir, não estou a cumprir. É preciso avançar mais depressa, mais devagar, e tal. A planificação de aula eu não a faço, formalmente, num papelinho com objetivos e conteúdos. O que faço é, se calhar, mais ou menos a mesma coisa, mas alargo a escala, [ou seja], dentro desta aula o que é que eu considero importante que os alunos aprendam, quais são os melhores exemplos, os melhores exercícios, os melhores recursos que eu consigo mobilizar com esse fim. E, portanto, quer dizer, faço no dia antes ou na semana, e é essencialmente isso. É ver que conteúdo é que eu quero que os alunos trabalhem, e quais são os melhores recursos, as melhores alternativas que tenho para isso. (EP2)<sup>8</sup>

<sup>8</sup> (EP2) significa que os dados foram retirados da segunda entrevista realizada ao professor participante no estudo.

Quanto à organização do ensino, e de acordo com o que foi anteriormente referido na proposta pedagógica (Capítulo 5), é importante retomar a ideia de que as tarefas desenvolvidas em sala de aula foram selecionadas e/ou concebidas e preparadas em conjunto pelo professor e a investigadora. No entanto, o professor teve sempre o poder de decisão final, cabendo-lhe a ele a responsabilidade de efetuar ajustes, mais ou menos profundos, quer ao nível das questões, quer no que diz respeito à sua implementação em sala de aula. Seguidamente, descreve-se uma das alterações efetuadas pelo professor, neste caso, à questão 5 da Tarefa 12 – *Várias representações*.

5. Cada uma das três funções seguintes está definida por um dos seguintes processos:

- A função ***f*** através duma **expressão algébrica** (ou expressão analítica),
- a função ***g*** pela sua **representação gráfica**,
- a função ***h*** através duma **tabela numérica**

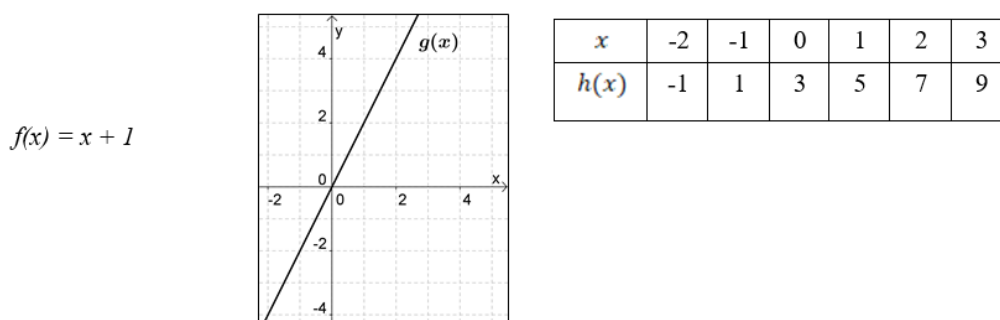


Figura 7. Enunciado da questão 5 da Tarefa 12 “Várias representações”

Nesta questão, o professor optou por não colocar a função “ $f(x) = x^2 + 1$ ”, como inicialmente previsto. Quando confrontado com o porquê dessa alteração o professor referiu que optou por centrar a questão nos diferentes tipos de representação de uma função. Assim, e com o principal objetivo de não aumentar o grau de dificuldade da tarefa, transformou a *função quadrática* numa *função afim*.

Inv – A minha questão é porquê? E se achas que a tarefa, com esta alteração, cumpre o mesmo objetivo que anteriormente?

PF – Claramente não cumpre o mesmo objetivo. Aí, é claro! É uma tarefa diferente. (...) Não há nada na minha opinião que cumpra objetivos mais adequados à minha conceção. Nesta fase não me interessava complicar os processamentos algébricos. (...) O que estava aqui em causa era a questão da representação, e de perceber que diferentes formas de representar são compatíveis umas com as outras. Portanto, pode-se passar de umas para as outras, e no fundo vai dar ao mesmo, embora estejamos a dar ênfase a coisas diferentes. Portanto, achei que a questão do quadrado aí, estava a criar ruído em função ao objetivo que eu queria. Portanto, eu tentei objetivar o objetivo. (risos) (...) [Aqui] interessa-me é perceber que eles percebam os saltos da

tabela para a função, e do gráfico para a tabela, etc. (...) E entendi na altura, quero dizer, também não fiz uma reflexão muito aprofundada da coisa, mas achei na altura que isso [era] um objetivo acessório. (...) [Onde os alunos tinham] que perceber que havia outras funções, com uma álgebra mais complexa, e tal, que os podia atraparlar. Achei que era um objetivo mais ambicioso. Portanto, tentei focar-me nesta questão das representações. (EP2)

A alteração efetuada impediu não só que os alunos estabelecessem conexões mais aprofundadas com os conteúdos trabalhados no tema *Números e Operações*, como também que estes tivessem um contacto informal com a função quadrática. Com esta tarefa pretendia-se que os alunos reencontrassem o conceito de função e, em particular, o de função linear, além de que analisassem uma função a partir das suas representações. Todavia, além de se querer que os alunos conseguissem: (i) representar gráfica e algebricamente uma função linear; (ii) representar algebricamente situações de proporcionalidade direta; (iii) relacionar a função linear com a proporcionalidade direta; e (iv) analisar situações de proporcionalidade direta como funções do tipo  $y = kx$ , ( $k \neq 0$ ), questões já anteriormente trabalhadas, queria-se, principalmente, que eles fossem capazes de: (v) formular e testar conjecturas; (vi) interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos; (vii) representar informação, ideias e conceitos apresentados de diversas formas; e (ix) discutir resultados, processos e ideias matemáticos. Com a alteração efetuada pelo professor, a questão 5, tornou-se um exercício repetitivo, uma vez que os alunos já tinham resolvido questões similares a esta, perdendo-se a possibilidade de, nesta questão, poderem formular e testar conjecturas, além da possibilidade de se familiarizarem com a representação gráfica de uma função quadrática. Ademais perdeu-se também a oportunidade de revisitar as propriedades das operações, e a noção de potência. Em suma, desta forma, houve uma menor possibilidade de se desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, uma vez que, para tal, estes devem ter a possibilidade de trabalhar também com funções não-lineares.

A organização do ensino, também de acordo com o referido anteriormente, foi desenvolvida a partir das tarefas. Era através destas que o professor dava início ao estudo de procedimentos e conceitos, numa sequência lógica, pensada de modo a encadear os tópicos de Álgebra a abordar no 7.º ano de escolaridade, porém este assumiu ter alguma dificuldade em trabalhar desta forma, segundo ele, a adaptação não foi fácil.



(...) A questão de encadeamento de tarefas é uma coisa que eu ainda não encaixei a 100%. Aquilo ainda não está, mas tem alguma influência. Por exemplo: o facto de utilizar um recurso com um peso equivalente ou superior ao manual era uma coisa que não fazia parte da minha tradição. E julgo que de ninguém. (...) Este tipo de dinâmica, de rotina, de trabalho, acho que é novo. Não estava acostumado e tem uma grande influência. (EP1)

A sequência de uma aula ou, no caso do tempo de uma aula não ser o bastante para resolver a tarefa prevista, de aulas consecutivas, estava pensada numa estrutura faseada: (i) apresentação da tarefa; (ii) trabalho sobre a tarefa, realizado em pequeno grupo; (iii) discussão e correção, em grande grupo, do trabalho desenvolvido; (iv) Elaboração de uma síntese final. O relato seguinte mostra que o professor não tinha por hábito respeitar a totalidade das fases anteriormente descritas.

O professor usualmente não faz a introdução às tarefas realizadas em sala de aula, limitando-se a distribuí-las pelos alunos. Após a distribuição, pede-lhes que leiam a tarefa, questionando-os de seguida sobre possíveis dúvidas que tenham resultado da leitura do enunciado. No desenvolvimento das tarefas, os alunos trabalham, usualmente, em pequeno grupo. As tarefas realizadas durante o estudo demoraram sempre mais do que uma aula para serem resolvidas. O professor não tinha o hábito de recolher o trabalho que os alunos tinham desenvolvido na sala de aula. Na aula seguinte era dado tempo aos alunos para que terminassem a sua resolução, no entanto, eram vários os alunos que não o conseguiam fazer por não trazerem a ficha da aula anterior. Posteriormente, o professor dava início à correção da ficha, onde através de questões, tentava promover a discussão em torno do trabalho desenvolvido. A correção era feita na íntegra, e maioritariamente, centrada no professor, o que, por vezes, se tornava muito cansativo para os alunos, e talvez por isso, estes se distraíssem. A síntese final nem sempre era feita de forma cuidada. (Observação de aulas)

Apesar de o professor não ter o hábito de planificar, efetivamente, a implementação da “tarefa” em sala e aula, ele assume que tinha o cuidado de verificar se está tudo de acordo com os objetivos de aula.

Inv – Fizeste alguma planificação da implementação das tarefas? De cada uma das tarefas, ou da sequência das mesmas?

PF – Eu acho que fiz de uma maneira mais empírica, sim. Portanto, tenho o cuidado de ter uma previsão dos resultados. Se é uma investigação com o computador, vou lá ver se aquilo, puxando para um lado, não dá barraca.

Inv – Sim...

PF – Ou se é uma equação, se não aparecem lá uns denominadores muito esquisitos, ou não sei quê... Portanto, faço essa planificação mais ou menos empiricamente. Não trabalho a tarefa assim de uma forma muito estruturada

e muito teórica. Portanto, resolvo aquilo, penso um bocadinho. Se calhar, eventualmente, se for uma coisa mais... mais específica, tenho o cuidado de tomar umas notas (...). Portanto, do ponto de vista assim muito estruturado, não. Agora, acho que vou pensando na coisa, quer dizer, quando chego à aula aquilo não é tudo de improviso. Portanto, tenho algum nível de planificação. Não é formal, mas também não é de improviso. (EP2)

Como foi mostrado anteriormente, o professor não valorizava muito as planificações, no entanto, ficou claro que era importante planificar o trabalho de sala de aula, no que diz respeito ao desenvolvimento das tarefas propostas, nomeadamente no que diz respeito aos itens a abordar durante a discussão em grande grupo. Por outro lado, nas aulas de consolidação de conteúdos o professor assumiu que não tem o hábito de preparar as discussões, uma vez que valorizava os temas que surgiam espontaneamente, além de se sentir mais à vontade quando as discussões não eram planeadas.

Tudo depende do tipo de aula que vai acontecer. Por exemplo, se for uma aula em que há uma tarefa ou um roteiro, sim, porque mesmo na discussão tenho mais ou menos identificados os pontos que quero abordar, que quero que apareçam na discussão. Ou seja, vou fazer perguntas para que os alunos falem disto ou falem daquilo. (...) E, portanto, tinha planificado nesse sentido, não por nenhuma ordem, mas havia perguntas chave que estavam identificadas. Havia respostas que se não aparecessem dos alunos seria eu a dá-las, ou qualquer coisa do género, e sim. Outras vezes, se calhar não. Se for uma aula do tipo resolução de exercícios ou consolidação, ou qualquer coisa mais de cálculo não tenho uma discussão programada. Portanto, às vezes ela aparece espontaneamente, e isso é uma coisa que eu saúdo muito. (...) E acho que me desenrasco melhor com essas que aparecem espontaneamente do que propriamente com umas que eu preparo com muito cuidado. (EP1)

Todavia, tinha o hábito de pensar em extensões de tarefas para propor aos bons alunos, “[no final] os bons alunos tinham de fazer uma coisa diferente” (EP2), ainda que por falta de tempo não as aplicasse rotineiramente.

É ainda importante referir que o professor não costumava preparar antecipadamente sugestões ou questões orientadoras a colocar aos alunos para os ajudar a ultrapassar as suas dificuldades.

Inv – Quando estavas a preparar as tarefas, antecipavas sugestões ou questões orientadoras para utilizares como resposta às questões colocadas pelos alunos? Ou seja, antecipavas as possíveis dúvidas, ou um grupo de dúvidas, que pudessem surgir na tua turma, e criavas questões para colocares aos alunos em caso de dúvidas?

(...)

PF – Ou seja, onde é que pode haver dificuldades, onde é que estou à espera, sinceramente, não me lembro muito bem de pensar: ‘e como é que eu respondo a esta dúvida? Quer dizer, ‘que perguntas é que se podem colocar? Sim, de certa forma, quando penso nisto também penso nas respostas que se darão, mas dou mais por mim a pensar nas dificuldades dos alunos, as que eles podem ter, do que na forma como eu vou responder a elas. É um bocadinho contraditório, mas de facto não me lembro muito bem de ter equacionado uma série de hipóteses de resposta.

(...)

Inv – [A tua planificação] não passa por pensar em questões que, sem responder, os obrigues a refletir. Portanto, que lhes devolvas uma pergunta que os permita voltar a “caminhar”?

PF – Eu acho que faço isso em tempo real. Pensar previamente, acho que não faço. Na aula, quando um aluno me coloca uma questão, eu tenho a preocupação de a resposta ir nesse sentido.

(...)

Inv – Porque não consideras que te facilita, ou porque nunca pensaste no assunto?

(...)

PF – Não, não, acho que é uma questão de eficácia. Acho que nunca consigo prever assim muito bem... [e] quando planifico com mais detalhe, normalmente não corre como eu estava à espera. (...) Tenho mais necessidade de preparar o material, a ficha, [coisas] onde tenho menos capacidade de agir. (EP2)

### 7.1.2 Recursos, Materiais e Tarefas Utilizados

Os principais recursos utilizados em sala de aula foram as sequências de tarefas e o manual adotado, como é assumido pelo próprio professor (observação de aulas).

O professor não tinha o hábito de recorrer ao manual para preparar as suas aulas, recorria, sobretudo, aos materiais partilhados no Encontro Nacional de Professores de Matemática (ProfMat), que ocorre anualmente, bem como à Internet também utilizada para recolha dos mesmos. Além disso, também gostava de criar os seus próprios materiais. Neste período, passou a contar também com os materiais disponibilizados pela DGIDC.

Eu nunca utilizei muito o manual, e como não utilizava muito o manual e não havia mais nada, centrava-me muito nas coisas que eu tinha do ProfMat, ou tinha visto não sei aonde, ou que inventava, que ia ver à internet. Agora tenho uma referência em termos de coisas muito práticas que não tinha. Essa é uma diferença substancial. E tenho essa referência porque me identifico com eles [materiais fornecidos pela DGIDC]. Reconheço-lhes mérito e qualidade duma forma que não reconheço, por exemplo, ao manual. Pelo menos de forma continuada e consistente. (EP1)



Na generalidade das aulas observadas, o professor recorria regularmente à utilização do quadro interativo ainda que, por vezes, também utilizasse o quadro tradicional. Houve ainda o recurso ao computador através da utilização de programas como o *Geogebra* e a internet. Vejam-se os exemplos seguintes:

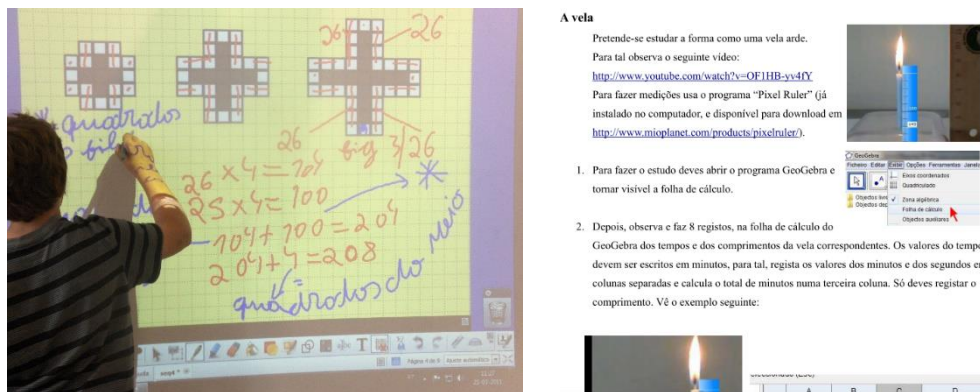


Figura 8. Imagens exemplificativas dos recursos utilizados em sala e aula (Observação de aulas)

Sempre que se justificou o professor teve o cuidado de recorrer a material didático adequado aos objetivos delineados como ocorreu, por exemplo, na primeira tarefa sobre equações.



Figura 9. Utilização de material didático em sala de aula (Observação de aulas)

A generalidade das tarefas propostas eram tarefas de exploração (Anexo 1). Além disso, foram ainda realizados exercícios do manual com o principal objetivo de consolidar conhecimentos, tal como aconteceu após o término da discussão da tarefa 1, em que o professor optou por fazer um exercício do manual semelhante ao exercício 2 da referida tarefa (observação de aulas).

Os alunos afirmaram gostar mais de realizar as tarefas do que trabalhar com o manual escolar, segundo eles, este tipo de atividades ajuda a aprender melhor.

Inv - Vocês gostam mais de trabalhar com o livro ou de trabalhar nas tarefas?

Alunos – Nas tarefas.

Inv – Porquê?

Ana – Pois, o livro...

Rui - É sempre a mesma coisa.

Ana - ...é exercícios, é exercícios, é exercícios... (EA3)<sup>9</sup>

### 7.1.3 Dinâmicas de Sala de Aula

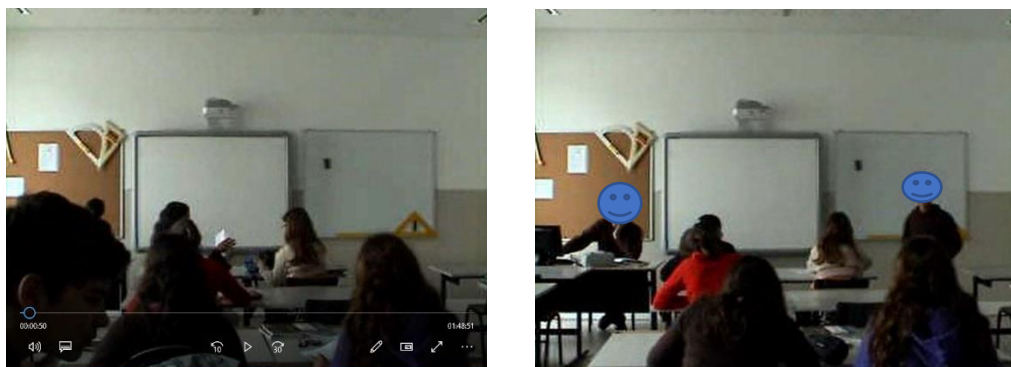
Nem sempre houve um ambiente propício à aprendizagem em sala de aula. Os alunos eram faladores, estavam pouco atentos, perturbando, por vezes, o bom funcionamento da aula, principalmente durante as discussões em grande grupo, onde alguns alunos se mantinham de costas para o quadro totalmente desatentos ao que estava a ser discutido.



*Figura 10. Imagem exemplificativa do que se passava em sala de aula (Observação de aulas)*

A aula iniciava-se muitas vezes sem que os alunos estivessem todos presentes e principalmente, sem que os alunos estivessem sentados e prontos para trabalhar o que tornou o início das aulas um pouco conturbado. Independentemente do referido, o professor sentava-se e iniciava a aula ditando o sumário. A figura seguinte ilustra o início de uma aula.

<sup>9</sup> (EA3) significa que os dados foram retirados da terceira entrevista realizada aos alunos participantes no estudo.



*Figura 11. Início de aula (Observação de aulas)*

O professor tinha dificuldade em manter a disciplina na sala de aula, muito provavelmente pela sua inexperiência em trabalhar com alunos desta faixa etária, pois como foi referido anteriormente a escola era exclusivamente secundária.

Até agora nas minhas aulas, pensando naquela turma em concreto que estou a lecionar desde o ano passado, a maior dificuldade que estou a ter é ao nível da indisciplina ou da motivação dos alunos. Até porque estava muito habituado ao secundário e tem sido uma realidade mais ou menos nova e tenho consciência que a turma não é nenhum diabo que desceu à terra, mas pensei que ia ser mais fácil. (EP1)

Apesar das tarefas serem realizadas, na sua grande maioria, em pequeno grupo, pode-se afirmar que a aula era fortemente centrada no professor, principalmente no que diz respeito às discussões finais, realizadas em grande grupo, onde a discussão foi quase sempre centrada neste. Durante a discussão das tarefas, o professor assumiu maioritariamente o papel de inquiridor, mas também o de contributivo. Em relação aos alunos, é possível afirmar que, inicialmente, não tinham o hábito de participar espontaneamente, mostrando-se pouco autónomos e dependentes do professor (observação de aulas). Tal facto vai ao encontro da forma como o professor se assume, o próprio chegou a referir que era ele que tinha de ensinar, assumindo-se como um transmissor de conhecimento.

Os alunos quase que ainda não terminaram de ler a atividade, quando começam a dizer “não percebo o que é para fazer”. O professor não os manda reler, nem os incentiva a pensarem sobre o que lhe é questionado. Nem devolve a questão ao grupo, nem tem por hábito obrigá-los a que antes de um determinado tempo ninguém o chama. O professor é claramente influenciado pelo papel, que segundo o próprio, o professor deve desempenhar, o de “ensinar”, uma vez que, como é por ele afirmado, a autonomia é para



desenvolver no secundário, “estes [alunos de 7.º ano de escolaridade] ainda são muito novos, coitadinhos”. (DB)<sup>10</sup>

Esta postura acabou por ter uma grande influência na organização da sala de aula.

Apesar de o professor passar muito tempo a chamar a atenção da turma sobre a desadequação do seu comportamento à sala de aula, posteriormente não é consequente com o que afirma. Pelo contrário, assume um papel muito protetor, e acaba por lhes resolver a generalidade dos problemas, não os obrigando a confrontarem-se com as suas dificuldades, chegando mesmo a desresponsabilizá-los (DB).

Ainda assim, o trabalho de grupo era regularmente utilizado pelo professor e era uma dinâmica à qual os alunos respondiam positivamente, envolvendo-se na resolução das tarefas que lhes eram propostas. As fotografias seguintes ilustram momentos em que os alunos trabalhavam nas tarefas exploratórias.



*Figura 12. Alunos a trabalhar em grupo (Observação de aulas)*

Os alunos, apesar da sua fraca autonomia, foram unânimes ao afirmar que preferiam trabalhar em grupo, pois, segundo eles aprendiam melhor, na medida em que se ajudavam uns aos outros.

Inv – Quais são para ti as aulas mais estimulantes? As que tu achas que aprendes mais. São as que trabalhas em grupo, a pares, ou as que trabalhas individualmente? E porquê?

Ana – Em grupo, porque a gente... apresentamos as nossas ideias e os nossos colegas também apresentam as ideias deles, e assim podemos chegar a um consenso. (A1)<sup>11</sup>

<sup>10</sup> (DB) Significa que os dados foram retirados do Diário de Bordo.

<sup>11</sup> (EA1) significa que os dados foram retirados da primeira entrevista realizada aos alunos participantes no estudo.

Inv – Gostaram de trabalhar em grupo?

Rui - Sim

Ana – Sim.

(...)

EB – Porquê?

(...)

Ana – [Porque] nos ajudamos uns aos outros. (EA3)

Apesar de no período das aulas observadas, o trabalho de grupo ser uma prática usual, notava-se que os alunos não estavam propriamente habituados a trabalhar em grupo, segundo o professor o “trabalho de grupo era uma coisa que [os alunos] faziam muito pontualmente”. (EP1)

O número de alunos por grupo variava entre dois a cinco alunos, numa mesma aula era usual haver grupos muito distintos no que diz respeito à sua constituição. Na realidade, a elaboração dos grupos não obedeceu a qualquer critério específico, a não ser pela proximidade dos alunos, o que facilitava a junção do grupo. O professor assumiu mesmo que tinha o hábito de deixar a organização dos grupos ao critério destes, fazendo pequenas alterações em caso de necessidade.

Inv – Quais foram os critérios que tu utilizaste para formares os diferentes grupos, e se na tua opinião a formação dos grupos influencia ou não o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos e o funcionamento da aula.

(...)

PF – (...) O critério foi claramente deixar organizarem-se. Pontualmente, fui agindo sobre os grupos, e eu não sei muito da teoria, mas sei que há várias teorias de formar - homogéneos, heterogéneos, tal, tal - e não me sinto completamente fã de nenhuma delas. Portanto, sinceramente, acho que para os alunos trabalharem é bom que eles se sintam bem com o grupo, e por isso é que os deixo formarem os grupos. Portanto, a lógica e a justificação é mais ou menos essa. Pontualmente, sinto que tenho de agir, porque há atritos, ou porque há amizades excessivas, e depois degeneram em brincadeira. Não, não acho que seja assim extraordinariamente bem feito, nem muito bem pensado. Se tem implicações? Tem. E também acho que é outra vez o não sei. (...) Para mim não é muito clara nenhuma das alternativas. Não me parece que seja muito bom seleccioná-los aleatoriamente, não me parece que seja muito bom seleccioná-los de forma muito estruturada. (...) Esta situação de os deixar escolher e agir pontualmente, também reconheço que não é muito boa. Quer dizer, não é muito boa, não. Não resolve tudo. E, portanto, não tenho para mim muito claro uma forma de fazer isto. (EP2)

Habitualmente, o professor distribuía a tarefa, dava algum tempo para os alunos a lerem e, de imediato, questionava-os sobre as dúvidas que estes pudessem ter. O professor parecia ter alguma dificuldade em promover a autonomia dos alunos, deixando-os muito

dependentes de si próprio. Talvez por isso nem sempre o trabalho de grupo se tenha mostrado profícuo. Assim que os alunos terminavam a leitura do enunciado, começavam logo a chamar o professor para que este lhes esclarecesse as dúvidas.

Os alunos ainda quase não tinham terminado de ler o enunciado da tarefa e já estavam a dizer que não percebiam o que era para fazer. Não tinham o hábito de discutir o assunto entre eles, pelo contrário, a tendência era chamar o professor de imediato. O professor tinha por hábito responder de imediato, não contrariando este tipo de comportamento nos alunos, ou seja, não havia o costume de devolver as questões aos alunos incentivando-os a pensar, em conjunto, sobre o que o estavam a questionar. (DB)

Ainda sobre o trabalho de grupo, o professor salientou o facto de ter tomado consciência das mais valias deste tipo de trabalho, na aprendizagem dos alunos, à medida que o foi desenvolvendo em sala de aula. Segundo ele, começou “a fazer mais [trabalho de grupo] e de uma forma mais consistente e pensada (...), porque (...) [lhe percebeu] algumas vantagens”. (EP1) No entanto, ao longo da investigação, o professor manifestou a sua preocupação com as implicações que o trabalho de grupo tinha na organização do ensino, uma vez que este obrigou a uma disponibilidade temporal em sala de aula, que levou ao atraso do planificado (planificação anual). Além disso, o professor assumiu que o facto de os colegas não trabalharem desta forma ainda o constrangia mais, como é perceptível no relato seguinte.

Em conversa informal com o professor ele revelou que até aqui só fazia cerca de “um trabalho de grupo por mês”. Além disso, não tinha o hábito de pedir aos alunos que apresentassem os seus trabalhos, apesar de ter o costume de discutir os resultados em grande grupo. Segundo o professor este tipo de trabalho era muito moroso, e ele já está atrasado num cumprimento da planificação. Ademais, os colegas de grupo também não fazem este tipo de trabalho o que ainda dificulta mais a sua realização na disciplina de Matemática. (DB)

A fase de discussão das atividades desenvolvidas pelos alunos foi sempre realizada em grande grupo. No entanto, a grande maioria dos alunos raramente contribuiu de livre vontade para esta fase da aula, uma vez que era quase sempre necessário o professor solicitar a intervenção dos alunos na sala de aula, pedindo-lhes que dessem uma resposta, explicassem o seu ponto de vista ou viessem ao quadro resolver a questão. Os alunos também não tinham o hábito de confrontar ideias de livre iniciativa.



Nesta fase, era o professor que conduzia a aula, habitualmente situava-se junto ao quadro e tentava centrar a discussão nos alunos. Para tal, formulava questões que os ajudassem a chegar a soluções, ajudando-os a verbalizar melhor as suas ideias e registando, no quadro, as respostas aceites como adequadas. Não obstante, houve aulas em que o professor optou por pedir aos alunos que fossem ao quadro corrigir algumas questões. A figura 13 ilustra as situações anteriormente descritas.



*Figura 13. Discussão e/ou correção dos resultados (observação de aula)*

Os alunos valorizavam muito mais a fase de resolução das tarefas do que as fases de discussão e correção das mesmas. Quer na fase de discussão, quer na de correção, como foi referido no início desta secção, os alunos eram pouco atentos e participativos. Por vezes, ainda que houvesse um silêncio instalado na sala, a maioria dos alunos estava desatento e sem qualquer preocupação de registar por escrito as conclusões apresentadas no quadro. Entre outras causas, o que levou o professor a optar por não corrigir estes comportamentos foi a falta de tempo que ele considerava ter para cumprir o planificado (planificação anual), ou seja, emendar este tipo de atitudes levaria a que se perdessem mais alguns minutos de aula dos quais ele já não dispunha.

Inv – Muitas vezes, nas discussões em grande grupo, tu mantinhas, normalmente, os alunos nos lugares em que estavam em pequeno grupo, mas, muitas vezes, de costas para o quadro. O que, na discussão em grande grupo é claramente uma barreira à mesma, porque se eu estou voltado de costas, não estou a comunicar com o professor, nem a participar na discussão da turma.

PF – Sim.

(...)

PF – Vamos lá a ver, esse é um aspeto a que eu não dei muita importância, e devia ter dado. Por inexperiência. (...) Eu lembro-me de ter a preocupação de pensar nisso, e achar que “agora levantam-se todos e vão-se sentar todos outra vez”, e não sei quê. Era mais cinco minutos que iam... E eu estava ali com o tempo [contado] e achei que “ok, temos é que avançar.” (...) E se calhar vivia na convicção de que não valia a pena. Agora, se calhar, já acho que sim. (...)

Eu não me lembro de dar importância a isso, e agora que tu me perguntas, parece-me que de facto devia ter dado. (...) Ou seja, não há aqui um motivo para ter sido assim, e a intenção não era deixá-los à vontade, ou qualquer coisa do género. Havia alguma preocupação com a poupança no tempo, em fazer desenvolver [a aula] rapidamente, e havia alguma expectativa que eles soubessem centrar a atenção independentemente de rodarem a cadeira ou não. (EP2)

Mesmo nos casos em que todos os grupos tenham resolvido corretamente uma tarefa e/ou uma determinada pergunta ou um conjunto de perguntas, o professor fazia questão de registar tudo no quadro, além de fazer a discussão em grande grupo.

Se eles [os alunos] já fizeram as tarefas todas, por um lado tenho alguma dificuldade em não passar pelas respostas certas dos itens todos, por outro lado... (...) é muito difícil garantir, pela passagem dos grupos, que toda a gente tem as perguntas todas certas... (...) O que eu estou a dizer é, se há três exercícios, cada um com quinze alíneas, são quinze respostas e quinze respostas vezes cinco grupos é uma data de coisas para conseguir verificar enquanto se anda por ali e ao mesmo tempo estar a responder ao que eles pedem, que eu acho que é muito mais interessante e, portanto, tenho muita dificuldade de, numa situação dessas de garantir que ninguém precisa de saber que a dois ponto três dá cinquenta e sete sobre nove ou qualquer coisa do género e, por isso, não me apetece muito abdicar de passar por esses itens todos. Percebo que passar por esses itens todos é um bocadinho maçador para eles...(EP1)

No entanto, o professor não considerava relevante chamar a atenção aos alunos, responsabilizando-os por fazerem os devidos registos no caderno ou sequer pela necessidade de estarem atentos à discussão e/ou correção em causa.

Inv - Acho que deves pensar nesta relação anterior, da forma como não organizas o caderno, a forma como não organizas o quadro... Quando não lhes pedes para escreverem as respostas completas, naturalmente, eles não se sentem obrigados a pôr as coisas no caderno, quer dizer não é terem um caderno bonito, é haver a preocupação de os responsabilizar por registarem as conclusões obtidas no caderno...

PF - As duas primeiras coisas eu acho que são importantes e reconheço que devia fazê-lo melhor. A terceira, claramente, não, até porque quando há qualquer coisa importante eu digo: “vá, agora aí um título bem grande, não sei quê”, portanto, de alguma forma, preocupo-me que haja cuidado... Por exemplo, há uma coisa que eu também faço que é: uma coisa qualquer de uma atividade, ou do quadro, que tem uma correspondência direta com o livro, digo para tomar nota da página para permitir uma espécie de *hiperlink* entre o caderno e o livro e, portanto, alguns pormenores do caderno preocupam-me e eu sou sensível a eles...

Inv - Não, eu não estava a falar na formatação, tinha mesmo a ver com o facto de eles terem lá os mínimos essenciais...

PF - Sim, mas isso é uma preocupação que eu tenho...

Inv – Um caderno que corresponda às conclusões obtidas na discussão que, portanto, que não tenha erros...

PF - Em relação a isso eu sou sensível... Agora, voltamos outra vez à questão da autonomia. Eu digo-lhes: “isto deve estar com um título grande no vosso caderno e deve estar anotado que tem uma correspondência direta com a página cinquenta e dois” e se algum decidir não o fazer porque não valoriza, ou não sei o quê, eu aceito que não o faça, é uma questão de autonomia...

Inv - Portanto, tu achas que um aluno de sétimo ano já consegue gerir essa parte da autonomia?

PF - Não, eu acho é que ele tem de aprender, se calhar, pela maneira mais difícil se decide não fazer aquilo que o professor lhe diz. Se o professor diz “é para fazer” e ele, conscientemente, contraria isso... Se eu achar que ele não fez porque não ouviu, repito. Agora, se eu achar que ele ouviu, mas acha que dá muito trabalho, que prefere não fazer, ou que faz depois na explicação, ou qualquer coisa do género eu não entro nesse campo e acho que, se ele se resolver sozinho, ótimo, e se não se resolver sozinho, acredito que mais tarde ou mais cedo há de valorizar a indicação do professor. (EP1)

No que diz respeito à forma de desenvolver o trabalho em sala de aula, os alunos afirmaram preferir realizar descobertas por si mesmos. Todavia, sentiam-se mais seguros quando o professor os ajudava.

Inv - E de que tipo de tarefas gostas mais de fazer? Tarefas de exploração, exercícios, problemas...

Rui – [Tarefas] de exploração.

Inv - Gostas de estar tu a explorar? Tentar descobrir por ti, é isso?

Rui - Hum! Hum!

Inv - Então, preferes quando o professor explica ou quando tu resolves e descobres por ti ou com o teu grupo?

Aluno - Gosto de resolver, mas depois quando não consigo gosto que o professor explique. (EA1)

Seguidamente, face à tarefa que a seguir se apresenta, descreve-se um episódio que ilustra uma situação de clarificação e registo a propósito da equivalência de expressões algébricas.



Considera as três primeiras figuras de uma sequência.



Fig.1

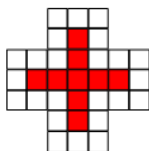


Fig.2

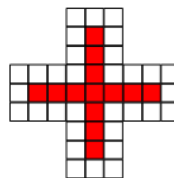


Fig.3

1. Representa a figura 6 da sequência. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura? E brancos?
2. Quantos azulejos no total são precisos para construir a figura de ordem 50?
3. Qual é a figura da sequência que tem, no total, 93 azulejos?
4. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
5. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
6. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
7. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
8. Quantos azulejos são necessários no total para construir a 25ª figura?
9. Quantos azulejos são necessários no total para construir a figura de ordem  $n$ ? | Explica o teu raciocínio.

Figura 14. Enunciado da Tarefa Cruzes (Anexo 1)

PF – Eu não vos distribuí as resoluções da última aula de propósito. A parte boa é que apareceram resoluções diferentes, e era isso que interessava agora, está certo? Portanto o que eu vos vou pedir é que as pessoas de alguns grupos expliquem como é que pensaram, nomeadamente para a expressão geral.

Aluno – Estive com quem neste trabalho?

PF – Eu posso dizer, não te preocupes. Eu chamo as pessoas que estiverem em falta. Certo?

Alunos – Yes!

PF - Toda a turma se lembra o que estava aqui em causa? Sim?

Alunos – Silêncio...

Seguidamente, o professor refere todos os elementos de um grupo e dirigindo-se à turma, pergunta: “[ao grupo] quem quer ir ao quadro?” Referindo que apesar de apenas um elemento ir ao quadro, os outros elementos do grupo podem ajudar.

(...)

Aluno – O professor vai entregar as resoluções?

PF – Sim, eu vou entregar, mas eu já vos disse que as resoluções são diferentes, por isso dificilmente o que vão ouvir é alguma coisa que tenham pensado. Portanto, é bom que fixem isso.

(...)

Posteriormente o professor fala com a aluna, que já está no quadro, e afirma: “Se eu percebi vocês disseram que esta era a expressão geral”

$$A + B = C$$

Enquanto isto, o resto da turma está na grande maioria distraída, uns na conversa, outros entretidos com alguma coisa do seu interesse. Apesar disso, a aluna continua virada para o quadro, sem explicar nada para a turma. A confusão instala-se na sala de aula, até o professor mandar um grito a pedir que se calem.



Figura 15. Aluna no quadro

PF – Toda a gente se lembra do contexto do problema? Já contamos os brancos, os vermelhos, e agora queremos o total.

(...)

Entretanto o professor diz à aluna o que deve passar no quadro. Seguidamente, o professor leu à turma o feedback que tinha escrito na folha de resolução do grupo e questionou a turma sobre o significado das expressões ilustradas na figura seguinte.

Figura 16. Generalização

A aula continuou e o professor questiona o grupo turma.

PF – Como é que se pode calcular a expressão total de azulejos?

A aluna que estava no quadro limitou-se a ficar ao lado do mesmo, sem explicar o que tinha feito ao grupo turma. As colegas de grupo também não se manifestaram. O professor continua a aula.

PF – Isto  $[A + B = C]$  não se pode escrever de outra maneira?

Turma – Pode.

PF – Como é que se pode fazer? Vem tu explicar.

A aluna limitou-se a escrever no quadro a seguinte expressão:

$$(n \times 4 + 1) + (n \times 8 + 8)$$

PF – Toda a gente percebeu o que a Patrícia fez?

Turma – Sim!!

PF – O que a Patrícia fez foi escrever isto que aqui está  $[A + B = C]$  de uma forma mais explícita. O que o outro grupo estava a dizer (...)

O professor continuou a aula centrando toda a discussão de resultado em si próprio, ainda que mantivesse a preocupação de centrar a mesma nos alunos. (Observação de aula)

Ainda sobre a tarefa acima referida, é importante referir que esta ofereceu um modo natural de trabalhar o conceito de expressões equivalentes. Tal como o professor referiu, os vários processos utilizados pelos alunos geraram expressões equivalentes, que representaram modos diferentes de ver o problema. Além disso, também deveria permitir que os alunos adquirissem o significado de variável. A discussão e a síntese final da referida tarefa devia não só trabalhar as expressões equivalentes, e o sentido da variável, como também permitir que os alunos utilizassem diferentes representações e analisassem as diferentes relações existentes entre as várias expressões, além de estabelecerem conexões entre diferentes conteúdos e desta forma desenvolverem o pensamento algébrico, todavia, isso acabou por não se verificar. Na discussão em grande grupo, o professor limitou-se a corrigir as questões, preocupando-se fundamentalmente com o formalismo da simplificação das expressões algébricas.

As tarefas propostas ao longo das aulas observadas, como já foi anteriormente referido e se pode perceber através da consulta do Anexo 1, foram maioritariamente tarefas exploratórias. Os contextos das tarefas variavam entre contextos inteiramente matemáticos e os que apelavam à realidade do quotidiano dos alunos. Desta forma, os alunos eram ajudados a dar significado aos conceitos matemáticos envolvidos. Sempre que se justificava, o professor tinha a preocupação de interligar diferentes tópicos como, por exemplo, a Geometria à Álgebra.

#### 7.1.4 Papel do Professor e dos Alunos

Globalmente, pode-se afirmar que as aulas são tendencialmente centradas no professor, mesmo durante a realização das tarefas em pequeno grupo, no entanto esta afirmação carece de explicação e, para tal, tornou-se relevante expor detalhadamente o desenvolvimento normal das aulas.



Em geral, as aulas iniciavam-se com o professor a escrever o sumário. Seguidamente, o professor distribuía a tarefa a realizar, ou informava os alunos para continuarem com a realização da tarefa anterior, ou que se iria proceder à correção da mesma.

Neste contexto, é importante referir que o professor não tinha o hábito de introduzir e/ou de contextualizar a tarefa, limitando-se a pedir aos alunos que a lessem, questionando, passado algum tempo, se havia alguma dúvida sobre a mesma. Segundo o professor “porque não estava acostumado a fazer” (EP2), uma vez que a sua “experiência tinha a ver com alunos do secundário (...) [logo] esperava níveis de autonomia maiores do que os alunos tinham” (EP2). Quanto aos alunos, já reunidos em grupo, não tinham o hábito de discutir as dúvidas entre si e, por isso, tinham o costume de, imediatamente após a leitura, começarem a chamar pelo professor.

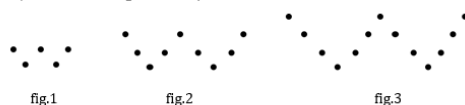
Na fase de desenvolvimento das tarefas, realizadas em pequeno grupo, o professor percorria a sala de aula, observando o trabalho realizado pelos alunos, ao mesmo tempo que dava indicações e esclarecia as dúvidas à medida que iam surgindo.



*Figura 17. Professor a esclarecer uma dúvida aos alunos*

Nestas circunstâncias, o professor tinha a preocupação de não “estragar” a tarefa, ou seja, tentava não responder diretamente às questões colocadas pelos alunos, o que nem sempre era bem-sucedido. O episódio seguinte ilustra uma situação destas.

1) Observa a seguinte sequência:



- 1.1) Descobre o décimo terceiro termo.
- 1.2) Descobre o quadragésimo termo.
- 1.3) Indica um possível termo geral da sequência. Explica o teu raciocínio.
- 1.4) Utiliza o termo geral encontrado na alínea anterior para determinares o vigésimo quinto termo da sequência.
- 1.5) Existe algum termo cujo valor é 201? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.
- 1.6) Existe algum termo cujo valor é 123? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.

Figura 18. Enunciado da tarefa

Um dos grupos não conseguia avançar da questão 1.2, ou seja, os alunos não obtinham a generalização da sequência, pois só conseguiam responder à questão 1.2 continuando a sequência até ao quadragésimo termo. O professor apercebendo-se desta dificuldade, pediu ao grupo que lhes explicasse qual era a sua dúvida. Apercebendo-se que o grupo ainda não tinha discutido o assunto, em primeiro lugar pediu-lhes que o fizessem, e que tentassem chegar a um acordo. Ainda assim, o grupo não conseguiu ultrapassar as suas dificuldades, em parte porque estavam a contar a mesma “bolinha” duas vezes. Perante esta situação o professor faz o seguinte alerta “cuidado que deve haver bolinhas que estão a ser contadas duas vezes” sugerindo de seguida que “tenham fazer grupos sem contar duas vezes as mesmas bolinhas”. (Observação de aula)

Pode-se afirmar que nesta fase o professor tinha o hábito de observar o trabalho que os diferentes grupos iam realizando, com o objetivo de questionar, mesmo que de forma esporádica e pontualmente, os alunos sobre as suas resoluções e, consequentemente ir distribuindo *feedback*, ainda que de modo pouco sistematizado.

A fase seguinte da discussão dos trabalhos era realizada em grande grupo e muito centrada no professor, ou seja, era este que orientava a discussão, explicava os conceitos, e fazia os registos no quadro acerca dos mesmos. O professor considerava-se pouco à vontade na gestão da discussão das tarefas, assumindo-se como um inexperiente no assunto.

PF – (...) tenho alguma inexperiência a gerir o pós trabalho de grupo e percebo que alguma dessa indisciplina tenha a ver com o facto de aquilo ser mais do mesmo, no sentido em que eles já fizeram aquilo, já têm as respostas, estamos lá a esclarecer as respostas para uma franja que ainda não atingiu, ou qualquer coisa do género e, à exceção desses que ainda não atingiram, e dos outros que estão a falar, para os outros aquilo é vazio, portanto eu tenho noção que tenho

alguma inexperiência a esse nível (...), há ali alguma falha da minha parte a gerir isso...

Inv - E, por exemplo, nunca pensaste, para ultrapassar isso, em centrar a discussão mais do lado dos alunos do que estar centrada, por exemplo, em ti. Se em vez de seres tu o pilar da discussão, seres tu apenas aquele que orienta essa mesma discussão, mas de modo a que esta esteja centrada nos alunos...

PF - Eu acho que já tentei isso, mas sem muito sucesso. Também já tentei, por exemplo, que cada um tivesse uma tarefa diferente no sentido em que o que aparece na discussão seja novo para todos os outros e também não deu muito resultado, porque como eles também não estavam muito dentro do que interessava, também não... e portanto, já tentei que não fosse necessário estar com mais atenção no momento da discussão sem muito sucesso, mas é uma coisa que continuo a tentar, por exemplo, no outro dia, com as frações, colocou-se essa questão e eu chamei-lhes à atenção que eles deviam estar com atenção e tal e depois houve uma situação em que um grupo tinha uma resposta certa e os outros já queriam saber e eu fiz ali um compasso de espera e disse que se não tomaram atenção antes agora também não merecem que esta resposta seja explicada a todos e que, portanto estive ali... Vou tentado, mas sem muito sucesso, sabes? É uma das coisas em que ainda não me sinto muito à vontade com o trabalho de grupo tem a ver com isso... Porque é preciso criar unidade, é preciso que eles estejam atentos e é preciso que eles tenham a necessidade de estar atentos. Se eles já fizeram as tarefas todas, por um lado tenho alguma dificuldade em não passar pelas respostas certas dos itens todos, por outro lado... (EP1)

Em síntese, o papel do professor estava associado fundamentalmente à seleção de tarefas, à gestão das etapas e do tempo disponibilizado para as mesmas em cada uma das aulas, ao acompanhamento do trabalho desenvolvido pelos alunos, em pequeno grupo, à condução e orientação das discussões coletivas. Por fim, mas de grande relevância na definição do papel do professor, é o facto de a síntese final estar centrada em si, ou seja, era ele que a realizava.

Quanto aos alunos, no geral, mostravam-se pouco autónomos, questionavam o professor sempre que havia alguma discordância no grupo, ou tinham alguma dúvida. Os alunos não tinham o hábito de discutir ideias entre si. Este princípio, em alguns grupos, foi-se atenuando ao longo das aulas observadas, havendo, no geral, uma melhoria deste ponto de vista. Não obstante, houve grupos onde os alunos pouco se empenharam no trabalho proposto, mostrando-se pouco concentrados e constantemente distraídos.

As tarefas são desenvolvidas em grupo, todavia, à mais pequena dúvida, ou quando precisam de confirmar algum resultado recorrem, de imediato, ao professor. Assim que acabam a leitura da tarefa chamam logo o professor para esclarecer alguma dúvida, ou corroborar algum raciocínio. O professor não contraria este tipo de atitudes. Além disso, eram vários os grupos onde os alunos se mostravam desatentos e pouco interessados no trabalho a realizar. (Observação de aulas)



Durante as discussões coletivas, eram muitos os alunos desatentos, que se mostravam pouco interessados no decorrer da aula, distraíam os colegas, não passavam para o caderno grande parte dos conteúdos expostos no quadro, nem mesmo as sínteses finais. Alguns destes alunos chegavam mesmo a estar de costas voltadas para o professor, e para o quadro, enquanto decorriam as discussões acima referidas. Perante estes factos, o professor assumiu que deveria ter agido de outra maneira, mas que na altura não tomou consciência da gravidade da situação. Além disso, assumiu que tinha a convicção de que, ainda assim, os alunos poderiam estar atentos. Não obstante, afirmou que a falta de tempo também o influenciava a não (re)organizar a dinâmica de sala de aula.

Inv – Durante a discussão em grande grupo, havia um conjunto de alunos que estava claramente de costas para o quadro. O que, aparentemente, era com a permissão tua, ou seja, era com a convicção do professor que o aluno ficava de costas voltadas para o quadro. O que na discussão em grande grupo é claramente uma barreira à mesma, porque se eu estou de costas não estou a comunicar....

PF – Sim.

Inv – Ou melhor não estou a participar na discussão coletiva, concordas?

PF – Vamos lá a ver, esse é um aspeto a que eu não dei muita importância, e devia ter dado, por inexperiência. Agora, é sempre a mesma muleta. Eu estou habituado a que, com alunos do secundário, eles possam permanecer onde estão sem que isso seja motivo para não estarem a tomar atenção. Não sei se me estou a fazer entender.

Inv – Hum. Sim. Sim, sim....

PF – Eu ali... pois, pensando nesse aspeto, se calhar a coisa falhou. Eu lembro-me de ter a preocupação de pensar nisso, e achar que “agora levantam-se todos e vão-se sentar todos outra vez”, e não sei quê. Era mais cinco minutos que me iam...

Inv – Pois.

PF – E eu estava ali com o tempo... e achei que “ok, temos é que avançar.” Ahh... e se calhar vivia na convicção de que não valia a pena. Agora, se calhar, já acho que sim. Agora, se calhar, já acho...

Inv – Mas... mas, eu não estou a dizer que houvesse necessidade de pedir que mudassem todos de lugar, mas, pelo menos, pedires a todos que se virassem... (...)

PF – Talvez. E... e o que eu posso dizer é que se calhar foi descuido meu. Não... não é... Eu não me lembro de dar importância a isso, e agora que tu me perguntas, parece-me que de facto devia ter dado.

Inv – Hum.

PF – Portanto, não... não... não... não tinha nenhuma intenção especial em que eles ficassem assim. E depois de pensar sobre isso, parece-me que sim, que devia ter dado. (...) Ou seja, não há aqui um motivo para ter sido assim, e a intenção não era deixá-los à vontade, ou qualquer coisa do género. Haveria alguma preocupação com a poupança no tempo, em fazer desenvolver aquilo

rapidamente, e havia alguma expectativa que eles soubessem centrar a atenção independentemente de rodarem a cadeira ou não. (EP2)

Durante a discussão coletiva, o professor também tinha o hábito de pedir aos alunos, por ele escolhidos, que fossem ao quadro resolver uma questão solicitada. Durante esta situação, à exceção de um número reduzido de alunos, as questões eram resolvidas com os alunos voltados para o quadro, sem discutir ou justificar perante a turma a sua resolução, o que normalmente era feito pelo professor. Mesmo perante a insistência do professor para que os alunos presentes no quadro explicassem o seu raciocínio, estes limitavam-se a fazê-lo, quase exclusivamente, para este. Ou seja, neste contexto, o professor acabava por interferir na participação dos alunos que iam ao quadro apresentar as suas resoluções.



*Figura 19. Alunos no quadro durante a discussão coletiva*

Apesar do professor afirmar que tinha o hábito de indicar as páginas do manual que os alunos já podiam resolver em casa, de forma autónoma, com o objetivo de consolidar as aprendizagens, este trabalho é desvalorizado pelo professor. Como ele próprio afirma: “não avalio [os trabalhos de casa] com muita frequência”. (EP2) Os alunos também mostraram não valorizar muito os trabalhos de casa, uma vez que, no geral, não tinham o hábito de os realizar, nem para estudar, pois tal como o Rui, vários alunos assumiam que não tinham o hábito de estudar.

Inv - E como é que tu estudas Matemática? Costumas estudar sozinho ou com a ajuda de alguém?

Rui - Estudo? Ai. Estudo, assim, quando tenho um teste, assim mais próximo. Estudo sozinho.

Inv - Estudas sempre sozinho e mais nas vésperas, é isso?

Rui - Mais de véspera...

Quanto à forma de aprender Matemática as opiniões dividiram-se, uns defendem que esta se faz através da repetição, com muita prática, ou seja, a aprendizagem deve basear-se na resolução de exercícios.

Inv - Como é que aprendes Matemática?

Rui - Como é que eu aprendo Matemática? Fazendo. Primeiro vemos o professor a fazer e depois repetimos.

Inv - Para ti a Matemática aprende-se a repetir, é isso?

Rui - É a fazer.... É na prática. (EA1)

Enquanto outros, como é o caso da Ana, apesar de referirem que aprender Matemática depende da resolução de exercícios, também afirmam que esta se aprende através da compreensão dos conteúdos abordados. Nesta situação o professor assume um papel de relevância, pois é a ele que cabe o desenvolvimento da aprendizagem, em particular no presente estudo, no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Inv – E como é que tu aprendes Matemática?

Ana – Estudo, faço exercícios, tento... tento meter as minhas dúvidas nas aulas, para depois não ficar com elas.

Inv – Portanto, é muito importante para ti compreender a Matemática. E como é que costumavas estudar Matemática? Estudavas sozinha, estudavas com alguém, tens ajuda, como é que tu costumavas fazer?

Ana – Estudo sozinha, mas quando tenho dúvidas pergunto à minha mãe. E faço exercícios, porque não é só a ler que se aprende, [é] a fazer coisas.

Inv – Portanto, a Matemática, além de ler e de compreender, também tem de ser exercitada, segundo a tua opinião?

Aluna – Sim. (EA1)

No que diz respeito ao papel dos alunos, é importante salientar que este não é independente de outros elementos da sala de aula, nomeadamente no que diz respeito ao papel desempenhado pelo professor. Pelo exposto anteriormente, pode-se afirmar que os alunos realizavam as tarefas propostas, em pequenos grupos de trabalho, ainda que, por vezes, de forma pouco autónoma. Durante o desenvolvimento do trabalho em grupo, dentro de cada um dos grupos, e após terem conseguido ultrapassar as dificuldades iniciais anteriormente referidas, os alunos apresentavam e discutiam ideias, estratégias e conjecturas, por forma a encontrar a melhor solução para responder às questões apresentadas nas diferentes tarefas. Nas discussões coletivas, os alunos, quando questionados, respondiam ao que lhe era pedido. Alguns alunos, não muitos, estavam atentos e interessados durante a discussão e mostravam vontade em participar, tentando acrescentar algumas observações ao que o professor ia referindo. Ou seja, durante as aulas assistidas, pode-se afirmar que o papel dos alunos estava muito associado ao



desenvolvimento do trabalho em grupo, onde os alunos em conjunto, tentavam descobrir a melhor forma de solucionar as questões colocadas.

### 7.1.5 Gestão de Tempo e Estruturação da Aula

O professor Francisco, ao longo do estudo, mostrou-se sempre preocupado com a gestão do programa e o tempo disponível para o trabalhar. A sua preocupação com a falta de tempo e com o possível incumprimento do programa fez com que tentasse, junto da gestão da escola, autorização para usar as aulas de outra área curricular para a disciplina de Matemática. Este pedido foi aceite, e a referida carga horária passou a ser a continuidade da disciplina de Matemática. No entanto, apesar de mais amenizada, a preocupação com a gestão do tempo manteve-se.

É muito mais estranho para mim do que para a escola. Do ponto de vista da escola, acho que não é nada estranho, até porque há um historial de não cumprimento [do programa], sem nenhuma carga negativa, doutras disciplinas, e, portanto, acho que para a escola não é nada estranho. Ninguém me perguntou nada. Foi um processo perfeitamente pacífico do ponto de vista da escola. Do meu ponto de vista, devo confessar que é mais ou menos estranho. (...) para mim devo confessar que me custa um bocadinho não ter cumprido aquilo que planifiquei e tal. Se pensar agora à posteriori no conjunto dos 3 anos, não sei quê, acho que não. Acho que está... é perfeitamente fácil recuperar e que terá ganhos abrandar nalgumas alturas e acelerar noutras e tal. Agora, é uma questão se calhar pessoal. A mim custou-me um bocadinho não o ter feito e custa-me um bocadinho quando... quando começo a perceber... mesmo... mesmo agora... este ano ainda não estou a sentir isso... mas quando me sinto pressionado pelo tempo, custa-me um bocadinho. É uma questão de disciplina, não tem nenhuma implicação pedagógica. Não vejo isso como: vou ser penalizado, ou os meus alunos vão ficar pior, ou não sei quê. (EP1)

Na realidade, a preocupação do professor com a gestão de tempo era tão angustiante que acabou por influenciar a estrutura das aulas, em particular no que diz respeito à implementação de tarefas na sala e aula. De acordo com o próprio, a falta de tempo, ainda que de forma inconsciente, impediu-o de fazer a introdução de cada uma das tarefas aos alunos.

Inv - Nas aulas que assisti optaste por não introduzir/apresentar as tarefas, porquê? Que consequência pode ter tido esta opção no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, ou pelo menos no seu comportamento aquando da resolução das mesmas?  
(...)

PF - E o que é que vamos fazer a seguir, e a seguir vamos estudar isto. E, portanto, essa contextualização também entendo que pode ser *on the road*. A gente vai falando e vai havendo... encaixando devagarinho. É bom que no fim ela esteja encaixada. Pelo meio, não sei se tem de ser assim muito formal no início da tarefa. Se calhar, eu à posteriori... terei fugido mais a isso por uma questão de gestão do tempo. Foi uma coisa que sempre me incomodou muito. Ui... gerir o tempo! E...e...e... portanto, gastar mais uma parte significativa da aula nessa contextualização, se calhar... não foi uma atitude pensada nestes termos que estou a dizer agora, mas pode ter a ver com isso.

A pressão do tempo parece ter dificultado, também, o papel dos alunos ao não lhes dar o tempo necessário para que efetuassem os seus raciocínios e os discutissem com os colegas de grupo.

Nas tarefas de sequências e regularidades, nas questões onde era pedido a generalização do padrão os alunos, apesar de terem dificuldades em encontrar estratégias para resolver as questões, não desistiam facilmente. No entanto, perante a falta de tempo, e para que a resolução das tarefas fosse mais célere, o professor induzia os alunos em estratégias, mais rápidas, mas menos intuitivas e entendíveis por estes, como por exemplo a resolução das duas primeiras questões da tarefa apresentada na figura seguinte:

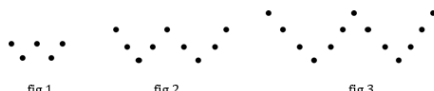
- 1) Observa a seguinte sequência:
- 
- fig.1                  fig.2                  fig.3
- 1.1) Descobre o décimo terceiro termo.
  - 1.2) Descobre o quadragésimo termo.
  - 1.3) Indica um possível termo geral da sequência. Explica o teu raciocínio.

Figura 20. Enunciado da tarefa

Por sugestão do professor, os alunos abandonaram a resolução da questão com recurso à visualização, resolvendo as duas primeiras questões por recorrência o que, aparentemente, veio dificultar a resolução da questão 1.3. (Observação de aula)

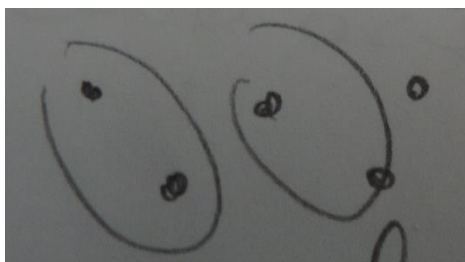


Figura 21. Primeira estratégia de um dos grupos (observação de aula)

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) previa alterações metodológicas na sala de aula. Em função destas, os programas de formação associados à sua implementação trouxeram para a sala de aula a organização do ensino a partir do trabalho sobre uma cadeia de tarefas, onde os alunos deveriam assumir o papel principal na descoberta e identificação de regularidades, enquanto os professores deveriam enquadrar e orientar o seu trabalho, distribuindo-lhes *feedback* sobre o mesmo. Segundo o professor, esta era a grande exigência das metodologias preconizadas pelo referido programa, o encadeamento das tarefas não é “fácil de encaixar” (EP1). Ainda que ele já tivesse o hábito de utilizar tarefas na sala de aula, não o fazia regularmente, no máximo “uma vez por mês” (DB), daí serem pensadas de modo isolado.

A outros níveis, por exemplo a questão de encadeamento de tarefas, é uma coisa que eu ainda não encaixei 100%. Aquilo ainda não está, mas tem alguma influência. Por exemplo: o facto de utilizar um recurso com um peso equivalente ou superior ao manual era uma coisa que não fazia parte da minha tradição. E julgo que de ninguém. (...) Este tipo de dinâmica, de rotina, de trabalho, acho que é novo. Não estava acostumado e tem uma grande influência. Portanto, não era uma coisa que eu fizesse. (EP1)

A observação de aulas permitiu perceber que estas se estruturavam a partir de algumas rotinas. Como já foi referido anteriormente, o professor normalmente iniciava a aula com a escrita do sumário, que era ditado por si mesmo, e tinha como principal objetivo registar os conteúdos a lecionar nessa aula. De seguida, na maioria das vezes, havia a necessidade de um período para acalmar os alunos, que no início da aula se mostravam demasiadamente agitados. Posteriormente, passava-se à segunda fase da aula, onde eram distribuídas as tarefas, para que fossem lidas e interpretadas pelos alunos, que de seguida trabalhavam sobre as mesmas. Esta fase era a que ocupava a maior parte da aula. Como já se fez alusão anteriormente, neste período de aula, os alunos trabalhavam em pequenos grupos. O professor usualmente acompanhava o trabalho dos grupos e, essencialmente, esclarecia dúvidas aos alunos. Seguidamente, passava-se à terceira fase da aula que, muitas vezes por falta de tempo, se realizava na aula seguinte e que constava da discussão, em grande grupo, do trabalho desenvolvido e dos resultados alcançados. Nesta fase, o professor discutia a tarefa questão a questão, e usualmente não elaborava uma síntese final, o que parecia dificultar a organização dos alunos, por exemplo, no que diz respeito ao caderno e mais especificamente à correção das questões abordadas. Os alunos, à



exceção de uma minoria, não tinham a preocupação de registrar os assuntos expostos no quadro para o caderno.

As figuras seguintes mostram o enunciado (questão 2, da tarefa “Várias representações”, (Anexo 1)) e a procura de sistematização da questão em causa, realizada pelo professor.

2. Na figura estão representadas graficamente as relações entre o comprimento do lado e o perímetro de quatro polígonos regulares.

2.1. Indica a que polígono regular corresponde cada uma das funções representadas graficamente na figura, a respetiva expressão algébrica, bem como a constante de proporcionalidade referente a cada uma das quatro situações.

2.2. Refere o efeito da alteração do valor da constante de proporcionalidade direta no gráfico da função.

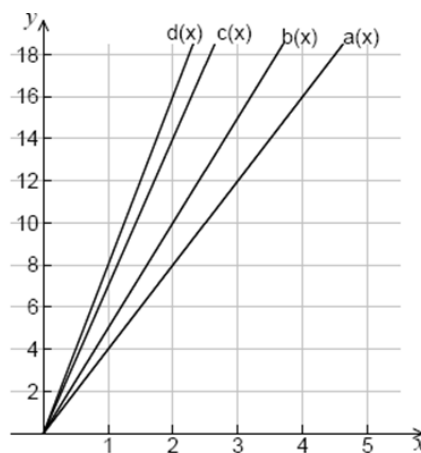


Figura 22. Enunciado da tarefa “Várias representações”, questão 2

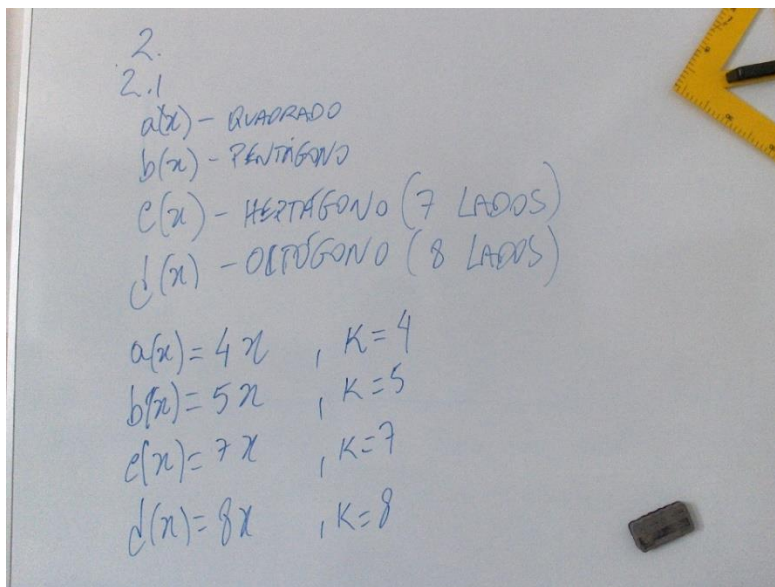


Figura 23. Exploração realizada pelo professor

Quando confrontado com estas questões, ou seja, com a falta de organização no quadro e a falta de insistência, da sua parte, relativamente aos alunos para que estes registassem tudo nos seus cadernos, o professor reconheceu, em parte, a sua dificuldade na gestão do quadro. No entanto, na sua opinião, a forma como ele chamava a atenção aos alunos para registarem os conteúdos no caderno deveria ser o suficiente.

Inv - Em relação ainda ao quadro. Normalmente, não organizas o quadro. Porquê? Na tua opinião, quais as consequências dessa prática, nas aprendizagens dos alunos?

PF - A resposta é a mesma... Não desorganizo de propósito, portanto, não o organizo... não estou é a desorganizar de propósito. Se vejo algumas implicações... se calhar vejo, sei lá, nunca tinha pensado nisso nem tentado estabelecer um elo de ligação entre isso e os resultados dos alunos. Acredito que, se calhar, os melhores alunos não são prejudicados com isso, se calhar os piores são e é uma preocupação que eu tenho, [devo] melhorar, mas sei lá... não é muito fácil até porque eu não sou muito organizado em sítio nenhum, portanto era estranho se fosse no quadro. (...)

Inv - Em relação - e prende-se um bocadinho com as questões anteriores - ao caderno dos teus alunos, costumas fazer uma verificação do caderno? Se sim, como o fazes, com que frequência, e que reflexos as tuas opções têm no processo de ensino, avaliação e participação dos alunos?

PF - Não, de todo, não... E aí é uma questão de autonomia, de garantir uma formatação dos registos, ou seja, cada aluno deverá encontrar, ou habituar-se, àquilo que precisa mais, portanto... Se calhar, isto é errado para os pequenitos, mas, de todo, não faço nenhuma verificação e não acho que seja... Não está nas minhas prioridades daquilo que eu acho que devo mudar, acho que há coisas que eu tenho de melhorar, daquilo que falámos antes (a questão de organizar o quadro, pedir respostas mais completas...) a questão do caderno não é das coisas que me preocupe. Eu lembro-me que tinha – e isto é má estatística, porque a amostra não é representativa - que tinha cadernos muito maus onde me organizava e, portanto, aceito perfeitamente que os meus alunos tenham cadernos maus desde que lhes sirvam...(EP1)

Os alunos tiveram alguma dificuldade em identificar e referir as várias fases das aulas de Matemática. Não obstante, houve um dos alunos que associou o trabalho de grupo à aprendizagem de novos conceitos.

Nós habitualmente trabalhamos sempre com aquele quadro [interativo], ou fazemos... fazemos muitos exercícios. Treinamos muito a Matemática. Outras vezes damos matéria, e aí [o professor] põe-nos em grupos. Eu gosto de trabalhar em grupo. É mais fácil para mim! (EA1)

A dificuldade apresentada pelos alunos em identificar as diferentes fases da aula pode estar relacionada com o facto de o professor não ter o hábito de trabalhar, continuamente deste modo, pelo menos até ao início do presente estudo, tal como o próprio assume, “[eu] não estava acostumado (...). Portanto, não era uma coisa que eu fizesse.” (EP1)

## 7.2 Práticas de avaliação

### 7.2.1 Integração/Articulação Entre os Processos de Ensino/Avaliação/Participação dos alunos

O professor, após a comparação da participação dos alunos ao longo do estudo, afirmou ter havido uma evolução nestes, nomeadamente no que diz respeito ao nível do pensamento algébrico e do poder de argumentação. Sobre uma das alunas, que no início das aulas observadas mostrava algumas fragilidades ao nível da Matemática, o professor chegou mesmo a afirmar que “houve ali uma grande melhoria” (EP2). O que, segundo ele, pode estar relacionado com as metodologias implementadas em sala de aula no presente estudo.

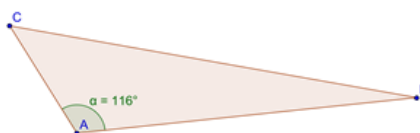
[Houve] uma grande evolução, claramente. (...) E de alguma forma, surpreendentemente para mim. (...) Tem mais facilidade em impor, digamos assim, o raciocínio algébrico dela, a estruturação (...). (EP2)

As resoluções seguintes, elaboradas pela Ana, mostram essa mesma evolução.

#### Tarefa 16: Ângulos e polígonos

- 1 A expressão algébrica  $180(n - 2)$  pode ser usada para determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo de  $n$  lados.
  - 1.1 Qual é a soma das amplitudes dos ângulos internos de um decágono (polígono de 10 lados)?
  - 1.2 Quantos lados tem um polígono cuja soma das amplitudes dos seus ângulos internos é  $3420^\circ$ ? E  $8460^\circ$ ? Mostra como chegaste às respostas.
  - 1.3 Será que existe algum polígono cuja soma das amplitudes dos ângulos internos seja  $4830^\circ$ ? Justifica.

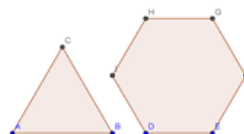
- 2 Na figura, sabe-se que a amplitude do ângulo ACB é tripla da do ângulo CBA.



- 2.1 Escreve uma equação que permita determinar a amplitude do ângulo CBA.
- 2.2 Resolve a equação que escreveste na questão anterior e indica a amplitude dos ângulos CBA e ACB.

- 3 Na figura estão representados um triângulo equilátero e um hexágono regular.

A medida dos lados do triângulo tem mais 1 cm que a dos lados do hexágono e o perímetro do hexágono é duplo do perímetro do triângulo.



- 3.1 Traduz a situação por meio de uma equação.
- 3.2 Resolve, no caderno, a equação. O que podes concluir?

Figura 24. Enunciado da tarefa “Ângulos e Polígonos”



The first photograph shows a student's work on a polygon problem. The equations are:

$$180(n-2) = 8460$$

$$180 \times n - 180 \times 2 = 8460$$

$$180n - 360 = 8460$$

$$180n = 360 + 8460$$

$$n = 8820 : 180$$

$$n = 49$$

The student concludes with "C.S. {49}" and a question: "R: O polígono cuja soma das amplitudes dos seus ângulos internos é 8460 tem 49 lados."

The second photograph shows two problems. Problem 1 involves solving for angles in a triangle:

$$116 + 3m + m = 180$$

$$3m = 180 - 116$$

$$3m = 64$$

$$m = 64 : 3$$

$$m = 21\frac{1}{3}$$

Problem 2 involves solving for angles in a triangle:

$$116 + 3m + m = 180$$

$$4m = 180 - 116$$

$$4m = 64$$

$$m = 64 : 4$$

$$m = 16$$

The student concludes with "R: amplitude do ângulo ACB é 16° e o CBA é x3 logo mede 48°".

The third photograph shows a problem involving the perimeter of a hexagon:

$$31 - z - 1 \rightarrow \text{lado do hexágono}$$

$$3z \rightarrow \text{perímetro do triângulo}$$

$$(z - 1) \times 6 \rightarrow \text{perímetro do hexágono}$$

$$3z \times 2 = (z - 1) \times 6$$

$$6z = z - 1 \times 6$$

$$6z = z - 6$$

$$6z - z = -6$$

$$5z = -6$$

$$z = -6 : 5$$

$$z = -1\frac{2}{5}$$

The student concludes with "R: Como o não é igual a 6 a equação é falsa."

Figura 25. Resolução da tarefa "Ângulos e Polígonos" (observação de aula)

Para o professor, a avaliação tem de estar articulada com o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Inv - Na tua opinião, qual foi o papel da avaliação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos? E se tu tiveste a preocupação de articular o ensino e a aprendizagem com a avaliação dos alunos? E de que forma é que o fizeste?

(...)

PF – Então vá. Vou começar pelo fim. Se tive o cuidado de adequar o ensino à avaliação? Tive claramente o cuidado de adequar a avaliação ao ensino e aprendizagem. Ou seja, quando construía um teste, tive sempre o cuidado, como tenho sempre, e acho que, sei lá, acho que todos os professores têm, ou se não têm todos, têm quase todos, de adequar o teste ao que foi trabalhado nas aulas. (EP2)

O professor parece denotar alguma confusão no que diz respeito ao conceito de avaliação, e à ideia de articulação desta com o ensino e a aprendizagem. Na realidade, a avaliação esteve presente, mas nem sempre a par dos processos de ensino e de aprendizagem. Ou seja, apesar de inicialmente o professor pedir aos alunos uma resolução conjunta da tarefa, e de estas serem devolvidas aos alunos, não havia uma verdadeira integração dessa sua análise no processo de ensino de modo a melhorar a participação dos alunos e, consequentemente, desenvolver o pensamento algébrico dos mesmos.

Pontualmente recolho aquelas informações, os registos ou os produtos do que eles fazem em trabalho de grupo. Tenho alguma dificuldade em utilizar isso de forma muito consistente, quer pelo trabalho que dá [recolher e dar *feedback*] (...) muitas vezes, quer pela... falta de confiança que tenho no que lá está (...). (EP1)

Apesar disso, o professor discutia as resoluções das tarefas em grande grupo e tentava levar os alunos a refletirem sobre as conclusões apresentadas. Por outro lado, quando confrontado com as possíveis implicações que as novas metodologias de sala de aula tiveram na sua forma de avaliar, o professor refere que o mais importante foi o facto de trazerem para a “ordem do dia” a preocupação em articular efetivamente a avaliação com as abordagens metodológicas preconizadas.

Pelo menos a preocupação em tentar diversificar mais. Pelo menos essa preocupação eu tenho, e se calhar não tinha antes. Em termos muito concretos e muito práticos, não sei dizer agora quais foram as alterações que houve. Assim de forma consistente, se calhar foram poucas. Dizer que foram nenhuma, acho que não foram. Mas tem... ou seja, de alguma forma, se calhar a implicação mais consistente foi colocar isso na agenda, ou seja, passou a ser uma preocupação, e a diversificação passou a ser, se calhar, o mais importante. Não tanto a quantidade ou a frequência, mas foi mais a questão da diversificação. (EP1)

Neste contexto, é importante referir que, maioritariamente, o professor manteve os instrumentos e as práticas avaliativas que já usava anteriormente, nomeadamente o questionamento, os testes sumativos, as atitudes e alguns, poucos, trabalhos de casa. No



que diz respeito às atitudes, onde está englobada a participação dos alunos em sala de aula, a avaliação baseou-se fundamentalmente na observação direta, feita pelo mesmo aquando da realização das atividades diárias de sala de aula e da realização das tarefas de grupo, entre outras. O modo de avaliar do professor respeitou os critérios de avaliação do grupo disciplinar, aprovados em conselho pedagógico.

Inv – Ok, e que outras formas de avaliação é que utilizaste?

(...)

PF – Os critérios de avaliação da escola, e nos quais eu me revejo, ...

Inv – Hum.

PF - ...pelo menos o mínimo, dizem que há uma parte da avaliação, que a gente já falou, tem a ver com as atitudes, com... não sei quê. E, portanto, aí, a opinião que eu formo sobre os alunos, sobre o interesse e o empenho, tem diretamente a ver com as aulas. E, portanto, aí, claramente está a influenciar. As aulas influenciam a avaliação, e eu acho que a avaliação, em certo sentido, também influencia as aulas, porque há alunos fraquinhos que têm uma atitude boa, e se sentem reconhecidos quando têm uma boa nota nesse campo. Quer dizer, têm uma miséria nos testes e uma miséria nos trabalhos, mas depois ali têm uma boa nota. Ahh..., portanto, eu acho que... que há uma interdependência entre as duas coisas. Quando eu disse diversificação, estava a pensar nisso. Portanto, depois há os testes, que claramente são um núcleo duro. São o núcleo duro na ordem dos 50, 60%, mas pronto, são a fatia de leão da avaliação. E depois há outra vertente, que tem a ver com os trabalhos, os relatórios, os trabalhos de casa, etc. (...) O que costumo fazer é... tenho a preocupação, em cada período, de pedir pelo menos uma atividade que... que seja complementar aos testes. Ou uma composição, ou um relatório, ou um trabalho que eles escrevem, ou qualquer coisa. (EP2)

De acordo com as afirmações do professor, percebe-se a dificuldade que ele teve em mudar as suas práticas avaliativas, para ele a avaliação tem de ser o mais “objetiva” possível, daí centrar-se maioritariamente nos testes. Esta realidade pareceu influenciar também a forma como os alunos entendiam a avaliação, além do modo como participavam na sala de aula. Além disso, não menos importante é a falta de tempo para integrar a avaliação com o ensino e a aprendizagem o que, no entender do professor, também é inibidor da mudança no que diz respeito à avaliação.

Inv – Então e em relação às tarefas? Tu usaste algum processo deliberado? Tiveste algum cuidado deliberado de avaliar os alunos nas prestações que eles tinham nas resoluções das tarefas? E na discussão das tarefas em grande grupo?

PF – Deliberado, no sentido de fazer registos numa grelha, e não sei quê, claramente não, como sabes. Ahh... agora... porque eu também acho que o cuidado e o desempenho deles têm repercussões altamente correlacionadas com a nota do teste, ou seja, quando eles trabalham bem, quando eles... aprendem, e tal, naturalmente, mesmo que eu não recolha aí as evidencias de



quem é que aprendeu mais, isso no teste tem repercussões. Quando eles fizerem outro relatório, tem repercussões. Quer dizer, para o outro nível de atitudes e comportamentos e empenho, eu estou a recolher dados ainda que empiricamente. Portanto, se eu tive cuidado de avaliar formalmente e estruturadamente? Não. Mas é impossível que isso não tenha influenciado a avaliação [classificação] dos alunos.

Inv – Mas a resolução, ou seja, enquanto eles estavam a resolver as tarefas, eles tinham a noção de que a sua participação nas atividades não estavam... a ser valorizadas?

PF – Sim, eu acho que eles sabem isso. Eu acho que eles têm consciência disso.

Inv – Por exemplo, eu, enquanto aluno, posso desligar das tarefas e, se chegar ao teste e tiver boa nota, ótimo, tenho boa nota no final. Ou ao contrário, posso ter feito um bom trabalho em sala de aula, mostrado que sabia, mas tenho um mau teste e a minha nota será penalizada...

PF – Eu acho que eles não têm essa noção.

(...)

Inv – Penso que o que eles querem é que seja o professor a explicar. Eu assisti a eles dizerem “o professor não está a explicar como é que é”.

PF – Sim, eles querem saber para fazer no teste, sim.

Inv – Não tem a ver com uma forma deliberada de avaliação da prestação deles durante a resolução das tarefas e durante a discussão em grande grupo...

PF – Sim. Isso é o meu problema de sempre. (...) Eu tenho dificuldades em lidar com essa questão da avaliação, Assumo... Que seria diferente eu não tenho dúvidas. Acho que (...) os alunos não querem aprender matemática. Eles querem é saber como é que se faz a resposta do teste. E acho que um maior [ou menor] pendor na avaliação... eles reagem mais ou menos da mesma maneira, ou seja, eles não querem... [O importante para eles é] ‘O que é que eu tenho de fazer para ter boa nota?’, é o que eles às vezes dizem. Então, pronto...

(...)

Inv - Se eles tivessem de trabalhar nas tarefas para ter “boa nota”?

PF – Claro. A questão é: como é que eu garanto que eles trabalham nas tarefas para ter boa nota? (...) Portanto, esse é o problema de tudo. (...) Claro que eu queria só dar boa nota aos que trabalharam muito e aprenderam bem. Só que como é que eu faço isso? Eu uso o teste para recolher as evidências. E, portanto, caímos outra vez na mesma coisa. Que se conseguiram dar a resposta ao teste é porque trabalharam bem e tal, quando não é.

(...)

Inv - E as tarefas não podiam ter esse papel na sala de aula? Ou seja, fazeres uma avaliação contínua, integrada no ensino e na aprendizagem, através das tarefas?

PF – (suspiro) Vamos lá a ver....Talvez. Agora temos de ser práticos. É impossível ter um nível de detalhe ao nível da preparação, do trabalho na aula, do acompanhamento fora da aula, ... [e] por aí a fora. Sei lá, eu o ano passado tinha duas turmas e este ano tenho quatro. Portanto, é um assoberbar de trabalho. Agora não me sinto minimamente com capacidade para o fazer, e entendo que é contraproducente pedir aos alunos muita coisa, depois levar muito tempo a corrigir... (EP2)

Todavia, para os alunos era importante haver um feedback mais continuado, que os ajudasse a ultrapassar as suas dificuldades, ou seja, que a avaliação além de contínua,

servisse para regular, sobretudo a sua aprendizagem, em particular neste contexto, no que diz respeito à aprendizagem da Álgebra.

Inv – Na vossa opinião, para que é que serve a avaliação?

Ana – Para saber se a gente alcançou os objetivos, para saber até... onde é que está a nossa sabedoria. Em que nível está a nossa sabedoria.

(...)

Inv - Para vocês saberem o que é que sabem, é isso?

Ana – E para o professor também. Mas o professor às vezes... Mas o professor às vezes avalia-nos, e vê que a gente não sabe, e depois não quer saber.

Inv –O professor avalia, vê que não sabe e não quer saber? Explica lá melhor.

Ana – Não quer saber. Não quer... não nos ajuda.

(...)

Inv – Gostavas que perante as tuas dúvidas, houvesse uma forma de trabalhar que te ajudasse, é isso?

Ana – Sim.

Inv – ... que servisse para aprender e posteriormente seguir com novos conteúdos?

Ana – Sim.

(...)

Ana – (...) fazemos um teste e a seguir vamos dar outra matéria. Não... não... O professor não...

Inv – Não recuperas as dificuldades que tiveste no teste, é isso?

Ana – E depois só vamos aprender lá mais para a frente, e é com mais [matéria].

(EA3)

A avaliação esteve presente no processo de ensino e aprendizagem, no entanto foi maioritariamente usada para classificar e identificar as dificuldades dos alunos.

(...) Claramente, tive o cuidado de adequar a avaliação ao ensino e aprendizagem. Se adequei o ensino e aprendizagem, se ele foi modelado para a avaliação, eu gostava de dizer que sim, mas se calhar não foi. (EP2)

Não obstante, quando o professor afirma ter adequado a avaliação ao ensino e à aprendizagem, refere-se à elaboração do teste, uma vez que, segundo o próprio, ele adequa “o teste ao que foi trabalhado nas aulas” (EP2).

### 7.2.2 Tarefas de Avaliação Predominantes

Os instrumentos de avaliação utilizados pelo professor foram essencialmente testes sumativos, observações e uma composição ou um relatório.

(...) há outra vertente, que tem a ver com os trabalhos, os relatórios, os trabalhos de casa, etc. Trabalhos de casa eu não costumo avaliar, porque tenho muita dificuldade em avaliar. Há aquela coisa de se foi feito, se não foi, se foi ele que fez, se copiou, se não sei quê. (...) O que costumo fazer é... tenho a preocupação, em cada período, de pedir pelo menos uma atividade que... que seja complementar aos testes. Ou uma composição, ou um relatório, ou um trabalho que eles escrevem, ou qualquer coisa. É mais uma composição que um relatório. (EP2)

Além disso, como já foi referido, o professor não tinha por hábito analisar e/ou discutir, nem classificar os trabalhos de casa, limitando-se a registar o facto de os alunos aderirem ou não à realização dos mesmos. “Recolho (...) a informação se aderiu ao trabalho de casa (...) como forma de promover a autonomia e um trabalho mais consistente dos alunos.” (EP1)

Os produtos dos trabalhos de grupo resultantes das tarefas de sala de aula, também já anteriormente mencionados, eram pontualmente recolhidos uma vez que, segundo o próprio, tinha muita dificuldade em integrar estes trabalhos na avaliação [classificação] dos alunos.

Pontualmente, recolho (...) os produtos do que eles fazem em trabalho de grupo. Tenho alguma dificuldade em utilizar isso de forma muito consistente, (...) [Por exemplo,] dois grupos: um entrega-me o que fez e o outro também. E num eu passei por lá na altura em que eles estavam a fazer aquilo, eles fizeram-me uma pergunta, eu falei com eles, e eles fizeram aquilo tudo muito certinho. Os outros não me perguntaram, têm aquilo tudo ao contrário. E, portanto, eu tenho alguma dificuldade em tornar aquilo vinculativo à avaliação dos alunos, porque não estavam na mesma circunstância. (EP1)

As sínteses de unidade, previstas na proposta pedagógica, não foram implementadas, por opção do professor, como mostra a descrição seguinte.

O professor entregou o guião de elaboração das sínteses de unidade, um novo instrumento de avaliação para os alunos. Apesar disso, optou por não o explicar aos alunos, provavelmente por não acreditar no mesmo. Aparentemente, os alunos não entenderam o que era para fazer, inclusive uma das alunas colocou algumas questões sobre o mesmo, no entanto, o professor não a esclareceu. Ninguém fez a síntese e o professor não questionou os alunos sobre o seu incumprimento, nem voltou a falar do assunto. O professor “deixou cair” as sínteses. (DB)

As sínteses deveriam ser realizadas individualmente, no final de cada uma das três unidades trabalhadas durante o estudo, no entanto, quando confrontado com o assunto, o



professor afirmou não ter conseguido implementar as mesmas devido a ele próprio não estar muito convencido das mais valias deste instrumento.

Inv – A realização de sínteses de unidade estava previamente falada entre nós, mas depois acabou por cair...

PF – Sim.

Inv - ... no final da cadeia.

PF – Hum.

Inv – Eu acho que era mais por uma questão de tempo. Ainda se pensou que por numa questão de tempo podia ser no final da cadeia global. A minha pergunta aqui é: por que é que optaste por não as realizar? Para que os alunos não as realizassem?

PF – Ahh... Eu julgo que no sétimo ainda foi dado um papelinho a cada um ...

Inv – Foi, foi.

PF – Depois acho que só a Ana é que entregou, ou coisa assim...

Inv – Penso que não entregou, mas trouxe dúvidas. Era a única que trazia dúvidas.

PF – Havia ali uma (...), uma inovação, eu acho que só tem sucesso se o professor acreditar nela, e eu acho que não acreditava, pronto. Claramente, a melhor resposta que posso dar é essa. E, portanto, eu também nunca investi muito. Tu foste-me falando nisso e foste-me sugerindo, e eu ainda experimentei, mas aquilo não pegou muito bem. (...) Os alunos não aderiram à ideia e acho que não aderiram porque eu não aderi. Por que é que eu não aderi? Se calhar...pronto.

Inv – Podia ter funcionado um bocadinho como um relatório final, por exemplo.

PF – Sim, podia.

Inv - Era uma espécie de relatório, não?

PF – Sim, podia, podia. Mas eu acho que... quer dizer, a ideia de fazer uma síntese implica alguma autonomia, alguma sofisticação nos alunos, que eu não lhes reconhecia no sétimo ano. Ahh... eu acho que teria vantagens se houvesse, sei lá, um esquema de funcionamento em duas ou três fases, que eles fizessem, reformulassem, fossem andando e tal.

Inv – Hum.

PF – E não sei se eu tinha predisposição e tempo para entrar por aí. Portanto, apetecia-me experimentar, se calhar com uma turma mais pequenina e tal. Ali, naquele contexto, parece-me que não estavam reunidas as condições para inovar nesse sentido. E eu entendi que era uma inovação e que precisava de algum investimento. E eu, se calhar, não estava predisposto a fazer esse investimento, consciente ou inconscientemente. (EP2)

Segundo os alunos entrevistados, os instrumentos mais utilizados na avaliação foram os testes. Estes assumiram, inclusivamente, que os testes lhes causam alguma ansiedade, pois a sua classificação final dependia maioritariamente da sua prestação nos mesmos. Além dos testes, os alunos referiram, ainda, como instrumentos de avaliação os trabalhos de casa, o comportamento, a assiduidade, os materiais e a pontualidade.

Inv – Na vossa opinião, quais os elementos de avaliação que consideram mais importantes?

Rui – O teste.

Ana – Pois.

Inv – Porquê?

Ana – Testes e trabalhos e casa.

Rui – O teste é o que vale mais.

Ana – Ficamos mesmo muito preocupados com os testes.

Inv – Ficam mesmo muito preocupados. Porque é que ficam muito preocupados com os testes?

Ana – Porque se tivermos negativa ...

Inv – É pela razão que o Rui diz? É o que vale mais?

Ana – Pois.

Inv – Então, e que outros instrumentos de avaliação é que vocês conhecem?

Ana – Se não fosse o teste intermédio, eu conseguia ter quatro. E agora já não vou ter quatro.

Inv – Digam-me lá que outros instrumentos de avaliação é que vocês conhecem. (...)

Ana – Os trabalhos de casa, o comportamento, a assiduidade, o material, muita coisa.

Rui – Pontualidade. (EA3)

Em suma, pelo acima referido parece não ter existido uma estreita articulação entre as tarefas de avaliação, de ensino e de aprendizagem pelo que, tendencialmente, as principais tarefas de avaliação eram especificamente definidas para esse efeito, como por exemplo, os testes sumativos e as composições ou relatórios.

### 7.2.3 Natureza, Frequência e Distribuição de *Feedback*

Ao longo das aulas observadas constatou-se que o *feedback*, por vezes, é dado de forma pouco organizada, pouco intencional e muito informal.

Se pensarmos na avaliação formativa, aquela que não é, ou pode não ser institucional ou formal, ou o que lhe quiseres chamar... Por exemplo, quando um miúdo vai ao quadro e se está ali a discutir o que é que aconteceu mal, ou quando alguém põe uma questão e se vê um erro e se discute o erro... portanto... esse tipo de avaliação, que passa por discutir o que devia ter acontecido, o que não aconteceu, e tal, acho que faz parte, e de alguma forma sempre fez, das minhas práticas. (...) A outra avaliação, aquela avaliação de dar *feedback*, dizer o que é que está bem, elogiar e utilizar aquilo como um exemplo para outras circunstâncias, e tal, acho que essa avaliação aí... acho que sempre... que é boa e sempre lá esteve. (EP1)

Apesar da sua percepção, a observação de aulas acaba por o contrariar, uma vez que o professor tem a tendência de confirmar as hipóteses de resultados apontadas pelos alunos, em vez de devolver a questão, fazendo sub-questões de forma a orientar os mesmos.

A exploração em grande grupo é maioritariamente centrada no professor. Depois de explicar os conteúdos, o professor questiona os alunos com perguntas do tipo: “Perceberam?”, “Entenderam?”, “Há dúvidas?”. Além disso, durante a explicação do raciocínio à turma, o professor usa muito interrogações do género: “Eu não te disse que estávamos a fazer errado?”. (DB)

Os alunos dependem muito do professor, são pouco autónomos. O professor tem por hábito esclarecer as dúvidas aos alunos, direccionando os seus raciocínios. (Observação de aulas)

Quanto ao *feedback* escrito, apesar do professor lhe reconhecer importância, além de assumir alguma dificuldade na sua implementação, refere a falta de tempo para o implementar como o principal constrangimento. Ademais, na perspetiva do professor, os alunos só querem aprender para o teste, facto que lhe desagrada, mas que não sabe como contrariar.

PF – Isso é o meu problema de sempre. Há uns que sim, outros que não. É sempre a mesma coisa, não é? Eu continuo a achar que há ali alunos que conseguiram desenvolver uma série de competências e conseguiram fazer aprendizagens significativas, e outros que não conseguiram. E se houvesse um cuidado maior, um formalismo maior, de rigor maior, ou o que se quiser dizer, no registo da participação ou do trabalho deles, ou não sei quê, eu acho que o cenário era semelhante. Haveria os que teriam conseguido e outros não. E nem estou a ver que fosse muito diferente os que conseguiam e os que não conseguiam.

(...)

Inv – Estás a dizer que achas que não havia diferença nenhuma, na tua opinião.

PF – Não, não estou a dizer que não havia diferença nenhuma. Estou a dizer é que, no final, as diferenças não seriam muito significativas. Que seria diferente, eu não tenho dúvidas. Acho que um bocado aquilo que os alunos têm é... é... quer dizer, eles não querem aprender Matemática. Eles querem é saber como é que se faz a resposta do teste. E acho que um maior pendor na avaliação... eles reagem mais ou menos da mesma maneira, ou seja, eles não querem... ‘O que é que eu tenho de fazer para ter boa nota?’, é o que eles às vezes dizem. Então, pronto...

Inv – E se eles pudessem fazer...

PF – E se eles percebessem...

Inv - Se eles tivessem de trabalhar nas tarefas para aprender, para participarem mais e melhor e, claro para terem boa nota?



PF – Claro. A questão é: como é que o... o... como é que eu garanto que eles trabalham nas tarefas para ter boa nota?

Inv – Hum.

PF – É por eles me entregarem um papel no fim que trabalharam nas tarefas? É por o grupo ter? Tenho de receber um de cada um?

Inv – Hum.

PF – Portanto, esse é um problema de tudo. Que o ideal era isso.

Inv – Hum.

PF – Eles só tinham boa nota se soubessem matemática para além do teste. Mas a gente não consegue perguntar se eles sabem matemática para além do teste, porque a gente faz um teste e eles só sabem a matemática do teste. (...)

Inv – Hum.

PF – E, portanto, caímos outra vez na mesma coisa. Que se conseguiram dar a resposta ao teste é porque trabalharam bem e tal, quando não é.

(...)

Inv – Mas as tarefas não podiam fazer esse contraponto...

PF – Talvez.

Inv – ...de teres um contínuo...

PF – Talvez.

Inv – ...de recolha de dados?

PF – Talvez. Agora vamos lá a ver - temos de ser práticos. (...) [É] um assoberbar de trabalho. Agora não me sinto minimamente com capacidade para o fazer (...) (EP2)

Por outro lado, o professor dá grande relevância ao *feedback* dado aos alunos nas aulas de correção dos testes sumativos. Segundo ele, estas aulas permitem distribuir regularmente *feedback* aos alunos. Um *feedback* bem pensado e estruturado, que abrange a generalidade dos conteúdos trabalhados. Ainda assim, assume que por uma questão de tempo não consegue despende das aulas necessárias para transmitir adequadamente o *feedback* à generalidade dos alunos, ajudando-os a ultrapassar as dificuldades sentidas.

Inv – Consideraste desenvolver um processo deliberado de avaliação que apoie os alunos na regulação e na autorregulação das suas aprendizagens, ou seja, ires dando, inputs, *feedbacks*, chama-lhe o que quiseres, mas ires fazendo pontos da situação ao longo dos tempos, que vão permitindo ao aluno saber o que é que ele já fez, o que é que lhe falta fazer...

PB – Sim. Eu acho que sim, apesar de a resposta ser um bocado a resposta de mau pagador. Ou seja, eu dou muita importância à correção do teste, exatamente porque são pontos mais ou menos espaçados no tempo, ou seja, regulares, onde há espaço e oportunidade para fazer isso. Ou seja, quando na aula... eu costumo mostrar-lhes a média de resposta por cada pergunta e... e... e... consciencializá-los de que naquele tema a generalidade das pessoas não chegou lá, e que naquele tema quase toda a gente respondeu bem. E... e... e às vezes digo: “Pronto, esta parte não há nada a dizer, parece que toda a gente percebeu esta história aqui.” Portanto, eu utilizo a aula de correção do teste como forma de dar *feedback* sustentado nas... nas... nas produções deles.

Inv – Hum.

PF – E, portanto, o meu esquema de avaliação formativa, ou de dar feedback, está muito balizado nessas... nessas aulas, que ainda por cima cobrem [a totalidade dos conteúdos] (...). Isto, de forma mais formal e institucionalizada. Depois, normalmente nas aulas vou dizendo: ‘Então, isto aqui ainda não está muito bem’, ou no grupo, quando há um trabalho de grupo: ‘Ele já consegue, tu não consegues’, ou: ‘tenta lá como ele’, ou: ‘explica-lhe lá a ele’. Portanto, o institucional e o regular está muito pegado às aulas de correção de teste.

(...)

PF – Isso eu tenho o cuidado de fazer. É chegar à aula e enfatizar respostas boas e más que sejam significativas. Quando toda a gente erra da mesma maneira, eu reproduzo o erro no quadro para enfatizar que, portanto, aqui a malta ainda não percebeu que, quando se passa para o outro lado, muda-se o sinal’. Se aconteceu isso num teste, portanto...

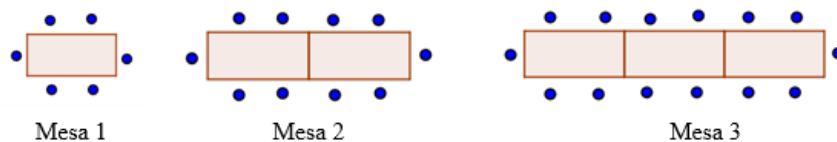
Inv – E pedes aos alunos que sejam eles a explicar porque é que erraram? Tentas perceber aí o raciocínio deles, ou és tu que mandas...

PF – (risos) Peço até à pergunta quatro. E depois, a partir daí, falta o tempo e começo a fazer eu, para acabar aquilo naquela aula. Portanto, honestamente é assim. Enquanto há tempo, vou pedindo e vou gerindo, e tal. A partir do momento em que não posso deixar que a correção se alongue por três ou quatro aulas, começo a gerir. Se calhar, na pergunta nove vou lá buscar uma outra, porque me parece particularmente significativa, mas vou gerindo. Portanto, sempre que possível sim, balizando ali... lá está, a importância que eu dou à correção do teste, essa parte aí está razoavelmente estudada para mim. Aquilo também não se pode alongar muito e, portanto, tenho que gerir e... portanto, sempre que é significativo sim, e normalmente é significativo num primeiro momento da aula, as mais das vezes. E depois aquilo perguntam, e tal, e tal, e depois aquilo começa a avançar mais por uma questão de eficiência.

Apesar do anteriormente descrito, é notória a preocupação do professor em distribuir *feedback* por todos os alunos e em diversos tipos de tarefas. Por exemplo, quando é confrontado com a dificuldade de um grupo de alunos em responder à questão 2.4 da primeira tarefa (Anexo1), o professor respondeu com uma sub-questão, como é ilustrado no episódio seguinte.

**O Jantar da Ana**

2) A Ana vai dar um jantar em casa, no próximo Sábado, para comemorar o seu aniversário. Ela pretende sentar os convidados em mesas retangulares, como mostra a figura.



- 2.1) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 7 mesas? E 10?
- 2.2) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 20 mesas?
- 2.3) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 100 mesas? Explica o teu raciocínio.
- 2.4) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura,  $n$  mesas?

Figura 26. Enunciado da tarefa “Padrões”, questão 2

Perante as dificuldades dos alunos em responder à questão 2.4, o professor devolve-lhes a seguinte questão: “Quantas pessoas se sentaram em 1000 mesas?”. Esta questão ajudou-os a continuar o seu trabalho de forma a chegarem à generalização. (Observação de aulas)

Apesar de o professor andar de grupo em grupo a esclarecer as dúvidas dos alunos, por vezes opta propositadamente, por não lhes dar a entender se as suas resoluções, das tarefas, estão ou não corretas. O professor defende que é na discussão em grande grupo que se corrigem os resultados obtidos. No entanto, durante a discussão de resultados os alunos estão pouco atentos e o professor nem sempre os confronta com o erro. (DB)

### 7.2.4 Dinâmicas de Avaliação

A formulação de questões, durante as aulas, e a observação direta, principalmente do trabalho desenvolvido em grupo, foram sobretudo as formas de recolha de informação avaliativa utilizadas pelo professor, e que corresponderam a dinâmicas de avaliação diferenciadas.

A heteroavaliação, na fase de discussão dos trabalhos, esteve pouco presente ou até mesmo ausente das aulas observadas, uma vez que, tal como já foi referido anteriormente,



as discussões em grande grupo eram realizadas quase exclusivamente centradas no professor, sem espaço para os alunos comentarem o trabalho dos colegas. A participação dos alunos era pouco evidente nesta fase da aula. Tal facto só era contrariado quando os alunos tinham oportunidade de irem ao quadro corrigir as tarefas, ou seja, quando iam ao quadro escrever as suas resoluções, criando momentos de aprendizagem para a turma, uma vez que ao ajudarem os colegas a corrigirem as suas incorreções, os alunos desempenhavam o papel de professor.

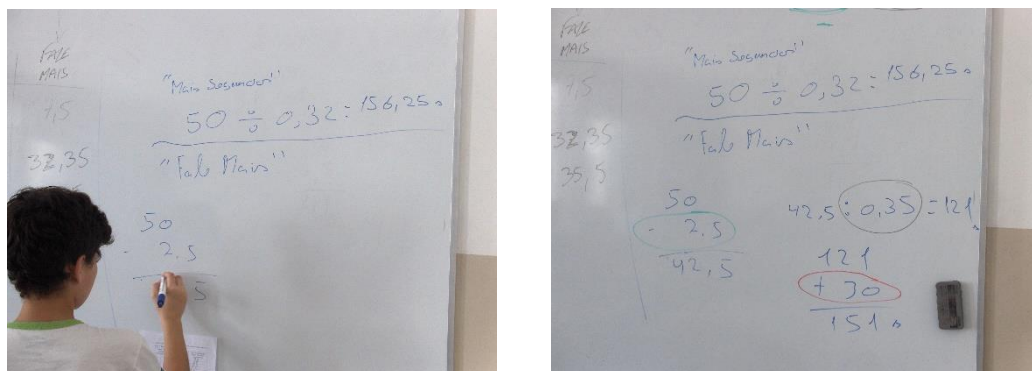


Figura 27. Correção de uma questão da tarefa “Tarifários”, elaborada por um aluno no quadro.  
(Observação de aulas)

Durante a realização dos trabalhos de grupo foi visível a existência da coavaliação, aquando da partilha de ideias e de estratégias entre os alunos. Estes momentos de partilha permitiam aos alunos regular o trabalho dos colegas de forma comparativa com o seu próprio trabalho. Além disso, permitia-lhes ainda regular o seu próprio trabalho, através da discussão entre pares, o que nem sempre era bem conseguido. A falta de autonomia dos alunos e o pouco treino na discussão entre pares levava a que muitas vezes alguns alunos desistissem de discutir as suas ideias em pequeno grupo optando de imediato por chamar o professor.

Nesta tarefa foi perceptível a falta de autonomia dos alunos. Eles não foram capazes de a ler e de discuti-la. Em vez disso, assumiram de imediato que não eram capazes de a resolver, optando por chamar o professor. (Observação de aula)

### 7.2.5 Papel do Professor e dos Alunos

Durante a realização dos trabalhos em grupo, em sala de aula, o professor percorria a mesma observando o trabalho dos alunos e respondendo às questões que eles colocavam. Era assim que recolhia a informação necessária para conseguir regular e melhorar o processo de ensino e a participação dos alunos.

As fichas de avaliação sumativa eram realizadas e corrigidas pelo professor. A sua realização era sempre considerada como um momento formal de avaliação. As aulas de correção do teste, tal como já foi anteriormente referido, são de grande relevância para o professor, assumindo, segundo este, um papel de destaque na regulação e melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Apesar do feedback distribuído pelo professor ser pouco sistematizado, sempre que durante a realização das tarefas e a discussão das mesmas o professor distribuía *feedback*, a maioria dos alunos procurava ir ao encontro das indicações dadas, corrigindo os aspetos menos positivos, por forma a resolverem corretamente as questões apresentadas.

Grande parte dos alunos procurava responder ao que o professor solicitava. Quando não entendiam alguma coisa colocavam questões para melhorar a sua compreensão sobre os temas abordados. Apesar de pouco frequente, nas discussões em grande grupo, alguns alunos contribuíam com sugestões que completavam o que anteriormente tinha sido referido, permitindo, assim, estabelecer algum confronto entre diferentes ideias. Desta forma, é possível afirmar que, de certa maneira, os alunos tinham um papel na avaliação do seu próprio trabalho, e no trabalho dos colegas, ainda que pouco expressivo para a maioria.

As justificações, quando solicitadas pelo professor, poderiam levar os alunos a realizar uma análise sobre a forma como tinham procedido, no entanto, os alunos, talvez por falta de hábito na realização deste tipo de trabalho, não correspondiam ao pedido.

Os alunos rejeitavam a ideia de ir ao quadro explicar o que fizeram (...). A turma não tem por hábito contrapor as suas ideias e quando o fazem é desordenadamente. (DB)

Durante as aulas observadas, os alunos não mostraram qualquer preocupação em regular a sua aprendizagem, na realidade, tal como já foi referido anteriormente, o empenho dos alunos na disciplina estava maioritariamente associado à realização dos testes ou quando o professor pedia algum trabalho.

Inv - E como é que tu estudas Matemática? Costumas estudar sozinho ou com a ajuda de alguém?

Rui - Estudo? Ai. Estudo, assim, quando tenho um teste, assim mais próximo. Estudo sozinho.

Inv - Estudas sempre sozinho e mais nas vésperas, é isso?

Rui - Mais de véspera... (EA1)

Os alunos tinham dificuldade em utilizar o *feedback* fornecido pelo professor para regularem as suas aprendizagens. No entanto, estavam habituados a partilhar o seu trabalho e principalmente as suas dificuldades, mas também os seus sucessos, com os colegas e com o professor. Quer para os alunos, quer para o professor, a avaliação ainda estava muito associada à classificação. Esta situação não é certamente indissociável do facto de o professor não utilizar um sistema deliberado e contínuo de *feedback*, capaz de ajudar os alunos na regulação das suas aprendizagens.

### 7.3 Participação dos alunos

Como já foi referido anteriormente, foram entrevistados dois alunos da turma, a Ana e o Rui, e ambos referiam que gostavam de Matemática, sendo esta uma das suas disciplinas preferidas. A Ana referiu gostar mais de “contas”, já o Rui, pelo contrário, cálculo é o que ele gosta menos, segundo ele o que gosta mesmo é de “matéria nova”. Os dois assumiram considerarem-se bons alunos de Matemática.

Inv - O que é para ti a Matemática?

Ana – É uma coisa fundamental, porque precisamos dela para o dia-a-dia, e isso tudo.

(...)

Inv – Então e o que é que tu mais gostas nas aulas de Matemática?

Ana – Os cálculos.

(...)

Inv – Então e consideras-te uma boa aluna, uma aluna média ou fraca a Matemática? E porquê?

Ana – Uma boa. Uma boa aluna.

Inv – Porque é que te consideras boa aluna?

Ana – Porque me esforço para conseguir bons níveis a tudo. (EA1)

Inv – E o que é para ti a Matemática?

Rui – Matemática... Matemática é muita coisa. Sem a Matemática acho que não se pode fazer nada. Até o simples facto de a gente ver as horas já envolve a Matemática.

(...)

Inv - Então, e o que é que tu mais gostas nas aulas de Matemática?

Rui - O que eu mais gosto nas aulas de Matemática.... Da matéria nova.

(...)

Inv - Consideras-te um bom aluno, um médio, ou um fraco aluno a Matemática?

Rui - Um médio...

Inv - Então e, porquê?

Rui - Oh, porquê... Sempre falta, assim, um bocadinho de atenção e estudo. (EA1)



Além disso, de acordo com o que já foi mencionado anteriormente, ambos associaram a Matemática à resolução de exercícios, ou seja, segundo eles a Matemática aprende-se a praticar. No entanto, para a Ana, a Matemática também está associada à compreensão.

### 7.3.1 Dinâmicas, Frequência e Natureza da Participação

Apesar de na turma nem sempre haver um ambiente propício às aprendizagens, no geral, é possível afirmar que o ambiente de trabalho proporcionava oportunidades para o ensino, a avaliação e a participação dos alunos ocorressem sem grandes problemas. O relacionamento entre alunos e o professor era bastante bom.

Apesar de o professor ter como um dos seus principais objetivos contribuir para a autonomia dos alunos, ele assumiu ter tido muita dificuldade em trabalhar a autonomia nos mesmos.

Portanto, ao mesmo tempo que estou a dizer isto, que foi nabice minha, também entendo que é importante ir criando estes níveis de autonomia. Ou seja, explicar tudo muito bem cria dependências do professor, que eu até vejo, por exemplo, este ano. (...) Portanto, também não acho que seja... não acho que seja desejável que esse detalhe na apresentação esteja sempre lá. Isto é a minha postura. Reconheço que no 7.º ano devia ter estado mais do que o que esteve... e portanto, se calhar está um bocadinho ao contrário do que o que devia ser. Eu fiz menos e depois comecei a fazer mais, e devia ter feito mais ao princípio e começado a fazer menos no fim. (EP2)

Apesar das dificuldades assumidas, durante a realização das tarefas o professor tinha o hábito de percorrer a sala de aula observando, questionando e falando com todos os alunos quer eles estivessem a trabalhar em pequeno grupo ou individualmente, o que ocorria na grande maioria das aulas observadas, como ilustra a figura seguinte.



Figura 28. Interação do professor com os alunos e sala de aula. (Observação de aulas)

A participação dos alunos nas atividades das aulas era variável, no trabalho em pequeno grupo era notório o envolvimento da maioria dos alunos que, normalmente, se empenhavam verdadeiramente no trabalho com as tarefas, no entanto, o nível de autonomia era muito diminuto.

Na primeira tarefa da sequência 2, “Ponto por ponto” (Anexo 1), os alunos ainda se mostram pouco autônomos. Pouco tempo após a distribuição da tarefa, os alunos assumem não entender o que é pedido na mesma. A confusão instala-se na turma. Só após a insistência do professor com a turma é que os grupos iniciam o trabalho. (Observação de aulas)

Durante o trabalho em pequeno grupo, com o objetivo de desenvolver a autonomia dos alunos o professor incentivava-os a participarem nas atividades, para tal tentava motivá-los a colaborar entre si levando-os a refletir sobre as estratégias de resolução encontradas.

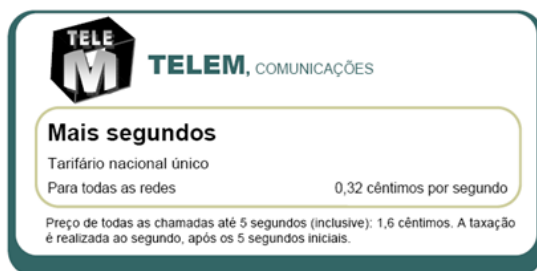
Ou seja, quando eles se sentavam em grupo e depois um me chamava eu ia lá e dizia: “Já explicaram aos colegas?” e tal... e “isso é a dúvida do grupo ou é só tua?”, portanto, essa informação eu fui dando depois de forma integral, se quiseres... Portanto, à medida que ia lá...Não fiz assim uma primeira abordagem a dizer-lhes, que quando se trabalha em grupo temos... Não estabeleci regras ou protocolos de atuação, mas fui depois ajustando isso. (EP1)

No que diz respeito aos momentos de discussão coletiva das tarefas, os alunos envolviam-se muito pouco, participando apenas quando o professor solicitava. A discussão final era maioritariamente centrada no professor, o que pareceu não facilitar as dinâmicas de participação dos alunos. Neste contexto, a grande maioria dos alunos mostrava-se desatenta e desinteressada no que estava a ser discutido, sem o hábito de registar as conclusões alcançadas.

A discussão final é centrada no professor. A discussão é essencialmente oral. Quando é escrita no quadro o professor fá-lo de forma pouco organizada. À exceção de um pequeno grupo de alunos, a maioria só participa quando questionada pelo professor. Os alunos estão pouco atentos e a comunicação matemática diz-lhes pouco. (Observação de aula)

**Tarefa 7: Tarifários?**

1. No anúncio publicitário do tarifário “Mais segundos” da empresa de comunicações TELEM pode ler-se:



**TELEM**, COMUNICAÇÕES

**Mais segundos**

Tarifário nacional único

Para todas as redes 0,32 céntimos por segundo

Preço de todas as chamadas até 5 segundos (inclusive): 1,6 céntimos. A taxa é realizada ao segundo, após os 5 segundos iniciais.

1.1. De acordo com a informação dada, indica quanto paga o consumidor por uma chamada cuja duração total é de:

1.1.1. 2 segundos;

1.1.2. 5 segundos;

1.1.3. 10 segundos;

1.1.4. 15 segundos;

1.1.5. 1 minuto.

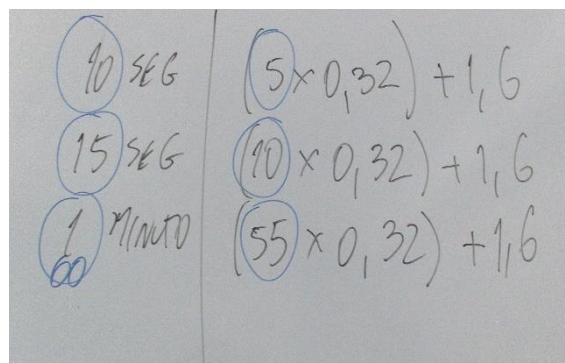
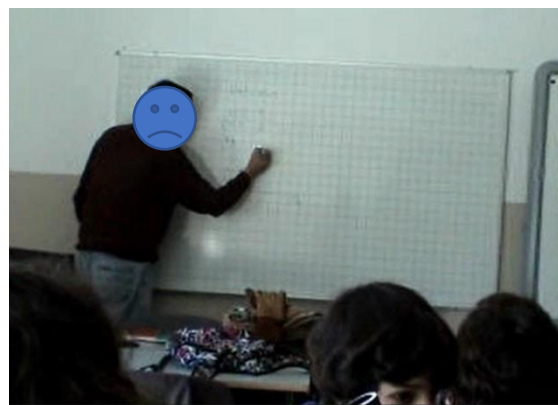


Figura 29. Enunciado da Tarefa “Tarifários” e Síntese final (Questões 1.1.3, 1.1.4 e 1.1.5) elaborada no quadro pelo professor. (Observação de aulas)

Como já foi mencionado anteriormente, o professor assumiu de forma inequívoca a necessidade de melhorar a organização do quadro durante a sistematização dos conteúdos.

No entanto, segundo ele, a desatenção dos alunos não depende de si, ou seja, na sua opinião este tipo de atitude depende essencialmente dos alunos.

Inv - Na minha perspetiva, não havia condições de aprendizagem durante a aula.... pelo burburinho, pelo barulho, pela desordem, pelo estado em que muitos dos alunos estavam. Havia um grande número de alunos que estava desatento, que distraía os colegas, que fazia barulho, que não passava nada do quadro, que não resolvia as tarefas em grupo, que não participava na discussão em grande grupo, que não fazia os trabalhos de casa, que não trazia as tarefas para a aula.

PF – Hum.

Inv - ...tinhas aqui uma turma difícil de gerir, de facto. E a minha questão aqui é: perante esta situação toda, de que forma é que tu responsabilizavas os alunos pelos comportamentos referidos anteriormente, e se eles tinham consequência? E se eles tinham conhecimento das consequências que esses comportamentos tinham? Eles eram responsabilizados formalmente por ti por estes comportamentos, e se eles sabiam que eram responsabilizados por isso.

PF – A questão é... claramente que não sabiam, porque uma boa parte deles chumbou. E não era só na minha disciplina, ...

Inv – Hum



PF - ...porque senão, então passavam com negativa a Matemática. Se uma boa parte deles foi reprovado (...). Ou seja, o problema não estava na aula de Matemática.

(...)

PF – Se eles já tinham chumbado, eu acho que eles tinham a noção de que havia consequências. Ou seja, estou eu a dizer que eles já tinham sentido na pele as consequências daquela atitude. Portanto, eu acho que eles tinham a noção das consequências. Agora, o que é que eu fiz? Claramente, a coisa não correu bem, porque não resolveu, não... não... não melhorou. Quer dizer, a turma melhorou, na minha opinião, porque eles saíram de lá. (EP2)

Os alunos, no geral, não eram muito interessados, não obstante, afirmaram que gostavam de participar nas aulas, na sua opinião isso permitiu que se ajudassem uns aos outros na resolução das tarefas, na compreensão das estratégias e dos conceitos matemáticos que necessitavam de aprender, bem como na correção do que pudesse estar errado ou com imprecisões nos seus trabalhos, em suma ajudava-os a desenvolver as suas aprendizagens que, neste caso específico, ajudava-os a desenvolver o pensamento algébrico.

Inv - E quais são, para ti, as aulas mais estimulantes? São as em que tu trabalhas em grupo, a pares, as que trabalhas individualmente?

Rui - Em grupo e em pares.

Inv - Porquê?

Rui - Em grupo pode ser porque a gente está a fazer em grupo e um dos colegas sabe e pode explicar. E quando é a pares pode acontecer também que a gente pode explicar ao colega...

Inv - Ou seja, trabalhar com mais alguém é sempre melhor do que trabalhar sozinho...

Rui - A gente pode não saber e o colega pode saber. (EA1)

Inv – E tu costumavas intervir muito nas aulas? E gostas de intervir?

Ana – Sim.

Inv - Costumas intervir muito?

Ana – Sim.

Inv – E achas que aprendes? Que é vantajoso para ti?

Ana – Sim, acho.

Inv – E para os teus colegas? As intervenções, as tuas e as intervenções que cada um de vocês faz, na tua opinião são importantes?

Ana – Sim, porque assim ficamos a compreender o que os outros pensam.

Inv – Ajuda. Portanto, quando os outros intervêm, ajuda-te a compreender o que eles pensam. E quando tu intervéns?

Ana – Também... (EA1)

Os alunos não foram unânimes ao se referirem à forma como preferiam explicar os seus raciocínios e processos de resolução. A Ana, talvez devido à sua timidez e

insegurança, referiu que tinha mais facilidade em expor as suas ideias por escrito, segundo ela “há muitas palavras e a gente não consegue exprimir essas palavras...”. (EA1) O Rui afirmou ser-lhe indiferente, segundo ele, tanto gosta de explicar os seus raciocínios oralmente, como por escrito.

Inv - E, portanto, aprendes também com as intervenções deles. E achas importante explicar como pensaste ou fizeste um problema?

Rui - Sim, às vezes sim.

Inv - Porquê?

Rui - Porque a gente às vezes podemos ter, por exemplo, os cálculos errados, e termos o raciocínio. Só falhou, ali, aquela parte.

Inv - Então e quando tu explicas, por exemplo, aquilo que estás a fazer, ou que fizeste, achas que também aprendes mais com isso ou não?

Rui - Sim, porque ao explicar o que fiz posso ter feito alguma coisa errada e assim também aprendo a fazer bem.

Inv - E gostas mais de explicar oralmente ou por escrito?

Rui - As duas.

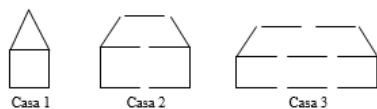
Inv - É-te indiferente?

Rui - É. (EA1)

Apesar do acima referido, no geral, os alunos não tinham o hábito de expor os seus raciocínios por escrito, nem de os justificar ao professor ou aos colegas. Mesmo nas resoluções das tarefas, realizadas em grupo para entregar no final da aula e/ou expor aos colegas as dificuldades em explicarem os seus raciocínios eram muitas, como é exemplificado na figura seguinte.

#### Tarefa 5: A Casa<sup>5</sup>

Cada uma das casas seguintes é construída por vários pauzinhos. Devem considerar que os pauzinhos têm todos a mesma medida de comprimento.



- Quantos pauzinhos são necessários para construir a sétima casa?
- Descobre uma expressão geral que te permite saber quantos pauzinhos são necessários para construir a  $n$ ésima casa? Explica o teu raciocínio.
- A Carla, o António, a Patrícia e o Duarte indicaram, respetivamente, as seguintes expressões gerais como representantes do número de pauzinhos necessários à construção da  $n$ ésima casa:

$$2+(p-1)+(1+2p+1); \quad 2+(3p-1)+2; \quad 4+3(p-1)+2; \quad 3(p+1)$$

Explica por palavras tuas, recorrendo a esquemas, a números, a tabelas, etc., como é que cada um visualizou a estrutura da casa para chegar à expressão referida.

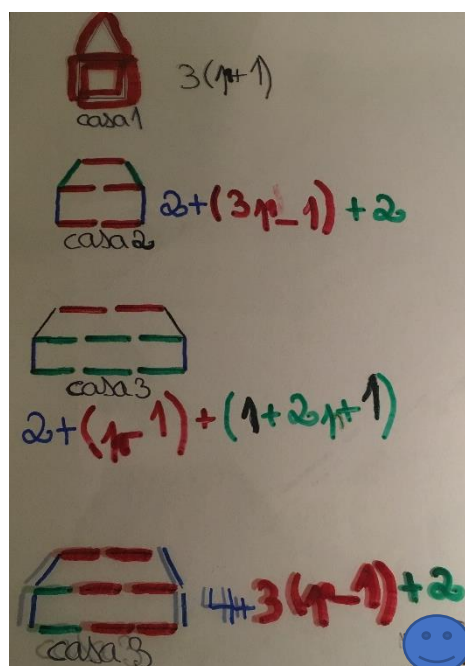


Figura 30. Enunciado da Tarefa “A Casa” e respetiva resolução. (Observação de aulas)

A descrição seguinte ilustra o facto de o professor não facilitar a participação espontânea dos seus alunos, durante as discussões em grande grupo. Ainda que considerasse as intervenções dos alunos, usualmente centrava as discussões em si, e não tinha por hábito percorrer as diferentes resoluções dos alunos, limitando-se a explorar a resolução com que mais se identificava.

Aquando da realização da síntese final da tarefa “Cruzes”, o professor optou por discutir apenas uma das resoluções apresentadas pelos alunos, a mais adequada na sua opinião, deixando por discutir as três resoluções apresentadas seguidamente. Além disso, centrou a discussão em si. (Observação de aula)

#### Tarefa 4: Cruzes<sup>4</sup>

Considera as três primeiras figuras de uma sequência.

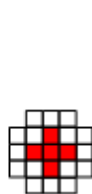


Fig.1

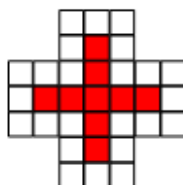


Fig.2

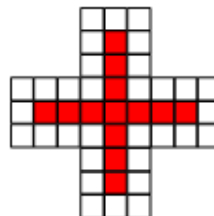
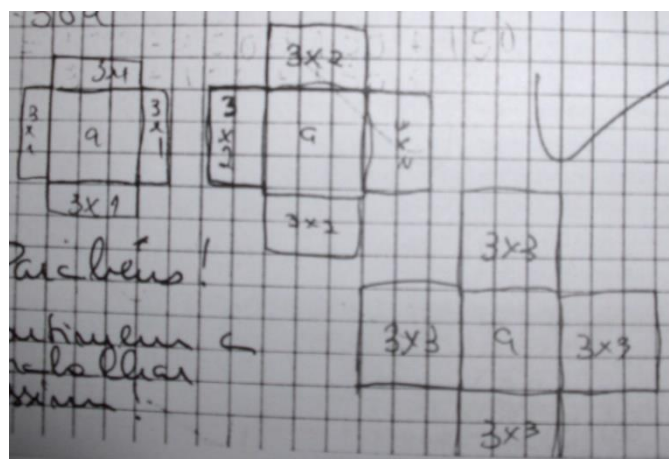


Fig.3

1. Representa a figura 6 da sequência. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura? E brancos?
2. Quantos azulejos no total são precisos para construir a figura de ordem 50?
3. Qual é a figura da sequência que tem, no total, 93 azulejos?
4. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
5. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
6. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
7. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
8. Quantos azulejos são necessários no total para construir a 25ª figura?
9. Quantos azulejos são necessários no total para construir a figura de ordem  $n$ ? Explica o teu raciocínio.
10. A expressão algébrica  $9 + 3n + 3n + 3n + 3n$  pode representar o número total

Figura 31. Enunciado da Tarefa “Cruzes”





10 - a expressão algébrica é...  
 Boa porque o ~~quadrado~~ <sup>quadrado</sup> significa os  
 9 quadrados do meio e os 8 ~~quadrados~~  
 significam ( $3 \times 1 / 3 \times 2 / 3 \times 3$ )...

10 - Sim, porque mas  
 4 portas a douze  
 azulejos, e id a dividir  
 por 4 dá 3 e o q  
 é sempre os quadrados  
 do meio

Figura 32. Resoluções efetuadas pelos alunos da questão 10 (observação de aula)

Dada a diversidade de respostas, a discussão em grande grupo levaria os alunos a desenvolverem a comunicação matemática, o raciocínio, a simplificação de expressões, o sentido da variável e a generalização, além de desenvolverem a autonomia e de receberem de imediato *feedback* do trabalho realizado. Em suma, era uma boa oportunidade para contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Quando confrontado com a situação acima referida, o professor assumiu ter optado por discutir a resolução com que mais se identificava, ou seja, a que ele teria usado. No entanto, assume a importância para os alunos de discutir as diferentes abordagens apresentadas, referindo que não o fez, maioritariamente, pelo facto de se sentir pressionado pela falta de tempo letivo.

Eu por acaso não... acho que se me centrei numa resolução não é no sentido de achar que era a melhor. Provavelmente era a com a qual eu me identificava mais... (...) Tem a ver com o facto de ser aquela que eu faria se estivesse a resolver. Isto é uma questão muito... muito sub-reptícia, ou seja, não está... não está explicitada quando a gente toma a decisão, sei lá, tomamos a decisão porque tomamos, é ali no momento. Ou pelo menos eu penso isso. (...) Eu acho que devem ser discutidas exatamente pelo que estávamos a dizer: para garantir que diferentes abordagens são igualmente válidas, e que geram expressões diferentes, e que está tudo bem. Ainda bem que geram, e que a gente pode é perceber a coerência entre elas, quer do ponto de vista da construção, que a construção é a mesma, quer do ponto de vista algébrico, que a gente pode manipular os símbolos e também dá a outra. Portanto, o que eu gostaria de transmitir, ou de tentar que os alunos percebessem, ou não sei quê, era isto. (...) Eu lembro-me que nesta altura a questão do tempo me afligia sobremaneira... e, portanto, se de alguma forma o trabalho deles era produtivo, no sentido em que eles conseguiam sozinhos, e uma prova que conseguiam sozinhos é que chegavam a coisas diferentes. Se fosse... se fossem diretamente influenciados por mim, seriam mais homogêneas. Depois [na] discussão... eu estava muito preocupado em... (...) passar para a próxima. (EP1)

### 7.3.2 Estratégias Indutoras da Participação

As tarefas utilizadas durante o período em que se desenvolveu este estudo, as da proposta pedagógica entre outras, como por exemplo as do manual, e as diferentes dinâmicas geradas nas salas de aula com o intuito de encontrar as respetivas soluções impeliram, naturalmente, o professor a utilizar estratégias que ajudassem os alunos nos processos de resolução. Como já foi referido anteriormente, a estratégia mais usual foi sem dúvida a formulação de questões dirigidas ao pequeno grupo, ao grande grupo, e aos alunos de forma individual. Esta foi sem dúvida a maneira que o professor encontrou para garantir uma efetiva participação da maioria dos alunos no decorrer das aulas.

Dentro da sala de aula (...) eu tentei e tento não dar as respostas logo (...) fazendo perguntas acessórias, “então, pensa lá melhor nisto”, “vê lá aquilo”, um bocado ir às heurísticas do Pólya e “pensa noutro tipo de exercício que já tivesses feito parecido, como é que fizeste para resolver”, “lembra-te lá do exercício da aula anterior, se dá para resolver da mesma maneira”. Coisas desse tipo, ao nível do discurso muito concreto, muito prático, muito agarrado àquela situação para te promover a autonomia por essa via. (EP1)

A nível oral, vou pedindo para eles explicarem. Quando eles me dizem: “professor, venha lá aqui”, eu faço frequentemente uma coisa que é dizer “diz-me lá o que é que queres sem eu ter que ir aí” e aí, às vezes, explico-lhes exatamente que não é por má vontade, mas é bom que tu consigas explicar verbalmente sem eu estar aí a ver (...). (EP1)

Se, por um lado, o questionamento era a abordagem mais utilizada pelo professor para induzir a participação dos alunos em sala de aula, por outro, este assumiu que não tinha o hábito de planejar este mesmo questionamento, ou seja, o professor não tinha o hábito de preparar questões orientadoras para colocar aos alunos o que aparentemente pareceu, por vezes, empobrecer o questionamento efetuado em sala de aula.

Inv – Não planeias questões que, sem responderes, os obrigues a refletir? Que lhe devolvas uma pergunta que os permita continuar o trabalho?

PF – Eu acho que faço isso em tempo real. Pensar previamente acho que não faço. Na aula, quando um aluno me coloca uma questão, eu tenho a preocupação de a resposta ir nesse sentido.

(...)

Inv – Porque não consideras que te facilita, ou porque nunca pensaste no assunto?

(...)

PF – Não, não, acho que é uma questão de eficácia. Acho que nunca consigo prever assim muito bem (...). (EP2)

O nível de envolvimento dos alunos na fase de discussão das tarefas era, naturalmente, muito variável. Logicamente, havia alunos com mais facilidade de expressão do que outros e, talvez por isso, também mais disponíveis para participar nas discussões do que outros. Além disso, devido a alguma timidez e aos hábitos instalados no grupo turma, a maioria dos alunos mostrou ter mais facilidade e/ou disponibilidade para argumentar por escrito em detrimento da argumentação oral. A resolução apresentada de seguida, elaborada pelo grupo da Ana em sala de aula, corrobora o que se afirma.

Inv – E gostas mais de explicar oralmente ou por escrito?

Ana – Por escrito, porque oral é um bocadinho difícil.

Inv – Porquê?

Ana – Não sei. Há muitas palavras e a gente não consegue exprimir essas palavras...

Inv – Então e escritas, consegues? Consegues escrevê-las? É mais fácil?

Ana – Sim. (EA1)



## Tarefa 14: Balanças

1 Coloca duas caixas de pastilhas no prato esquerdo e 80g no prato direito da balança, de modo a que esta fique em equilíbrio.

1.1 Quanto pesa cada caixa de pastilhas?

1.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

2 Coloca 6 esferográficas e um peso de 12g no prato esquerdo da balança e um peso de 57g no prato direito.

2.1 Quanto pesa cada esferográfica?

2.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

3 Representa uma balança em equilíbrio que tem um saco de pinhões e um peso de 50g no prato esquerdo e um peso de 130g no prato direito. Como podes determinar o peso de um saco de pinhões?

Explica como resolves a situação anterior através de linguagem matemática (usando números, sinais, sinais operacionais, letras, entre outros).

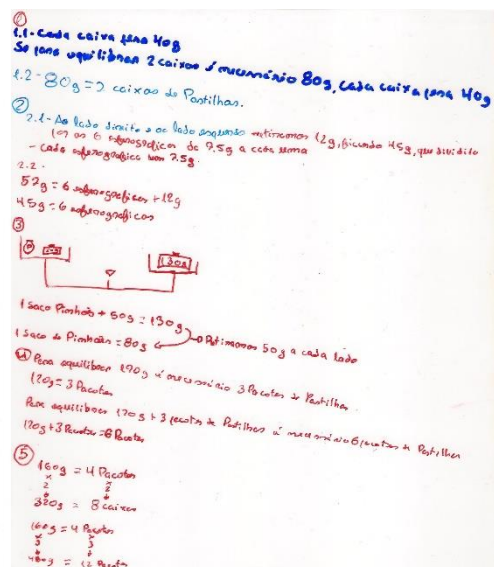


Figura 33. Enunciado da Tarefa “Balanças” e respetiva resolução (observação de aula)

De forma a contrariar a falta de participação de alguns alunos, o professor desenvolvia estratégias com o objetivo de envolver todos os alunos nas discussões, nomeadamente responsabilizando os restantes elementos do grupo por incentivar os colegas a participarem na dinâmica do grupo, contribuindo com as suas ideias para a realização das atividades. Todavia, havia sempre alunos que não participavam nas discussões, nem nas atividades em geral.

Quando eu me apercebo que num trabalho de grupo que há um elemento mais à parte tenho o cuidado de lhes dizer isso: “vejam lá, que... é ele quem vai dizer” ou “todos têm de estar habilitados”, ou qualquer coisa do género. Ou eu é que vou decidir quem é que fala em nome do grupo ou qualquer coisa do género... Agora, fui fazendo isso de forma informal (...). (EP1)

Por vezes, no sentido de motivar os alunos a participarem de forma atenta e interessada nas discussões em grande grupo, o professor deixava propositadamente os alunos ficarem na expectativa da correção dos resultados obtidos. Segundo ele “é na discussão em grande grupo que se corrigem os resultados obtidos” (Observação de aulas). Desta forma, o professor tinha esperança de que os alunos ficassem mais atentos e interessados na discussão dos resultados obtidos na resolução das tarefas.

De um modo geral, o ambiente de sala de aula era motivador e facilitava a participação dos alunos, que corria de forma natural. O ambiente de trabalho, normalmente, era descontraído e pouco formal e, no decorrer da aula, o professor mantinha um bom diálogo com os alunos ficando perceptível a boa relação que existia entre eles.

A natureza exploratória das tarefas parece também ter incrementado o envolvimento dos alunos nos processos de argumentação Matemática, criando mais e melhores oportunidades de participação dos alunos em sala de aula, em particular no seio dos diferentes grupos, onde foi possível observar vários momentos em que estes confrontavam as suas ideias e refletiam em conjunto o que acabou por contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática e, principalmente, da sua capacidade de argumentação.



*Figura 34. Alunos a trabalhar em pequeno grupo (observação de aula)*

O tipo de perguntas que o professor colocava, maioritariamente de inquirição, mas também de confirmação, também parece ser facilitador da participação dos alunos o que, consequentemente, contribuiu para o seu envolvimento nos processos de argumentação. Não obstante, a participação dos alunos nas discussões em grande grupo foi sempre diminuta, havendo poucos alunos a participarem voluntariamente nas mesmas. Na generalidade das discussões finais uma parte significativa da turma mostrava-se pouco atenta e desinteressada no que se passava em sala de aula.

A discussão final é feita pelo professor e, tendencialmente, é centrada em si. Alguns alunos, poucos, participam de forma espontânea. Vários alunos não estão atentos à discussão e no geral dão pouca importância à comunicação matemática e à argumentação de ideias. (observação de aulas)

No geral, o recurso a materiais didáticos, como por exemplo as balanças, constituiu uma estratégia indutora da participação e do envolvimento dos alunos nas atividades propostas em sala de aula. Já o recurso às tecnologias da informação, nomeadamente a utilização do computador, talvez pela inexperiência, não funcionou tão bem como o esperado. Na realidade, os alunos pareciam não assumir o computador como um



instrumento facilitador das aprendizagens. A descrição seguinte ilustra o que se passou numa das aulas observadas.

Os alunos não encaram o computador de forma séria, acabando este instrumento por funcionar como uma distração. A maioria dos grupos mostra-se pouco funcional, os alunos estão pouco participativos, além de desatentos, limitando-se a construir as figuras pedidas, sem refletir sobre as questões colocadas na tarefa.

**Trabalho – Questão 1**

1. As perguntas que se seguem dizem respeito à relação que existe entre o comprimento do lado do quadrado, qualquer que seja o seu valor, e o seu perímetro.

1.1. Determina o perímetro de um quadrado cujo lado mede 2,34 cm.

1.2. Determina quanto mede o lado de um quadrado cujo perímetro é 15,52 cm.

1.3. Completa a tabela com os valores em falta:

x	0,5	1	2	2,34		
y			8		15,52	26

1.4. Verifica-se que o perímetro do quadrado é directamente proporcional ao seu lado. Explica porquê e indica a constante de proporcionalidade e o seu significado geométrico.

1.5. Completa a expressão algébrica que representa essa relação de proporcionalidade:

$y = \underline{\hspace{1cm}} \times x$

Figura 35. Questão da Tarefa “Perímetros” e construção de figuras auxiliares com recurso ao Geogebra (observação de aula)

Após o burburinho inicial, os alunos, no geral, concentraram-se e conseguiram resolver a questão um com alguma facilidade, exceto a alínea 1.4 onde a maioria mostrou algumas dificuldades. Vários alunos mostraram dificuldade em relacionar a expressão algébrica obtida com a representação gráfica da função linear, pedida na alínea seguinte.

VI – Na barra de entrada do *GeoGebra* introduz a expressão algébrica. Descreve o que acontece.

por 4.

1.5 -  $y = 4 \times x$

6.

1.5 - no trabalho do João mostra-se um quadrado com cada lado a medir 3,31 cujo o seu perímetro é 13,48. Encontra o ponto E que intersecta duas linhas (obliquas e ordenadas).

$15,52 - y = 4 \times x$

(6) o que acontece é que mostramos o perímetro do quadrado. Apareceu uma linha para ser a soma de todos.

Figura 36. Questão 6 da Tarefa “Perímetros” e resoluções dos alunos (observação de aula)



A estratégia que, aparentemente, mais contribuiu para o incremento da participação dos alunos em sala de aula foi a obrigatoriedade da entrega de uma resolução única, das tarefas propostas, por grupo. No entanto, por falta de tempo e disponibilidade da parte do professor, na última sequência de tarefas tal deixou de acontecer, o que acabou por diminuir a participação e o empenho dos alunos na discussão em pequeno grupo, como é assumido pelos próprios alunos.

Inv – Agora a última questão. Tomem lá atenção, se faz favor. Nestas tarefas, o professor nunca vos pediu uma resolução de grupo, pois não? Este ano?

Ana – Ah, pois não.

Rui – Não.

Inv – Isso influenciou o vosso trabalho?

(...)

Ana – Sim, porque a gente não estávamos preocupados.

Rui – Não estávamos tããõ preocupados.

Inv – Não tinham que entregar, não era?

Ana – Era.

(...)

Inv – Passaram a trabalhar menos em grupo?

Ambos – Sim. (EA3)

Eu acho que é novamente a questão do tempo e de... quer dizer, das convicções implícitas. As minhas. Ou seja, quando eu peço um relatório aos alunos, eu tenho algum cuidado em lhes explicar como é que avalio, em dar esse tal *feedback*, dizer: ‘falhaste aqui, avançaste ali, estava bom, a apresentação estava cuidada, ou precisa de melhorar’, e não sei quê e tal. Portanto, ali era um bocado de fora. Portanto, era um trabalho no qual eu não acreditava a cem por cento, e se calhar isso passa para os alunos. Ou seja, lá está, eu se calhar não tenho a capacidade de rigorosamente e metodicamente e atempadamente gerir esse trabalho, e o *feedback*, e pedir outra vez e dar outra vez, e tal. Porque acho que são muitos alunos e não tenho essa capacidade e, portanto, tendo a investir mais em situações-chave, onde me preocupo mais a sério. E é outra vez a mesma história da eficiência. (EP1)

Outra estratégia que, tudo indica, também podia ter funcionado como um incremento à participação dos alunos em sala de aula, eram as tarefas, enquanto instrumento de avaliação. Por exemplo, se a resolução conjunta das tarefas entregue pelos alunos fosse alvo de avaliação e, conseqüentemente, desse aos alunos um *feedback* continuado e de qualidade sobre a sua participação em sala de aula, os conteúdos já apreendidos, o que ainda faltava apreender, e além disso fornecesse dicas sobre como ultrapassar as suas possíveis dificuldades, poderia ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades apresentadas. Todavia, na entrevista aos alunos, nota-se claramente que a avaliação está centrada na classificação o que não promove as aprendizagens.

Inv – Se as tarefas que têm estado a fazer fossem avaliadas mudavam de atitude?

Ana – Eu mudava.

Rui – Eu mudava a ver se conseguia mais ...

Inv – Querias conseguir mais o quê?

Ana – Ter positiva, ter [melhor nota]...

Inv – Empenhavam-se mais?

Ana – Sim.

(...)

Inv – Acham que aprendiam mais?

Ana – [Sim. Podíamos] tirar as dúvidas. (EA3)

Em suma, as estratégias que parecem ter apelado mais à participação dos alunos em sala de aula foram a natureza das tarefas, maioritariamente de cariz exploratório, o questionamento, realizado de forma frequente pelo professor, os materiais didáticos, por exemplo a utilização de balanças na introdução das equações, ou até mesmo o computador, ainda que no início fosse difícil de ser entendido pelos alunos como um instrumento auxiliar do seu trabalho. Como a própria Ana afirma, o computador “ajuda-nos a fazer (...), porque ele faz os cálculos todos e a gente não sabe o que é que ele está a fazer, mas divertido é!”. (EA2<sup>12</sup>)

### 7.3.3 Dinâmicas de Grupo

Como já foi referido anteriormente os grupos de trabalho foram formados de forma aleatória, tendo quase como único critério a proximidade das carteiras. A realização das tarefas em grupo tinha como principal objetivo a interajuda entre colegas na realização das mesmas, contribuindo dessa forma para o desenvolvimento da capacidade de argumentar dos alunos.

Do meu ponto de vista – até porque no âmbito do acompanhamento [programa criado no âmbito do Plano de Ação para a Matemática] tive acesso a algumas hipóteses de organização - e... pensei um bocado no assunto, quer dizer, um bocado, mas não foi nada sistemático, estive ali um bocado sentado a ler e fui pensando no assunto e achei que uma organização mais ou menos aleatória tem vantagens (...). Mais ou menos aleatória, ou seja, não é sortear os números, é mais um “vejam lá, agrupem-se lá, e depois se correr mal eu logo corrijo”, portanto, foi mais ou menos isso que eu fui fazendo. Portanto, dei-lhes alguma liberdade de escolha e, pontualmente, como tu viste, trocava uns, ou dizia:

<sup>12</sup> (EA2) significa que os dados foram retirados da segunda entrevista realizada aos alunos participantes no estudo.

“olha, agora vais tu para ali” e tentei fazer alguns ajustes, que nem sempre correram bem, mas acho que de uma forma geral não foi preciso mais que isso. (EP1)

O professor optou ainda por não discutir com os alunos as regras de funcionamento do trabalho em grupo e, conseqüentemente, também não abordou a necessidade de criarem a figura do porta-voz. Além disso, optou ainda por não orientar os alunos na organização dos trabalhos, ou seja, ainda que houvesse necessidade de haver uma resolução única, por grupo, todos os alunos deveriam de ter os cadernos em dia, havendo por isso a necessidade de as resoluções das tarefas constarem nos mesmos.

Inv- Foi, deliberadamente, que não lhes pediste para existir, por exemplo, uma porta-voz do grupo, um responsável, alguém. Que esse porta-voz fosse mudando. Nunca tiveste a preocupação de pôr, por exemplo, a responsabilidade de explicar aos colegas, aos restantes colegas, na discussão em grande grupo, por exemplo, pôr essa responsabilidade nos alunos mais fracos do grupo para que os com mais apetência fizessem o contrário, ou tinhas isso para ti, mas eles não sabiam?

PF - Se calhar não vai ficar à vista, mas vou fazendo consoante as situações... Quando eu me apercebo que num trabalho de grupo há um elemento mais à parte tenho o cuidado de lhes dizer isso: “vejam lá, que... é ele quem vai dizer” ou “todos têm que estar habilitados”, ou qualquer coisa do género. Ou eu é que vou decidir quem é que fala em nome do grupo ou qualquer coisa do género... Agora, fui fazendo isso de forma informal, pode é não estar à vista, não conheci, previamente, nenhuma norma nesse sentido. (EP1)

Ao longo do estudo, os alunos apresentaram sérias dificuldades em trabalhar em grupo, aparentemente não sabiam ouvir o outro e, mais grave, não confiavam nas ideias dos outros, e muitas vezes nem nas suas próprias, daí a necessidade da validação do professor que, inicialmente, era continuamente chamado aos grupos.

Os alunos dependem muito do professor, são pouco autónomos, mostram dificuldades em iniciar as tarefas, não percebem o que têm de fazer. O professor é sempre chamado, eles têm a noção de que as questões colocadas são, maioritariamente, respondidas de forma direta. (Observação de aulas)

A ideia acima referida não é assumida pelo professor, segundo ele quando é chamado aos grupos tenta “não dar as respostas logo (...) fazendo perguntas acessórias, [do tipo] “então, pensa lá melhor nisto”, “vê lá aquilo”, (...) “pensa noutro tipo de exercício que já tivesses feito parecido”. (EP1) Ainda que o professor tenha esta preocupação, na realidade



houve variadas situações onde ele optou por responder de forma direta às questões colocadas.

Inv – Porque é que vocês não discutiam mais as vossas ideias? Vocês sabiam sempre que o quê? No final o que é que o professor fazia sempre?

Ana – A correção.

Rui – Corrigia.

Inv - Portanto não interessava estar a discutir muito com os colegas, pois não? Sabiam que depois alguém corrigia, não era?

Ana – Era.

Inv – E quando não conseguiam chegar a lado nenhum, nem conseguiam chegar ao resultado esperado, o que é que vocês faziam?

Rui - Passávamos à frente.

Ana – Passávamos à frente e não fazíamos aquela [pergunta].

Inv – E nunca faziam... nunca tentavam... Nunca usaram outra estratégia? Mudavam de estratégia?

Ana – Sim, tentávamos.

Inv – E às vezes também perguntavam a quem?

Ana – Ao professor.

Inv – E o professor ajudava-vos? Dava-vos a resposta?

Ana – Sim... às vezes... [outras vezes] não, [só] ajudava.

A correção dos trabalhos era feita no quadro, maioritariamente pelo professor. O professor tinha pouco hábito de colocar as questões/dúvidas dos alunos ao grupo turma para serem discutidas, como ilustra o episódio seguinte resultante da observação de uma aula.

O professor continua a não proporcionar que sejam os alunos a explicar aos colegas as suas resoluções e o que falta das mesmas, ou o que está incorreto, dando espaço a estes para apresentarem alternativas às resoluções colocadas no quadro. Nestas situações, o professor centra a discussão em si, e corrige de imediato o que está errado e/ou esclarece as dúvidas dos alunos. Limitando-se a questionar o grande grupo com questões do tipo: “Sim? Toda a gente percebeu aquilo que estou a dizer?”. (Observação de aula)

Nas discussões em grande grupo sobre os resultados obtidos pelos alunos durante as resoluções das tarefas, possivelmente devido ao facto de estas serem, maioritariamente, centradas no professor, são muitos os alunos que se mostram pouco atentos e desinteressados no que está a ser discutido. O episódio a seguir descrito ilustra o que se passou numa das aulas observadas.

b) Considera os pontos definidos na terceira linha da tabela anterior. Representa-os no referencial seguinte.

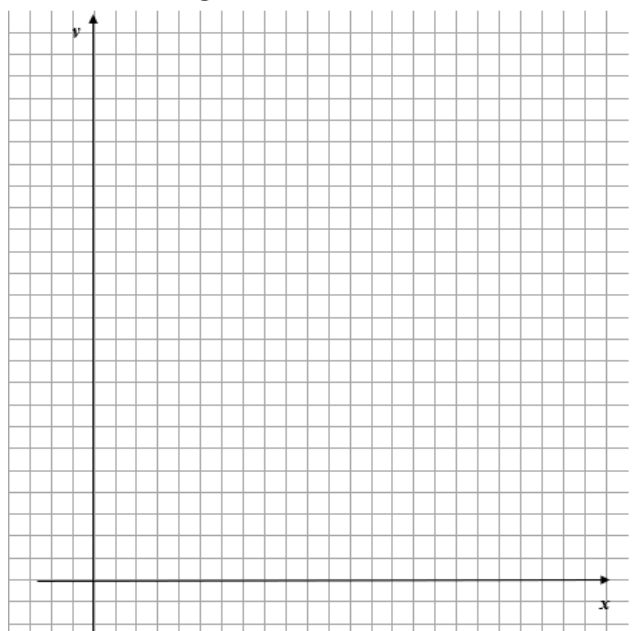


Figura 37. Questão 1, alínea b, da Tarefa “Aluguer de bicicletas” (observação de aula)

Durante a discussão da tarefa “Aluguer de bicicletas”, mais especificamente após a resolução da alínea b, o professor opta por pedir a um dos alunos para ler a definição de função que consta imediatamente a seguir na tarefa, passando à sua explicação, em vez de pedir a um aluno de um dos grupos que, por palavras suas, diga se a correspondência representada graficamente é ou não uma função e porquê?

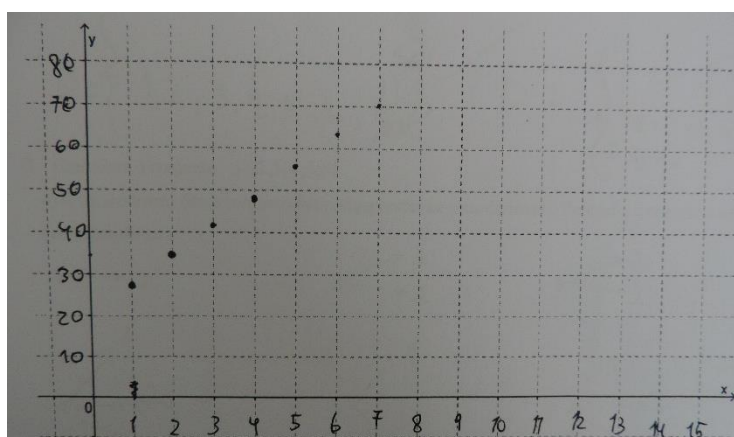


Figura 38. Resolução efetuada por um dos grupos, da Questão 1, alínea b, da Tarefa “Aluguer de bicicletas” (observação de aula)

Após a explicação da definição de função o professor passa a esclarecer as dúvidas dos alunos, nomeadamente as dúvidas que estes ainda tinham sobre a representação gráfica. Ao longo de todo este processo o professor mostra uma grande preocupação com o formalismo da linguagem, pedindo já aos alunos que se tentem limitar à utilização da linguagem formal, mesmo antes de estes se apropriarem dos conceitos, segundo o professor “o que se pretende agora é

que ganhem familiaridade com este vocabulário, objetos e imagens.” Durante esta discussão, há alunos que estão voltados de costas não só para o quadro, mas também para o professor. Além disso, a maioria dos alunos não está a registar no caderno as conclusões obtidas em grande grupo. Ambas as situações são ignoradas pelo professor.

Apesar do anteriormente descrito, os alunos foram evoluindo, mostrando-se cada vez mais espontâneos e participativos nas discussões em grande grupo. Na realização das tarefas em pequeno grupo, a sua participação também foi melhorando. À medida que o estudo avançava as discussões eram cada vez mais profícuas, havendo verdadeiramente uma partilha de ideias, o que acabava por os ajudar na aprendizagem dos conteúdos ou, mais especificamente, no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Inv – Em que é que o trabalho de grupo facilitou ou ajudou a resolver a tarefa?

Rui – Na sala há sempre alguém que sabe.

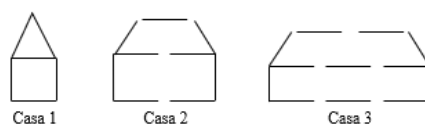
Inv – Sendo assim, na vossa opinião, a vantagem de trabalhar em grupo é aprenderem uns com os outros?

Rui – Sim. (EA3)

### 7.3.4 Tarefas de Álgebra

As tarefas foram elaboradas de forma cuidada, tentando ir ao encontro dos interesses, motivações e capacidades da generalidade dos alunos, ademais eram algebrizadas. O que é comprovado pelo relato seguinte, resultante da observação de aulas.

Cada uma das casas seguintes é construída por vários pauzinhos. Devem considerar que os pauzinhos têm todos a mesma medida de comprimento.



- Quantos pauzinhos são necessários para construir a sétima casa?
- Descobre uma expressão geral que te permite saber quantos pauzinhos são necessários para construir a  $n$ ésima casa? Explica o teu raciocínio.
- A Carla, o António, a Patrícia e o Duarte indicaram, respetivamente, as seguintes expressões gerais como representantes do número de pauzinhos necessários à construção da  $n$ ésima casa:

$$2+(p-1) + (1+2p+1); \quad 2+(3p-1) + 2; \quad 4+3(p-1) + 2; \quad 3(p+1).$$

Explica por palavras tuas, recorrendo a esquemas, a números, a tabelas, etc., como é que cada um visualizou a estrutura da casa para chegar à expressão referida.

Figura 39. Enunciado da tarefa “A Casa” (observação de aula)

Esta tarefa foi considerada muito interessante pela generalidade dos alunos. Segundo eles “foi muito gira e diferente”. (DB)

Apesar de terem gostado do desafio, mostraram muitas dificuldades na resolução da alínea c. Os esquemas, na generalidade dos grupos, estão pouco



claros, a apresentação é pouco cuidada e a comunicação escrita praticamente inexistente. (Observação de aulas)

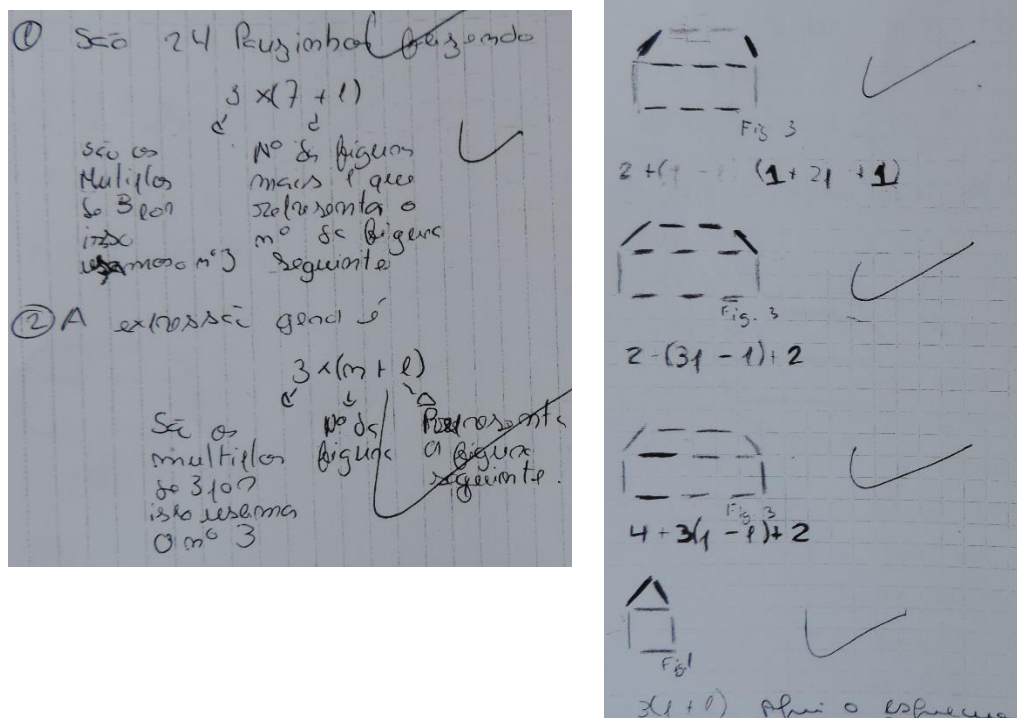


Figura 40. Resolução dos alunos (observação de aula)

Os acetatos realizados espelham ainda mais as dificuldades dos alunos na comunicação das suas ideias. A organização dos acetatos é muito deficitária. Durante a apresentação oral, os alunos também tiveram dificuldades em comunicar as suas ideias, havendo inclusive grupos que rejeitaram a ideia de explicar os resultados obtidos perante a turma. (DB)

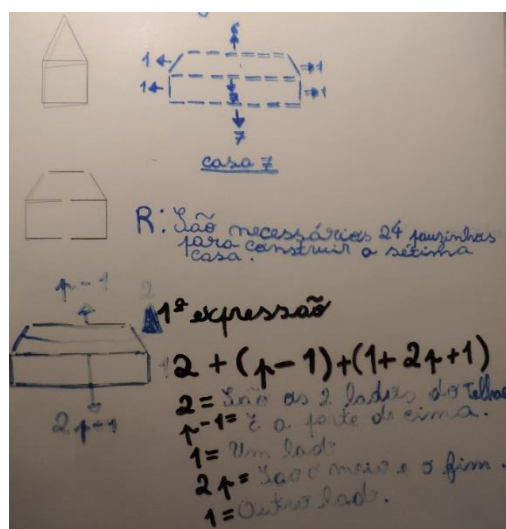
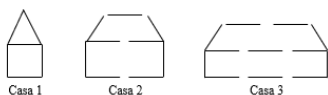


Figura 41. Apresentação, em acetato, dos resultados obtidos por um dos grupos (observação de aula)

Ainda assim, é possível afirmar que, maioritariamente, as tarefas constituíam, simultaneamente, oportunidades para o ensino, a avaliação e a participação dos alunos em sala de aula. Todavia, é relevante voltar a salientar que o *feedback* distribuído pelo professor era pouco sistematizado, mas desejado pelos alunos, que afirmaram pretender que “as suas dúvidas e o que não sabiam, servisse para [o professor os ajudar] a aprender”. (EA3) Consequentemente, os alunos procuravam ir ao encontro das indicações do professor sempre que este distribuía *feedback* pelos mesmos. Não obstante, a avaliação raramente contribuía para a regulação das atividades que devem decorrer em sala de aula. O episódio seguinte, ocorrido durante a discussão final da tarefa “A Casa”, ilustra uma dessas situações.

Cada uma das casas seguintes é construída por vários pauzinhos. Devem considerar que os pauzinhos têm todos a mesma medida de comprimento.



- a) Quantos pauzinhos são necessários para construir a sétima casa?  
 b) Descubra uma expressão geral que te permite saber quantos pauzinhos são necessários para construir a  $n$ ésima casa? Explica o teu raciocínio.  
 c) A Carla, o António, a Patrícia e o Duarte indicaram, respetivamente, as seguintes expressões gerais como representantes do número de pauzinhos necessários à construção da  $n$ ésima casa:

$$2+(p-1) + (1+2p+1); \quad 2+(3p-1) + 2; \quad 4+3(p-1) + 2; \quad 3(p+1).$$

Explica por palavras tuas, recorrendo a esquemas, a números, a tabelas, etc., como é que cada um visualizou a estrutura da casa para chegar à expressão referida.

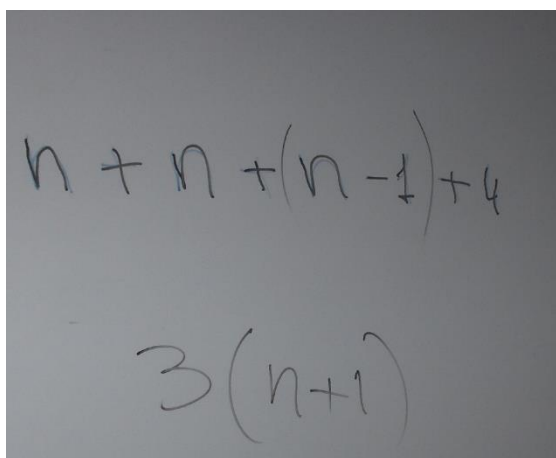


Figura 42. Resolução, no quadro, da alínea b e respetivo enunciado da tarefa “A Casa” (observação de aula)

Durante a discussão em grande grupo da alínea b, da tarefa “A casa”, há um aluno que perante as expressões expostas no quadro questionou o professor sobre a igualdade das expressões:

$$n + n + (n - 1) + 4 = 3 \times (n + 1)$$

Segundo o aluno “as expressões não são bem iguais porque não têm lá o quatro”.

Perante a afirmação do aluno o professor não aproveitou a questão para explorar o significado de cada uma das expressões algébricas, nem para discutir com os alunos sobre os diferentes significados do sinal de igual, limitando-se a colocar a ênfase da discussão apenas no formalismo da simplificação das expressões. (observação de aula)

Quando confrontado com a questão, o professor referiu que, muito provavelmente, optou por não discutir o assunto com o aluno simultaneamente por, no momento, não se ter apercebido da profundidade da questão e pela falta de tempo para voltar à situação

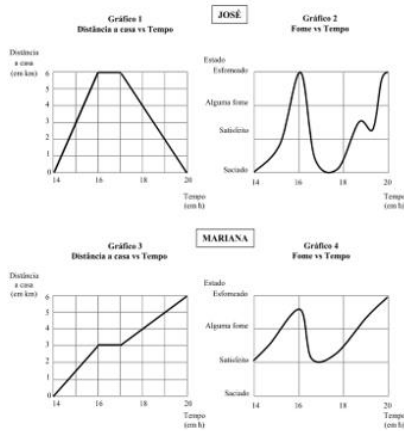
descrita na aula seguinte. Todavia, assume que esta era uma discussão relevante para o cumprimento do objetivo da tarefa e, conseqüentemente, para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

Eu não terei ouvido bem, ou não dei a importância que devia, porque... não sei. Não há nenhuma razão para ter... para não ter devolvido, ou para não ter respondido e tal. Também não me lembro de tu me teres dito, mas aí eu acredito que a justificação seja mais consistente. É por uma questão de tempo. Porque voltar à mesma tarefa na aula seguinte... (...) Aliás, do que me lembro dessa questão, havia várias expressões que concorriam para diferentes formas de representar a mesma situação e, portanto, isso é importante. E era isso que estava a tentar fazer. E as tarefas tinham esse motivo, esse objetivo. E eu validei-as, achei que sim, achei que era importante, e acho que é importante, por um lado ter expressões diferentes, que vêm de raciocínios diferentes, por outro lado garantir a harmonia, a igualdade, a mesma validade de todas elas. (...) E, portanto, acho que sim, acho que era importante que se percebesse que, apesar de virem de diferentes montagens, digamos assim, dos tracinhos, que eram objetivamente diferentes e podiam representar diversas coisas, mas depois havia harmonia entre elas. E a questão do sinal de igual, penso que é isso que estás a querer dizer, que significa essa harmonia e essa consistência entre elas. (EP1)

As tarefas de Álgebra (Anexo 1) criaram a oportunidade de os alunos explorarem padrões e relações numéricas, generalizando-as, estudarem funções, relações e variação conjunta de duas variáveis, além de trabalharem com modelação matemática. Estes tiveram ainda a possibilidade de explicitarem e discutirem as suas ideias, refletindo sobre as mesmas.



Observa os quatro gráficos que se seguem e, com base na informação que eles contêm, escreve uma história sobre os passeios a pé realizados por José e Mariana.



**José**  
O José saiu de casa às 14 h depois de acordar, e foi fazer uma corrida de 12 km, com uma paragem de 2 h às 16 h. Foi muito cansado porque gastou muita energia, por isso, ele decidiu fazer a paragem de uma hora para tomar uma sonda e descansar. Foi sem fome (satisfeito) a correr das 17 às 19 h e como já tinha alguma fome decidiu comer 2 bolachas. Ficou mais satisfeito e continuou a sua corrida até às 20 h que foi quando chegou a casa, já estava exaustado...

**Mariana**  
A Mariana tem um percurso de bicicleta 6 km, de sua casa para a casa da sua avó. Por cerca de 3 km ela fez uma pequena paragem de 2 h na Tasca "Fresca" porque amantava o José e comia uma bela sandes. Passado uma hora, às 17 h, parou mais 3 km e ficou com muito fome, por isso a sua avó preparou-lhe uma lasanha. Assim, às 20 h, quando ela chegou a casa da avó, já estava muito feliz e comia um prato de minestrone.

- 1 Coloca duas caixas de pastilhas no prato esquerdo e 80g no prato direito da balança, de modo a que esta fique em equilíbrio.
    - 1.1 Quanto pesa cada caixa de pastilhas?
    - 1.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.
  - 2 Coloca 6 esferográficas e um peso de 12g no prato esquerdo da balança e um peso de 57g no prato direito.
    - 2.1 Quanto pesa cada esferográfica?
    - 2.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.
  - 3 Representa uma balança em equilíbrio que tem um saco de pinhões e um peso de 50g no prato esquerdo e um peso de 130g no prato direito. Como podes determinar o peso de um saco de pinhões?
- Explica como resolves a situação anterior através de linguagem matemática (usando números, sinais, sinais operacionais, letras, entre outros).

4.1- As caixas de pastilhas são de uma massa de 40 g porque a balança está equilibrada com os pesos marcados do prato de 80 g. Com os dados, não 2 caixas,  $80/2 = 40$  g.

7.2  $m = x + x$   $m = \text{pesos com valor de 80g}$   
 $x = \text{pastilha de pastilhas}$

2.1- 7,5 g (substituímos 12 grammas de cada prato, dividimos os 45 por 6 e dá 7,5 g.

2.2-  $m \times 6 + 12 = 57$   $m = \text{caneta}$

3

130g 50g  
 $130 - 50 = 80$

4.1

120g 30g  
 $120/4 = 30$

4.2

120g 240g  
 $120 + 90 = 210$   $40 \times 3 = 120$   $40 \times 6 = 240$

5

$490$   $40 + 40 = 80$

$30 \times 3 = 90$   $90 + 40 = 130$

Figura 43. Enunciados das tarefas 13 e 14, respetivamente “Passeio a pé” e “Balanças” e respetivas resoluções dos alunos (observação de aula)

Quando, no final do estudo, o professor foi confrontado com uma possível evolução dos alunos ele afirmou ter sentido essa mesma evolução a qual, ainda que sem certezas, atribuiu não só à escolha das tarefas, mas ao modo como as mesmas se desenvolveram em sala de aula.

Portanto, eu acho que se calhar ele até evoluiu na sofisticação dos raciocínios, e até pode ter evoluído na sofisticação das linguagens (...) Ah! Se foi melhor para ele, não tenho dúvidas nenhuma que sim. (EP2)

Ela teve uma grande evolução, claramente. Não sei se teria noutro cenário. Sou tentado a dizer que não seria tão grande, mas acho que essa evolução haveria sempre. Porque há ali uma miúda muito disponível para evoluir (...). Portanto, acho que [este] tipo de trabalho só aumentou o grau de evolução. Não foi uma evolução diferente. Foi uma evolução mais intensa. (EP2)

Os alunos também assumiram a importância da resolução das tarefas em grupo no melhoramento da sua participação em contexto de sala de aula o que, segundo eles, contribuiu para o desenvolvimento das suas aprendizagens que, neste caso em concreto, deve ser entendido como a melhoria do desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

Inv – Em que é que o trabalho de grupo vos facilitou, ou vos ajudou a resolver as tarefas?

Rui – Eu começo, eles acabam.

Inv – Um exemplo que para vocês seja significativo de que o trabalho de grupo vos tem ajudado.

Ana – Porque sabemos os cálculos dos outros. Dos grupos.

Rui – Cada um de nós tem um cálculo diferente e depois podemos juntá-los, para dar um cálculo melhor.

Inv – E é só cálculos... querem dizer cálculo, ou querem dizer uma maneira de pensar diferente?

Todos – Uma maneira de pensar.

Inv – Cada um de vocês tem uma maneira de pensar diferente, e depois podem juntar os raciocínios, certo?

Ana – hum, hum. É uma forma de trabalhar, e depois também podemos aprender.

Inv – Aprendem uns com os outros, ou seja, com aquilo que os outros sabem. Está bem. E por outro lado, existe aquela vantagem que está ali a Ana a dizer, que era o quê?

Ana – O Rui... o Rui é mais rápido que a gente.

Inv – O Rui é mais rápido e, portanto, vocês aproveitam o quê?

Ana – A capacidade dele.

Inv – E depois aprendendo com o que ele faz, é isso?

Ana – Sim.

Inv – Então esta é a grande vantagem que têm em trabalhar em grupo este tipo de tarefas, certo?

Ana – Sim.

Inv – Então e achavam, por exemplo, também seria mais vantajoso estarem a fazer a mesma coisa para resolverem exercícios do manual?

Rui – Não.

Ana – Não era preciso juntarmo-nos em grupos para fazer os exercícios do manual.

Inv - Porquê?

Ana – Porque os exercícios do manual, como são mais simples, a gente consegue fazê-los sozinhos. (EA2)

Apesar da evolução dos alunos ser notória, na sua maioria estes ainda apresentam dificuldades na compreensão dos enunciados, na organização dos seus próprios raciocínios, além do desenvolvimento de relações, como é perceptível no episódio de sala de aula a seguir descrito.

Durante a resolução da tarefa “Uma outra visão de padrão” os alunos mostraram muitas dificuldades na resolução da alínea 2.4.

2 Observa a sequência seguinte:



- 2.1 Desenha a 6ª figura da sequência. Quantas figuras geométricas tem?
- 2.2 Qual é a quantidade total de figuras geométricas da 121ª figura da sequência?  
Explica como chegaste à resposta.
- 2.3 Determina o termo geral da sequência.
- 2.4 Utiliza uma equação para calcular o termo da sequência que tem 1739 figuras geométricas.
- 2.5 Existe alguma figura que tenha 2043 figuras geométricas? Justifica a resposta.

Figura 44. Enunciado da questão 2 da Tarefa 15 “Uma outra visão de padrão” (Observação de aula)

Professor: Como é que vão fazer a alínea 2.4? Já têm alguma equação?

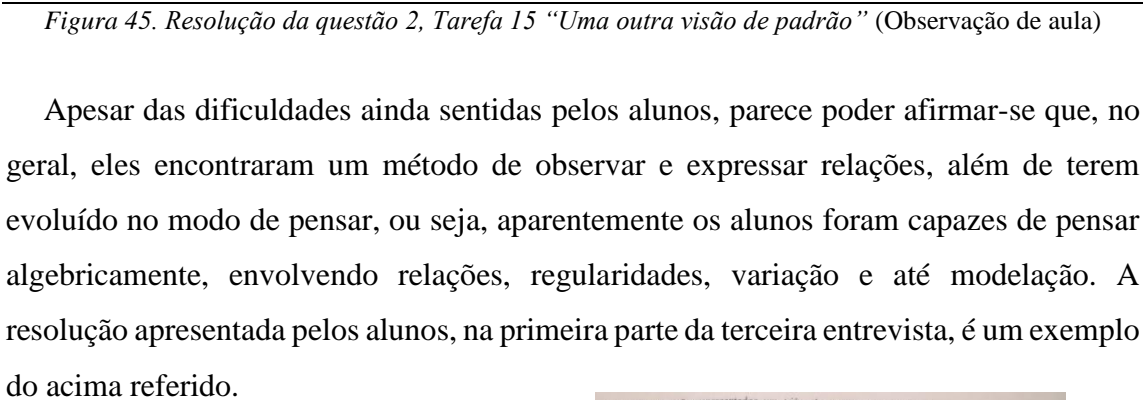
Ana: O termo geral.

Professor: O termo geral já é parecido com uma equação. Então o que é que lhe falta para ser uma equação?

Grupo: Silêncio.

No entanto, após um período em silêncio a Ana conseguiu equacionar o problema, resolver a equação e encontrar o resultado pretendido. (Observação de aula)





1. Passaros

Observa a seguinte sequência




Fig. 1      Fig. 2      Fig. 3

a) Desenha a 6.<sup>a</sup> figura. Quantos pássaros tem?

$111111111111111111$   
A 6.<sup>a</sup> figura tem 18 pássaros.

b) Qual é a quantidade total de pássaros da figura 2017? Explica como chegaste à resposta.

2017 é número da figura  
2017 é número da figura + 1  
2017  $1701 \times 3 = 403$

c) Determina o termo geral da sequência.

$2n + 1$

d) Utiliza uma equação para calcular o número de ordem da figura que tem 125 pássaros.

$2n + 1 = 125$   
 $n = 125 - 1$   
 $n = 124$   
 $\frac{124}{2} = 62$   
 $n = 62$   
 $63 (62)$

e) Existe alguma figura que tenha 504 pássaros? Justifica a resposta.

Não porque o número total de pássaros é sempre ímpar.

A medida do lado do triângulo maior 3cm e o perímetro do hexágono é 4 vezes maior que o perímetro do triângulo. Quanto medem os lados do hexágono e do triângulo?

Traduz a situação por meio de uma equação e resolve-a.

$4x = 3$   
 $4x = 3$   
 $x = \frac{3}{4}$   
 $x = 0,75$   
 $x = 0,75 \times 3 = 2,25$   
 $x = 0,75 \times 4 = 3$   
 $x = 0,75 \times 5 = 3,75$   
 $x = 0,75 \times 6 = 4,5$   
 $x = 0,75 \times 7 = 5,25$   
 $x = 0,75 \times 8 = 6$   
 $x = 0,75 \times 9 = 6,75$   
 $x = 0,75 \times 10 = 7,5$   
 $x = 0,75 \times 11 = 8,25$   
 $x = 0,75 \times 12 = 9$   
 $x = 0,75 \times 13 = 9,75$   
 $x = 0,75 \times 14 = 10,5$   
 $x = 0,75 \times 15 = 11,25$   
 $x = 0,75 \times 16 = 12$   
 $x = 0,75 \times 17 = 12,75$   
 $x = 0,75 \times 18 = 13,5$   
 $x = 0,75 \times 19 = 14,25$   
 $x = 0,75 \times 20 = 15$   
 $x = 0,75 \times 21 = 15,75$   
 $x = 0,75 \times 22 = 16,5$   
 $x = 0,75 \times 23 = 17,25$   
 $x = 0,75 \times 24 = 18$   
 $x = 0,75 \times 25 = 18,75$   
 $x = 0,75 \times 26 = 19,5$   
 $x = 0,75 \times 27 = 20,25$   
 $x = 0,75 \times 28 = 21$   
 $x = 0,75 \times 29 = 21,75$   
 $x = 0,75 \times 30 = 22,5$   
 $x = 0,75 \times 31 = 23,25$   
 $x = 0,75 \times 32 = 24$   
 $x = 0,75 \times 33 = 24,75$   
 $x = 0,75 \times 34 = 25,5$   
 $x = 0,75 \times 35 = 26,25$   
 $x = 0,75 \times 36 = 27$   
 $x = 0,75 \times 37 = 27,75$   
 $x = 0,75 \times 38 = 28,5$   
 $x = 0,75 \times 39 = 29,25$   
 $x = 0,75 \times 40 = 30$   
 $x = 0,75 \times 41 = 30,75$   
 $x = 0,75 \times 42 = 31,5$   
 $x = 0,75 \times 43 = 32,25$   
 $x = 0,75 \times 44 = 33$   
 $x = 0,75 \times 45 = 33,75$   
 $x = 0,75 \times 46 = 34,5$   
 $x = 0,75 \times 47 = 35,25$   
 $x = 0,75 \times 48 = 36$   
 $x = 0,75 \times 49 = 36,75$   
 $x = 0,75 \times 50 = 37,5$   
 $x = 0,75 \times 51 = 38,25$   
 $x = 0,75 \times 52 = 39$   
 $x = 0,75 \times 53 = 39,75$   
 $x = 0,75 \times 54 = 40,5$   
 $x = 0,75 \times 55 = 41,25$   
 $x = 0,75 \times 56 = 42$   
 $x = 0,75 \times 57 = 42,75$   
 $x = 0,75 \times 58 = 43,5$   
 $x = 0,75 \times 59 = 44,25$   
 $x = 0,75 \times 60 = 45$   
 $x = 0,75 \times 61 = 45,75$   
 $x = 0,75 \times 62 = 46,5$   
 $x = 0,75 \times 63 = 47,25$   
 $x = 0,75 \times 64 = 48$   
 $x = 0,75 \times 65 = 48,75$   
 $x = 0,75 \times 66 = 49,5$   
 $x = 0,75 \times 67 = 50,25$   
 $x = 0,75 \times 68 = 51$   
 $x = 0,75 \times 69 = 51,75$   
 $x = 0,75 \times 70 = 52,5$   
 $x = 0,75 \times 71 = 53,25$   
 $x = 0,75 \times 72 = 54$   
 $x = 0,75 \times 73 = 54,75$   
 $x = 0,75 \times 74 = 55,5$   
 $x = 0,75 \times 75 = 56,25$   
 $x = 0,75 \times 76 = 57$   
 $x = 0,75 \times 77 = 57,75$   
 $x = 0,75 \times 78 = 58,5$   
 $x = 0,75 \times 79 = 59,25$   
 $x = 0,75 \times 80 = 60$   
 $x = 0,75 \times 81 = 60,75$   
 $x = 0,75 \times 82 = 61,5$   
 $x = 0,75 \times 83 = 62,25$   
 $x = 0,75 \times 84 = 63$   
 $x = 0,75 \times 85 = 63,75$   
 $x = 0,75 \times 86 = 64,5$   
 $x = 0,75 \times 87 = 65,25$   
 $x = 0,75 \times 88 = 66$   
 $x = 0,75 \times 89 = 66,75$   
 $x = 0,75 \times 90 = 67,5$   
 $x = 0,75 \times 91 = 68,25$   
 $x = 0,75 \times 92 = 69$   
 $x = 0,75 \times 93 = 69,75$   
 $x = 0,75 \times 94 = 70,5$   
 $x = 0,75 \times 95 = 71,25$   
 $x = 0,75 \times 96 = 72$   
 $x = 0,75 \times 97 = 72,75$   
 $x = 0,75 \times 98 = 73,5$   
 $x = 0,75 \times 99 = 74,25$   
 $x = 0,75 \times 100 = 75$   
 $x = 0,75 \times 101 = 75,75$   
 $x = 0,75 \times 102 = 76,5$   
 $x = 0,75 \times 103 = 77,25$   
 $x = 0,75 \times 104 = 78$   
 $x = 0,75 \times 105 = 78,75$   
 $x = 0,75 \times 106 = 79,5$   
 $x = 0,75 \times 107 = 80,25$   
 $x = 0,75 \times 108 = 81$   
 $x = 0,75 \times 109 = 81,75$   
 $x = 0,75 \times 110 = 82,5$   
 $x = 0,75 \times 111 = 83,25$   
 $x = 0,75 \times 112 = 84$   
 $x = 0,75 \times 113 = 84,75$   
 $x = 0,75 \times 114 = 85,5$   
 $x = 0,75 \times 115 = 86,25$   
 $x = 0,75 \times 116 = 87$   
 $x = 0,75 \times 117 = 87,75$   
 $x = 0,75 \times 118 = 88,5$   
 $x = 0,75 \times 119 = 89,25$   
 $x = 0,75 \times 120 = 90$   
 $x = 0,75 \times 121 = 90,75$   
 $x = 0,75 \times 122 = 91,5$   
 $x = 0,75 \times 123 = 92,25$   
 $x = 0,75 \times 124 = 93$   
 $x = 0,75 \times 125 = 93,75$   
 $x = 0,75 \times 126 = 94,5$   
 $x = 0,75 \times 127 = 95,25$   
 $x = 0,75 \times 128 = 96$   
 $x = 0,75 \times 129 = 96,75$   
 $x = 0,75 \times 130 = 97,5$   
 $x = 0,75 \times 131 = 98,25$   
 $x = 0,75 \times 132 = 99$   
 $x = 0,75 \times 133 = 99,75$   
 $x = 0,75 \times 134 = 100,5$   
 $x = 0,75 \times 135 = 101,25$   
 $x = 0,75 \times 136 = 102$   
 $x = 0,75 \times 137 = 102,75$   
 $x = 0,75 \times 138 = 103,5$   
 $x = 0,75 \times 139 = 104,25$   
 $x = 0,75 \times 140 = 105$   
 $x = 0,75 \times 141 = 105,75$   
 $x = 0,75 \times 142 = 106,5$   
 $x = 0,75 \times 143 = 107,25$   
 $x = 0,75 \times 144 = 108$   
 $x = 0,75 \times 145 = 108,75$   
 $x = 0,75 \times$

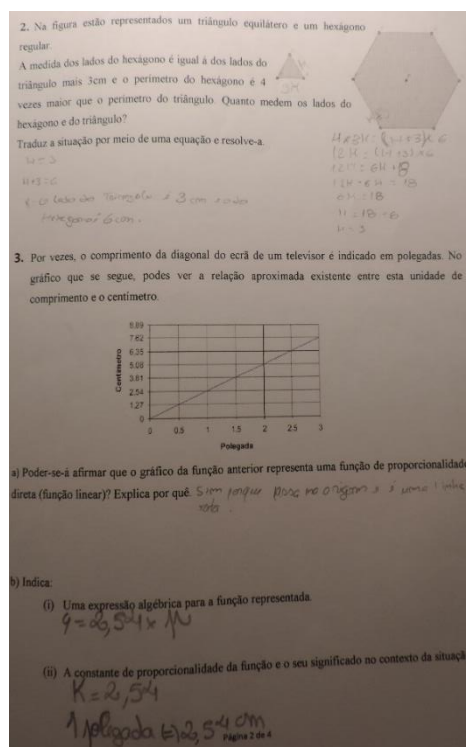


Figura 46. 1.<sup>a</sup> parte da 3.<sup>a</sup> Entrevista realizada aos alunos – Resolução do grupo

## Capítulo 8 - Conclusões

Numa investigação qualitativa, fortemente exploratória como a do presente estudo, as conclusões são fundamentalmente um resumo daquilo que se disse, onde se sugerem implicações para outras investigações e/ou para a prática profissional, ou seja, é uma arrumação final, “como a sobremesa ou o café, após a refeição” (p. 244) (Bogdan & Biklen, 1994). As conclusões limitam-se a contribuir para o aumento do conhecimento sobre o fenómeno em estudo, quer pela confirmação das ideias já conhecidas, quer pelas novidades que possivelmente surjam, mesmo que de forma pontual, ou talvez ainda mais relevante pelas questões que suscitem (Canavarro, 2003).

No presente capítulo procura-se elaborar uma síntese final que advém da descrição, análise e interpretação dos dados recolhidos, sobretudo dos que se obtiveram na sala de aula de matemática do 7.º ano de escolaridade do ensino básico, sobre o professor e os alunos em questão, capaz de responder às questões orientadoras do estudo que se voltam a lembrar:

(a) como é que se poderão caracterizar as práticas de ensino e de avaliação, no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)?

(b) como é que se poderá caracterizar a participação dos alunos, nos processos pedagógicos e didáticos e nas atividades das aulas no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)?

(c) qual a relação entre as práticas de ensino e de avaliação do professor e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, no âmbito do estudo da Álgebra (sequências e regularidades, equações e funções)?

Ainda que seja óbvio, é importante reforçar a ideia de que o presente estudo não tem qualquer intenção de fazer generalizações. Na realidade, estamos totalmente conscientes da possibilidade de a partir desta base empírica se poder retirar outras ilações, atribuir outros significados e até alcançar sentidos diversos dos que aqui são apresentados (Fernandes et al., 2011).

Tal como já foi referido, com a presente investigação pretende-se defender a seguinte tese: A articulação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, contribui para a melhoria do desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos.

## 8.1 Práticas de ensino e de avaliação

Segundo Ponte e Sousa (2010) o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007) foi elaborado para ser efetivamente usado pelos professores na sua prática letiva. Nesta lógica, o professor Francisco mostrou ser um verdadeiro conhecedor do programa, ficando perceptível o facto de este ter interiorizado os eixos fundamentais do mesmo, o que influenciou de forma clara o modo como ele organizou e desenvolveu o ensino da Álgebra durante o presente estudo. O domínio do programa revelou-se importante em aspetos tais como: a identificação dos conteúdos mais relevantes; a seleção e elaboração de tarefas; a organização do trabalho em sala de aula; bem como na gestão da participação dos alunos nas atividades escolares.

Como já foi referido anteriormente, para o desenvolvimento do pensamento algébrico é necessário que o professor altere a sua prática letiva, passando de um ensino direto para um ensino exploratório, tal como era preconizado no PMEB. Todavia, foi notória a dificuldade do professor em implementar de forma integral este tipo de ensino, ou seja, de acordo com o assumido pelo próprio, foi difícil modificar as suas práticas de ensino e de avaliação. Ainda que o PMEB fosse considerado um possível fator de mudança das práticas de ensino dos professores, apostando num ensino exploratório (Ponte & Serrazina, 2009; Ponte & Sousa, 2010), o professor Francisco, de acordo com a maioria dos professores, considera que este tipo de ensino é uma atividade complexa e, consequentemente, difícil de implementar (Stein *et al.*, 2008; Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013). Neste contexto, ele acabou muitas vezes por centrar o ensino em si, caindo novamente num ensino mais direto, principalmente nas discussões em grande grupo, maioritariamente centradas no professor, podendo-se, assim, afirmar que optou por um modelo misto, com mais incidência no direto nas discussões em grande grupo. Tal facto não está certamente desligado da conceção que o professor Francisco tem sobre o ensino da Matemática, assim como da relevância da planificação do mesmo. Na realidade, ao assumir-se como um transmissor de conhecimento mostra fazer parte do conjunto de professores cujas conceções sobre a natureza, o significado e os objetivos de ensino e aprendizagem da Matemática ainda estão, em parte, enraizadas num ensino “tradicionalista” (Ponte, Matos & Abrantes, 1998), onde os professores têm dificuldade em reconhecer os alunos como pensadores e aprendizes e consequentemente em promover a sua autonomia.

No que diz respeito às planificações, é consabido que estas assumem um papel estruturante na implementação do ensino exploratório. Todavia, apesar do professor ter a



conceção de que a sua ação tinha estado orientada para a planificação e a organização do ensino, na realidade, ele faz parte do grupo de professores que planifica essencialmente por exigência administrativa (McCutcheon (1980), citado em Clark & Peterson, 1986), uma vez que se limitou a elaborar as planificações obrigatórias, anual e intermédia, desvalorizando a planificação diária, como a grande maioria dos professores (Clark & Peterson, 1986), daí ter o hábito de as fazer apenas de modo informal. Para o professor Francisco as planificações serviam fundamentalmente para a gestão do tempo garantindo, desta forma, o cumprimento de conteúdos e objetivos das unidades curriculares, no tempo previsto.

Em relação às tarefas matemáticas, o professor colaborou na seleção, elaboração e análise das mesmas, criando um conjunto de tarefas sequenciais, com potencial para propiciar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, uma vez que estas assumiram um papel central no desenvolvimento dos conhecimentos e das capacidades algébricas destes. No entanto, optou por não antecipar as possíveis resoluções dos alunos, não prevendo os erros que estes pudessem vir a cometer, assim como também não delineou diferentes percursos que viessem a surgir e que, em articulação com os raciocínios algébricos, permitissem atingir o propósito da aula, apesar de ter tido o cuidado de elaborar extensões das tarefas matemáticas, para os grupos mais rápidos resolverem em sala de aula. Ainda assim, e apesar das dificuldades assumidas pelo professor Francisco, é possível afirmar que ele assumiu as tarefas como um recurso de excelência, sendo através delas que se aprendia, se ensinava, e em parte, se avaliava, ainda que de forma pouco conseguida, como ficou perceptível na análise de dados.

As conceções do professor Francisco sobre a Matemática escolar influenciaram ainda a natureza das atividades que este proporcionou aos alunos. Ao alterar, por exemplo, uma das questões da Tarefa 12 – *Várias representações*, transformando uma função quadrática numa função afim com o principal objetivo de não aumentar o grau de dificuldade da mesma, condicionou as oportunidades que os alunos tinham para aprender (Clark & Peterson, 1986; Canavarro, 1993). No contexto do presente estudo, a opção de não trabalhar com as funções não-lineares diminuiu, certamente, o nível de competência dos saberes matemáticos explorados, em particular no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

O professor Francisco mostrou-se sempre preocupado com a gestão do programa, fundamentalmente no que diz respeito à falta de tempo para o desenvolver, o que acabou por influenciar a estrutura de aula por ele implementada. Tal facto, vai ao encontro das

dificuldades assumidas por outros professores, que também referiram a falta de tempo como a principal dificuldade na implementação do PMEB (Almiro & Nunes, 2009).

Tal como foi referido na proposta pedagógica, as aulas foram planeadas, de acordo com o referido no relatório de avaliação do PMEB (Fernandes *et al.*, 2011) onde vem referenciado que as aulas dos professores experimentadores, desse mesmo programa, apresentavam uma estrutura faseada: introdução da tarefa, trabalho de grupo com os alunos, discussão em grande grupo e por fim, discussão e síntese final. No entanto, as aulas do professor Francisco não apresentavam a referida estrutura, nomeadamente no que diz respeito à primeira fase da mesma, uma vez que este não tinha o hábito de introduzir a tarefa. Ele limitava-se a distribuir as tarefas pelos alunos para que fossem lidas e interpretadas pelos mesmos, questionando-os posteriormente sobre as dúvidas de interpretação, esclarecendo-as em seguida. Sobre esta fase é importante referir a sua relevância para o desenvolvimento da tarefa com sucesso, na verdade esta pode ser decisiva para a implementação da mesma, uma vez que é neste ponto que o professor devia, não só, garantir que os alunos compreendiam o objetivo da tarefa que lhes é apresentada, como também que estes se sintam desafiados para o trabalho, a par de um ambiente adequado à sua realização (Anghileri, 2006; Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013). O professor ao não ter introduzido, verdadeiramente, as tarefas contribuiu para que o ambiente de sala de aula durante a resolução das mesmas, principalmente no início dos trabalhos, fosse muitas vezes perturbador, havendo sempre um conjunto alargado de alunos desinteressados, pouco atentos e participativos. Este comportamento está ainda relacionado com o facto deste também não ter o hábito de organizar as formas de trabalho, limitando-se a informar os alunos que o trabalho se realizaria em pequenos grupos, mas sem nunca discutir com os alunos sobre a formação dos grupos, ou mesmo sobre a forma como funciona o trabalho autónomo. Apesar de ser uma tarefa exigente, a formação dos grupos de trabalho é fundamental para o sucesso deste tipo de ensino (Barbosa, 2007).

Ainda assim, a segunda fase, o trabalho em grupo, foi a fase mais bem conseguida das aulas do professor Francisco ao ponto de ser, não só, a única fase da aula reconhecida como tal pelos alunos, como também a única fase que eles associam à aprendizagem de novos conceitos. Era nesta fase que os alunos exploravam os novos conceitos, uma vez que os conteúdos a lecionar foram trabalhados durante as explorações realizadas por estes, sem ter por base a, tradicional, exposição efetuada pelo professor no início da aula e formalizados posteriormente. Nesta fase o professor Francisco tinha o hábito de colocar questões orientadoras, sugerir representações, destacar boas contribuições dos alunos,

além de lhes pedir que justificassem os seus raciocínios, ainda que por vezes não acautelasse os comentários que efetuava durante o trabalho autónomo, acabando por indicar a estratégia de resolução do problema, o que por vezes levou à uniformização das resoluções, acabando por diminuir o potencial da discussão matemática. Além disso, ainda nesta fase, o professor teve alguma dificuldade em regular as interações entre os alunos de cada um dos grupos. Quanto aos registos escritos, o professor inicialmente pedia aos alunos que elaborassem uma resolução em grupo para ser entregue, o que poderia ajudar na preparação da discussão em grande grupo, assim como na elaboração da síntese final, todavia, optou por abandonar esta prática, segundo ele, por falta de tempo para lecionar os conteúdos previstos. Consequentemente, as discussões em grande grupo, como já foi acima referido, eram maioritariamente centradas no professor. Neste ponto, é ainda importante referir que o professor usualmente também não dava tempo aos alunos para preparar as apresentações, bem como não tinha por hábito organizar a discussão em grande grupo, em função das resoluções dos alunos. Porém, os alunos valorizavam o trabalho autónomo que realizavam em grupo, de acordo com os próprios esta prática ajudava-os a aprender melhor, ainda que principalmente, no início do estudo, se mostrassem muito dependentes das validações do professor.

A fase da discussão e síntese final também se revelou particularmente difícil para o professor Francisco, mas também aqui o professor não está isolado pois a investigação refere mesmo que a gestão da discussão coletiva é uma fase da aula especialmente exigente para os professores (Almiro & Nunes, 2009; Nunes & Ponte, 2010; Canavarro, 2011; Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013). Durante as discussões em grande grupo, uma parte significativa dos alunos estava desatenta, mostrando-se pouco interessada no decorrer da aula, além de distraírem os colegas e não registarem no caderno os assuntos expostos no quadro. O comportamento dos alunos não está, certamente, dissociado do comportamento do professor. Na passagem do trabalho autónomo para as discussões coletivas, de acordo com o professor Francisco, para não “perder mais tempo”, ele não providenciava a reorganização dos lugares, nem do espaço para a discussão, nem tinha o hábito de focar os alunos no momento da sistematização, assim como, não promovia o interesse dos colegas pelos diferentes trabalhos realizados (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013). Igualmente relevante, para o comportamento dos alunos, é o facto de o professor Francisco não fazer um registo escrito devidamente organizado das ideias resultantes da sistematização, tal como não pedia aos alunos que registassem esses mesmos resultados nos cadernos (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2013).



Apesar do professor Francisco pedir aos alunos que explicassem de forma clara e/ou justificassem os seus raciocínios, os incentivasse ao questionamento, para clarificação de dúvidas e à análise e ao confronto e comparação de resoluções eles, na generalidade, não correspondiam ao seu pedido. Principalmente, nas primeiras aulas observadas os alunos tinham muitas dificuldades em expôr os seus raciocínios, em justificar os resultados obtidos, além de não saberem argumentar com os colegas. No que diz respeito à síntese final, o professor identificava conceitos matemáticos, clarificava a sua definição, identificava procedimentos e, sempre que o tempo lhe permitia, explorava múltiplas representações, e trabalhava algumas das dimensões das capacidades transversais potenciadas pelas tarefas, além de estabelecer conexões com outros temas, como por exemplo a Geometria. Todavia, ainda se centrava muito no formalismo da linguagem algébrica. Ainda no que diz respeito à síntese final, é importante referir que o professor não tinha o hábito de acautelar que os alunos registassem os assuntos sistematizados durante esta parte da aula.

Em suma, sobre o ensino, pode-se afirmar que o mesmo foi desenvolvido em contextos em que os alunos trabalhavam em dinâmicas variadas de sala de aula, tais como, individualmente, em pares, em pequenos grupos e, em grande grupo, com prevalência das duas últimas. Os alunos sentiam-se à vontade para questionar o professor e para interagirem com os colegas. O professor, por sua vez, esforçava-se por garantir que os alunos trabalhassem sobre as tarefas, tentando assegurar a participação e o envolvimento do maior número possível de alunos nas atividades da aula, distribuir *feedback*, formular questões, além de sistematizar e sintetizar conhecimentos.

Segundo o professor Francisco, a opção pelo ensino misto (Ponte, 2005a) esteve associada à falta de tempo para cumprir as orientações curriculares, no entanto e dado que a prática do ensino exploratório deste era esporádica, apenas com objetivo de realizar algumas tarefas especiais, é possível afirmar que a falta de experiência foi decisiva no momento de fazer opções. Efetivamente, o ensino exploratório da Matemática não pode ser visto como algo que se experimenta casualmente, uma vez que este precisa de tempo e de continuidade para que o professor possa melhorar e aperfeiçoar a sua prática, o mesmo tempo e a mesma continuidade que os alunos necessitam para conseguir corresponder e devolver aquilo que ele proporciona, ou seja, é fundamental que os alunos tenham tempo para aprender conteúdos matemáticos, assim como modos de produção do conhecimento matemático no contexto da sala de aula, comunidade da qual são parte integrante (Canavarro, 2011), como é perceptível no presente estudo.

Se por um lado é importante o professor alterar a sua prática letiva, deixando para trás o paradigma da transmissão, que foi o caso, por outro é fundamental que as práticas de avaliação surjam articuladas com as práticas de ensino e com a participação dos alunos, no entanto tal não aconteceu. Na realidade, a par de outros estudos, a avaliação implementada pelo professor Francisco mostrou-se limitada, além de não estar articulada nem com o ensino, nem com a aprendizagem (Fernandes *et al.*, 2011).

Há um discurso sobre avaliação no domínio das aprendizagens que só de forma esporádica teve presente nas práticas do professor Francisco. Ainda que este tenha presente o significado da avaliação formativa, tal como é entendida no presente estudo, a sua perspetiva da avaliação não é consistente com as suas práticas. Na realidade, como mostram outros estudos, o professor apresenta uma perspetiva de avaliação mais inovadora que a implementada na sua própria prática (Ferreira, 2007; Delgadinho, 2011). As razões que, na sua ótica justificam este comportamento, corroboram as apresentadas nos estudos acima referidos e são: a dificuldade em implementar novos instrumentos de avaliação, o número elevado de turmas e de alunos por turma, o fator tempo e as diretrizes da escola. Não obstante, apesar de teoricamente o professor mostrar algum domínio sobre o conceito de avaliação em educação, na prática as conceções deste mostravam o contrário quando defendia uma “avaliação” objetiva e consequentemente centrada nos testes, ou seja, uma avaliação associada à classificação.

A avaliação não esteve deliberada, sistemática e conscientemente presente enquanto o professor ensinava, ou quando os alunos aprendiam de forma mais ou menos autónoma. Tal como no estudo realizado por Fernandes *et al.* (2011) o que aconteceu de forma frequente e sistemática, foi a ação do professor no sentido de ajudar os alunos a aprender, para tal formulava questões, distribuía *feedback*, corrigia os trabalhos de casa, ainda que a correção destes fosse muito centrada em si e prestava particular atenção à correção dos testes. Desta forma, ficou claro que as ações do professor, no que diz respeito à avaliação, não foram deliberadamente articuladas com o ensino e a aprendizagem, na realidade as práticas de avaliação, em sala de aula, foram esporádicas e muito mais pontuais do que seria de esperar. Em suma, a avaliação formativa, ou seja, orientada para ajudar os alunos a aprender, esteve pouco presente na prática do professor. Na realidade, o professor limitou-se a distribuir *feedback* aos alunos, além de utilizar o questionamento e o diálogo, o que apesar de serem elementos inerentes a esta avaliação não se podem confundir com a mesma.

Para o professor Francisco a avaliação está muito associada a um instrumento, invariavelmente ligado a um qualquer registo que, de alguma forma, vai apoiar a atribuição de uma classificação. Ou seja, a única avaliação deliberada, propositada e sistematicamente utilizada em sala de aula foi a que tinha como principal objetivo a atribuição de classificações aos alunos, realizada maioritariamente através de testes sumativos. Esta é uma visão da avaliação limitada e redutora, pois não prevê que se ensine, aprenda e avalie através do trabalho desenvolvido sobre uma dada tarefa (Fernandes, 2011a, 2011b; Fernandes *et al.*, 2011).

Em suma, perante o considerável sucesso que foi o desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir de sequências de tarefas, o professor deveria ter associado, a cada tarefa, um processo deliberado de avaliação que, apoiasse os alunos na regulação e na autorregulação das suas aprendizagens no que diz respeito à Matemática, ou mais especificamente à Álgebra. Ainda assim, é possível afirmar que houve da parte dos alunos uma aprendizagem dos conceitos algébricos com mais significado, uma vez que passaram a ser capazes de pensar algebricamente, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação.

No que diz respeito ao papel dos alunos na avaliação o que se pôde constatar foi a partilha de ideias e de estratégias, durante a realização das tarefas, em pequeno grupo, o que permitiu que regulassem o trabalho dos colegas de forma comparativa com o seu próprio trabalho. Quanto à utilização do *feedback* fornecido pelo professor, os alunos afirmaram a importância do mesmo, no entanto constatarem a necessidade deste ser mais estruturado, planeado e transmitido de forma continuada. Em suma, o papel dos alunos na avaliação limitou-se à prática da coavaliação. A utilização do *feedback* era muito pontual, não tinham o hábito de se autoavaliarem e, consequentemente, não costumavam regular as suas aprendizagens com base nos resultados da sua autoavaliação, ficando-se pela partilha do seu trabalho, das suas dificuldades e dos seus sucessos com os colegas e com o professor. Os alunos tinham muita dificuldade em organizar o seu processo de aprendizagem, neste ponto eram totalmente dependentes do professor e, tal como ele, também associavam a avaliação à classificação, o que vem corroborar o referido por Fernandes (2005), Pinto e Santos (2006) e Delgadinho (2011).

## 8.2 Participação dos alunos

O professor é o responsável pela condução da aula, é ele que tem de promover um ambiente de sala de aula adequado ao desenvolvimento da aprendizagem matemática. A



participação dos alunos depende fortemente do papel do professor e é a este que cabe organizar a interação dos alunos em sala de aula, propondo-lhes tarefas que conduzam a uma aprendizagem significativa e que lhes proporcionem um papel ativo na construção do seu conhecimento (Nunes & Ponte, 2010). De acordo com o que lhe competia, o professor Francisco criou dinâmicas de trabalho na sala de aula capazes de induzirem, de forma mais ou menos incisiva, a participação ativa dos alunos nas atividades das aulas. O ambiente de sala de aula, na grande maioria das vezes, era adequado ao ensino, à avaliação e à participação dos alunos. Havia um bom relacionamento entre alunos e professor. No entanto, o facto da formação dos grupos de trabalho ter ficado ao critério dos alunos, de não terem sido discutidas as regras de funcionamento de um trabalho deste tipo, bem como nem sempre ter havido o cuidado de responsabilizar os alunos pela elaboração de um produto, em conjunto, do trabalho elaborado, influenciou o ritmo de trabalho em sala de aula. O sucesso deste tipo de atividades depende do funcionamento dos grupos de trabalho, daí a importância de uma distribuição cuidada e bem planeada dos alunos por grupo, assim como da explicitação das regras de funcionamento do trabalho colaborativo (Barbosa, 2007; Valente, 2012; Laranjeiro, 2015; Barbosa & Borralho, 2018). Apesar do funcionamento dos grupos ter melhorado ao longo das aulas observadas, os alunos, inicialmente, apresentavam muita dificuldade em trabalhar colaborativamente. Todavia, no global, estes empenhavam-se na realização das tarefas em grupo e, segundo eles, a argumentação utilizada, além da comunicação matemática, bem como o espírito de entre-ajuda, facilitava-os a aprender Matemática, em particular no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico, de forma mais aprofundada. Não obstante, no geral, os alunos revelaram baixos níveis de autonomia, uma vez que, na maioria das situações observadas, se mostravam dependentes e pouco seguros, para dispensar a presença do professor junto dos diferentes grupos em que estavam a trabalhar. Não menos importante, nas primeiras aulas observadas, além da falta de confiança em si próprios, os alunos mostravam ainda uma maior desconfiança nos raciocínios dos colegas. Neste contexto, foi visível um elevado número de alunos que chamavam o professor frequentemente para garantir que “estavam no caminho certo”, a “fazer bem”, ou mesmo que a resolução “estava certa”. Estes resultados são consistentes com o estudo de Fernandes *et al.* (2011).

Na segunda fase da aula, durante a resolução do trabalho de grupo, além do ambiente criado em sala de aula, já acima referido, a natureza das tarefas e os materiais didáticos foram determinantes para que os alunos acabassem por se envolver e participar nas

atividades que o desenvolvimento das tarefas pressupunha. O que vai ao encontro dos estudos realizado por Fernandes *et al.* (2011) e Dias (2012).

Não obstante, nas últimas fases da aula, durante a discussão de resultados e a elaboração das sínteses finais, apesar de assumirem que estas eram importantes porque os ajudavam no esclarecimento de dúvidas e na compreensão mais aprofundada dos conteúdos trabalhados, os alunos, no geral, mostravam-se pouco interessados, desatentos, e com pouca capacidade de comunicar as suas conclusões ao grande grupo, limitando-se muitas vezes, a falar estritamente para o professor. De facto, nestas fases da aula a participação espontânea dos alunos era muito rara e pontual, na verdade estes muito dificilmente participavam sem que, de uma forma mais ou menos direta, o professor os incentivasse nesse sentido e, mesmo assim, havia sempre um conjunto de alunos que recusava participar na discussão. Por outro lado, e ainda que o professor tentasse moderar e regular a participação dos alunos, a distribuição desta pelos mesmos não pareceu ser equalitária, isto é, os alunos mais participativos eram normalmente os que, por si só, já tinham mais iniciativa além de já serem considerados melhores alunos. Esta situação, por vezes, era inibidora da participação dos alunos com menos confiança no seu trabalho e menos à vontade. Na linha do já referido anteriormente, estes resultados também corroboram os obtidos por Fernandes *et al.* (2011).

O comportamento dos alunos no que diz respeito à sua participação em sala de aula, principalmente na última fase da mesma, não é certamente alheio ao papel desempenhado pelo professor. Ainda que este tivesse tido o cuidado de não validar as respostas dos alunos durante a realização do trabalho autónomo de modo a não reduzir o interesse destes em participar na discussão final, houve outras estratégias, tão ou mais importantes, que não foram acauteladas. Apesar de o professor Francisco ter tentado manter o desafio cognitivo e a autonomia, nem sempre o conseguiu. O professor além de não conseguir organizar o quadro de forma explícita também, raramente, fez uso do quadro interativo por forma a agilizar o processo de discussão de resultados, evitando a perda tempo com o tradicional “passar para o quadro” das resoluções em análise. Além disso, também não conseguiu favorecer a discussão coletiva que, usualmente, acabava por ficar centrada em si e também não conseguiu criar curiosidade nos alunos, por forma a que ficassem atentos à explicação dos colegas. Por fim, também não acautelou o registo da síntese de aula, por parte dos alunos, nem garantiu o acesso às mesmas, por exemplo, através das potencialidades de gravação do quadro interativo. As dificuldades tidas pelo professor na dinamização das discussões matemáticas vão ao encontro das dificuldades previstas

nos estudos de Canavarro (2011) e de Oliveira, Menezes e Canavarro (2013), aquando da implementação do ensino exploratório.

Apesar do acima referido, pôde constatar-se, como se pode verificar no Capítulo 7 – *A Sala de aula*, que a resolução das tarefas em pequeno grupo foi um sucesso, apesar das características dos alunos da turma e do facto do ensino exploratório ser uma prática nova para eles, a sua envolvência foi indiscutível. No geral, os alunos, foram perseverantes na exploração e no raciocínio aquando da resolução das tarefas, tomaram para si a responsabilidade de dar sentido às mesmas conseguindo, por vezes, ancorar-se nos seus conhecimentos e ideias anteriores e estabelecer conexões entre eles, foram ainda capazes, principalmente na segunda metade das aulas observadas, de usar ferramentas e representações que apoiassem na resolução do problema e nas suas explicações, assim como de aceitar e esperar que os colegas usassem abordagens diferentes, além de serem capazes de discutir e justificar as suas estratégias uns aos outros. Não obstante, é importante salientar que a discussão de ideias e a justificação das mesmas ocorreram, maioritariamente, no seio dos pequenos grupos. Neste contexto, ainda que de forma muito diminuta, é possível afirmar que de alguma maneira foram capazes de participar nos processos de aprendizagem e avaliação, utilizar o *feedback* fornecido pelo professor para regular as suas aprendizagens e por último, mas não menos importante, foram também capazes de partilhar o seu trabalho, as suas dificuldades e os seus sucessos não só com os colegas, mas também com o professor. Em resumo, é possível afirmar que houve uma melhoria da aprendizagem dos alunos ao nível da sala de aula, no que diz respeito à Matemática e, em particular, no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Durante as aulas observadas os alunos desenvolveram a capacidade de interpretar e representar padrões e regularidades em contextos diversos, generalizando-os, mostraram compreender o sentido da variável, o significado dos símbolos e as expressões algébricas. Constatou-se ainda que desenvolveram alguma capacidade de usar linguagem e procedimentos algébricos, muito especificamente no que diz respeito às equações e funções. Além disso, foi ainda perceptível que, uma parte significativa dos alunos, compreendeu o conceito de função ainda que nem todos tenham tido a capacidade de usar o referido conceito em diferentes situações. As maiores dificuldades foram nas capacidades transversais. Apesar de a maioria dos alunos ter mostrado uma boa evolução no que diz respeito à comunicação matemática, o mesmo não aconteceu ao nível da argumentação, onde a grande maioria mostrou sérias lacunas. Estas limitações não são certamente alheias às dificuldades que o professor teve em dinamizar as discussões em grande grupo. Quanto à resolução de problemas verificou-



se a quase total ausência nas aulas observadas, o que também vai ao encontro do referido no estudo de Fernandes *et al.* (2011).

### 8.3 Relação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos

Depois de tudo o que já foi referido fica claro que a investigação defende uma estreita relação entre as práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos. Na realidade, o relacionamento deve ser de tal forma forte que dificilmente se consegue falar sobre práticas de ensino e de avaliação sem se fazer referência à participação dos alunos em sala de aula. Neste contexto, pretende-se descrever o modo como se relacionaram no presente estudo as práticas letivas em sala de aula.

Ao longo deste estudo clarificou-se que o ensino exploratório, devidamente articulado com a aprendizagem e a avaliação, é o modelo de que mais se adequa ao desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como o que mais promove a participação dos alunos em sala de aula. Não obstante, o professor Francisco, ainda que tenha mudado as suas práticas, optou por um ensino menos “arrojado”, o ensino misto. Todavia, e apesar de algumas opções menos bem conseguidas, mostrou ser capaz de promover a participação dos alunos.

O facto de as tarefas terem assumido um papel de destaque no desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo através delas que se ensinou, aprendeu e, ainda que de forma muito limitada, se avaliou, foi o principal “motor” para o incremento da participação dos alunos nas atividades destas aulas. Esta conclusão encontra eco nos estudos de Fernandes (2011b) e Barbosa, Borralho e Lucena (2017). Não menos importante, foi a opção de desenvolver as tarefas em pequeno grupo o que criou um clima de cooperação entre os alunos mais acentuado, capaz de os ajudar a aprofundar os conteúdos matemáticos trabalhados, mais especificamente os algébricos. Neste enquadramento, não há grande margem para dúvidas que, as tarefas, associadas ao modo como foram implementadas, se tornaram o grande impulsionador da participação ativa dos alunos em aula.

Apesar de podermos afirmar que as medidas anteriormente referidas foram promotoras da participação dos alunos, nem todas as opções tomadas pelo professor tiveram o mesmo resultado. Na realidade, pôde-se constatar que houve um conjunto de estratégias que limitaram essa mesma participação todas elas relacionadas, de uma maneira ou de outra, com as dificuldades que o professor teve na implementação do ensino experimental e que, consequentemente, o “encaminharam” para a implementação do ensino misto. Uma das medidas a não favorecer a discussão efetiva de ideias foi a falta de planificação diária, o

que influenciou o professor no que diz respeito ao planeamento de questões orientadoras, à antecipação dos erros dos alunos, assim como na previsão de diferentes estratégias de resolução que, em articulação com os raciocínios algébricos, pudessem contribuir para atingir o propósito das aulas. Outra foi a facilitação das tarefas, na realidade se não houver um equilíbrio entre o desafio cognitivo das tarefas e a autonomia dos alunos nas estratégias que adotam durante a resolução das mesmas, numa atividade matemática significativa de acordo com os objetivos de aprendizagem e avaliação que se estabeleceu no plano de aula, a discussão será certamente limitada. A dificuldade do professor em dinamizar as discussões em grande grupo também limitou a participação dos alunos. Apesar deste incentivar os alunos a participarem nesta fase, eles raramente o faziam de forma espontânea. Uma das razões foi certamente o facto de, na grande maioria das vezes, o professor centrar a discussão em si, o que está certamente relacionado com a conceção que o professor tem da aprendizagem dos alunos, não lhes reconhecendo autonomia suficiente para gerir a sua aprendizagem. É ainda importante referir a falta de reorganização do posicionamento dos alunos, uma vez que, por exemplo, a existência de alunos de costas para o quadro é fortemente inibidora da comunicação em grande grupo. O hábito de não tentar prender a atenção dos alunos para a discussão das ideias conclusivas também influencia negativamente a participação dos alunos em sala de aula, ou seja, é fundamental que os alunos estejam despertos para a importância do que o outro diz, além de estarem interessados nos diferentes trabalhos realizados pelos colegas.

Por fim, é ainda fundamental referir que o facto de a avaliação estar muito pouco, ou mesmo, quase nada, articulada com o ensino também é inibidor da participação dos alunos em sala de aula.

Em suma, elaborar boas tarefas não chega para promover uma participação continuada dos alunos por forma a desenvolver o pensamento algébrico. Além disso, é preciso ter em atenção a forma como a tarefa lhes é apresentada pelo professor, mas também a forma como esta é explorada, bem como ao modo como é feita a discussão final e a síntese de conteúdos uma vez que dependendo do modo como tal for feito, assim se pode exigir dos alunos apenas uma execução de um procedimento ou apelar ao desenvolvimento do pensamento concetual. Não menos relevante é a necessidade de cada tarefa ter associada um processo deliberado de avaliação, pois só desta forma é que os alunos poderão conseguir regular e autorregular as suas aprendizagens.

#### 8.4 A Tese

Atualmente não faz qualquer sentido considerar os processos de ensino, avaliação e a participação dos alunos como entidades de mundos distintos. Consequentemente, é essencial que haja um estreito relacionamento entre a avaliação, o currículo, as estratégias e as metodologias a desenvolver em sala de aula o que implica que, sempre que possível, haja uma forte relação entre as tarefas de aprendizagem e as de avaliação. Todavia, apesar de o professor ser possuidor de um conhecimento matemático especializado, próprio para o ensino, de ter a capacidade de refletir sobre a própria prática e de ser capaz de construir ambientes de sala de aula que permitiram desenvolver a comunicação e suportaram a participação dos alunos, o professor assumiu muita dificuldade em implementar uma avaliação verdadeiramente formativa e estreitamente relacionada com as suas práticas de ensino. Não obstante, os dados mostraram que houve uma melhoria do pensamento algébrico dos alunos perante a articulação entre as práticas de ensino e a participação dos mesmos.

Esta melhoria, deveu-se às mudanças das práticas letivas do professor. Apesar de o ensino experimental não ter sido implementado na sua plenitude, o facto de as tarefas terem desempenhado um papel central no desenvolvimento do currículo, onde os alunos e o professor tiveram um papel ativo foi decisivo para a melhoria das aprendizagens dos alunos, em particular no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

O trabalho de grupo, desenvolvido pelos alunos em sala de aula, com o apoio do professor, também desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico. Ultrapassando as dificuldades iniciais devidas, essencialmente, ao facto de os alunos não estarem habituados a este tipo de ensino, principalmente no que diz respeito às responsabilidades que lhes passaram a ser exigidas, no geral os alunos sentiram-se entusiasmados com os desafios suscitados pelas tarefas propostas, tendo ganho progressivamente uma maior autonomia no trabalho, passando a fazerem as suas próprias descobertas. De acordo com os próprios, esta nova forma de trabalhar em sala de aula permitiu-lhes aprofundar o conhecimento matemático e, muito em particular, o algébrico.

As aprendizagens mais notórias foram a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações e funções. Constatou-se ainda que, na maioria, dos alunos, houve uma evolução na capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas, apesar de apresentarem dificuldades na interpretação e resolução de problemas de diferentes domínios. Não menos importante, foi também a aquisição da capacidade de generalizar e



manipular símbolos. Ou seja, os alunos mostraram ser capazes de pensar algebricamente em situações diversas, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Quanto às capacidades transversais, houve alguma dificuldade no seu desenvolvimento. Os alunos mostraram ter desenvolvido a comunicação e o raciocínio matemático. No que diz respeito à comunicação matemática é importante referir que estes desenvolveram mais fortemente a comunicação escrita o que, apesar de não ser usual, parece ficar a dever-se à resolução das tarefas em pequeno grupo e, mais especificamente, ao facto de os alunos, durante a maioria das aulas observadas, terem tido que entregar uma resolução escrita da atividade desenvolvida, bem como ao facto da discussão em grande grupo ter sido limitada, e na, maioria das vezes, centrada no professor. Quanto à resolução de problemas, não foi devidamente trabalhada em sala de aula.

Importa, ainda, referir que as principais dificuldades do professor, situaram-se principalmente na dinamização da discussão em grande grupo, na elaboração da síntese final dos conteúdos trabalhados em sala de aula e, de forma ainda mais acentuada, na articulação entre as práticas de ensino e de avaliação. Consequentemente, os alunos mostraram dificuldades em participar ativamente nos processos de avaliação, em utilizar o *feedback* fornecido pelo professor para regular as suas aprendizagens, analisar o seu trabalho e organizar o seu processo de aprendizagem. As causas para esta realidade são muitas e de ordem variada, mas a análise de dados permite afirmar, que estão diretamente relacionadas com as dinâmicas de sala de aula, o trabalho colaborativo, ou a ausência deste, entre os professores de escola, os papéis que o professor e os alunos assumiram no processo pedagógico mas, fundamentalmente com as conceções e práticas do professor e dos alunos.

Ainda assim, e apesar da dificuldade que o professor teve em implementar uma avaliação efetivamente formativa, a evolução mais manifesta das aprendizagens foi nos alunos com menos facilidade na disciplina. O que está de acordo com o referido nos trabalhos de Black e William (1998a, 1998b) e Fernandes (2005, 2010, 2011a).

Em suma, as dificuldades sentidas foram variadas e implicaram diretamente com a participação dos alunos. Todavia é possível afirmar que houve uma melhoria no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

## 8.5 Recomendações

### 8.5.1 Implicações para a prática profissional

O desenvolvimento deste projeto revelou-se um excelente momento de aprendizagem. Se por um lado estudar a sala de aula no seu todo, considerando-a uma unidade de análise, foi um enorme desafio, por outro, a caracterização de práticas de ensino de avaliação, assim como a participação dos alunos de forma articulada e na perspetiva de poder contribuir para a melhoria do desenvolvimento do pensamento algébrico revelou-se muito enriquecedor e gratificante não só na perspetiva de professora, como também na perspetiva de formadora.

A mudança de hábitos e rotinas profissionais é um processo difícil e moroso (Martinho, 2007; Duarte, 2011). A apropriação de leituras, a discussão de ideias com o professor, mas também com os alunos, a construção das tarefas, a observação da implementação destas, a observação das discussões, quer em pequeno, quer em grande grupo e a posterior análise de dados foram, sem sombra de dúvida, um excelente contributo para o desenvolvimento profissional da investigadora, enquanto professora.

No que diz respeito à formação de professores, o cerne da mesma, tal como vem referido em Duarte (2011), não deverá estar na elaboração das tarefas, mas sim na sua exploração e integração numa sequência didática adequada, no planeamento e consecução de boas discussões com os alunos, assim como na interligação do processo de avaliação com os processos de ensino e aprendizagem dos alunos.

De facto, como se pôde constatar no presente estudo, mais do que no planeamento da exploração das tarefas, a dificuldade do professor centrou-se na dinamização das discussões em grupo, na elaboração adequada das sínteses finais e, fundamentalmente, na transformação das tarefas que, como já foi sendo referido ao longo do presente estudo, devem ser simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação. Neste enquadramento, é absolutamente necessário encontrar uma forma dos professores conseguirem estar preparados para os diálogos com os alunos, antevendo um conjunto de questões que possam surgir, além da capacidade, que devem ter, para responder a questões imprevistas, por forma a serem capazes de estabelecer “pontes” entre estas e os conceitos matemáticos trabalhados. Especificamente no que diz respeito à elaboração de tarefas que desenvolvam o pensamento algébrico, é importante salientar que o planeamento elaborado pelo professor para introduzir e explorar as mesmas, exige algumas preocupações da sua parte tais como: as interações que promove, o modo como apoia os

alunos na sistematização e descoberta de ideias, assim como na forma como ajuda os alunos a sistematizar as conclusões alcançadas.

Em suma, o sucesso de uma boa articulação entre práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, depende fortemente do apoio que os professores possam vir a ter. Para que aconteça uma verdadeira mudança, estes têm de ser apoiados nas suas práticas profissionais em contexto escolar. Neste enquadramento, é essencial que lhes seja dado tempo para refletirem sobre as suas próprias práticas. Deste modo as escolas, apoiadas por instituições de formação, devem criar espaços onde os professores possam ter acesso a novas ideias, receber sugestões, trabalhar colaborativamente com outros colegas, de modo a que seja possível trocar planos de unidades didáticas, de aulas, de tarefas, assim como de experiências entre si, por forma a que se sintam apoiados na mudança, para que, como diz Black (2009), não venham a sucumbir às pressões que certamente virão a estar sujeitos.

### **8.5.2 Futuras investigações**

A investigação tem nos mostrado que os professores, se quiserem, podem mudar e melhorar as suas práticas contribuindo para integrar o ensino, a avaliação e a aprendizagem. No entanto, tendo em conta a complexidade e a diversidade de obstáculos envolvidos no processo, é fulcral que a investigação nos domínios acima referidos evolua no sentido de considerar a sala de aula como uma unidade de análise (Fernandes, 2011b). Seria, assim, relevante realizar-se o mesmo estudo, mas de natureza longitudinal, cuja recolha de dados ocorresse ao longo dos três anos do terceiro ciclo do ensino básico e que, envolvesse um maior número de professores. Na verdade, como se foi referindo ao longo do estudo, não se conhecem muitos trabalhos que estudem simultaneamente o ensino, a participação dos alunos, indissociável da aprendizagem e, a avaliação, assumindo a sala de aula como um todo, com o objetivo de se construir uma visão mais holística, integrada e dinâmica destes processos.

Por outro lado, numa fase em que a Matemática voltou a estar sobre os holofotes, por razões menos boas, uma vez que as avaliações externas, no ensino básico, voltaram a descer para médias nacionais inferiores a cinquenta por cento, é fundamental entender-se os processos que ocorrem dentro da sala de aula assim como a forma como estes interagem. Neste contexto, seria interessante estudar o modo como se devem articular as práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos, em contexto de sala de aula, por forma a melhorar a aprendizagem dos alunos na disciplina de Matemática.



Como ficou perceptível, a grande dificuldade dos professores está na exploração das tarefas em sala de aula, ou seja, a integração de uma sequência de tarefas coerente e adequada aos objetivos propostos, assim como a dinamização de boas discussões com os alunos sobre os resultados obtidos é, claramente um exercício difícil de realizar. Neste contexto, era importante criar e/ou testar um modelo de formação que capacitasse os professores a fazer uma exploração adequada das tarefas em sala de aula.

No âmbito da Álgebra, também há estudos relevantes a fazer. A investigação tem-nos mostrado que o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos pode possibilitar uma aprendizagem mais significativa dos diferentes conteúdos matemáticos. Sendo assim, poderia ser relevante tentar-se responder a questões como: O desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos promove a melhoria das aprendizagens na Matemática? Ou, qual a influência da Álgebra na aprendizagem da Matemática?

## 8.6 Limitações do estudo

Iniciar uma reflexão final sobre o trabalho planeado, o seu desenvolvimento, bem como sobre os resultados obtidos e as aprendizagens que a elaboração do presente estudo proporcionaram à investigadora, teve como consequência a identificação de alguns aspetos que delimitam o estudo e que merecem algumas considerações.

Investigar num estudo desta natureza domínios tão distintos, ainda que fortemente articulados, como o ensino, a participação dos alunos, indissociável da aprendizagem e, a avaliação, assumindo a sala de aula como um todo, foi um enorme desafio, podendo mesmo considerar-se que foi um desafio difícil de cumprir em pleno. Como foi referido ao longo do estudo, estes três processos têm sido estudados de forma isolada, certamente pela dimensão e complexidade de cada um destes processos que, por si só, já trazem questões suficientemente profundas para uma investigação com estas características. Na realidade, se por um lado a separação destes três processos em termos de investigação tem dificultado a construção de uma visão mais holística, integrada e dinâmica das realidades da aprendizagem, da avaliação e do ensino (Fernandes, 2011b), por outro, num estudo desta natureza corre-se, obviamente, o risco de se perder o aprofundamento necessário à elaboração teórica subjacente a cada um destes processos, podendo assim considerar-se esta questão como uma limitação do estudo. Todavia, e apesar de se estar consciente desta problemática, pela importância de se obter uma visão mais holística da sala de aula, capaz de integrar e relacionar os diferentes processos que nela acontecem, em particular no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos

alunos, decidiu-se avançar nesta linha de investigação, com o objetivo de se criar conhecimento neste âmbito.

Outra limitação que se poderá apontar é o tempo de permanência no terreno para a recolha de dados, um estudo desta abrangência teria beneficiado com o alargamento do tempo no terreno. Na realidade, dada a complexidade e a extensão do tema o estudo deveria de ter sido de natureza longitudinal, ou seja, a análise de dados deveria distribuir-se ao longo dos três anos do terceiro ciclo do ensino básico, o que é atualmente incomportável neste tipo de projeto.

Por fim, há ainda outra questão a referir, que também se pode perspetivar como uma limitação, que é a falta de diversidade dos conteúdos explorados, ao centrar-se o estudo no domínio da Álgebra. Como já foi referido na introdução do presente estudo, a importância desta temática prende-se não só ao facto de a transição da Aritmética para a Álgebra ainda ser uma das grandes dificuldades dos alunos, como também ao facto da aprendizagem da Álgebra ter passado a estar associada ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, o que veio exigir uma nova organização da sala de aula, onde alunos e professores deviam de passar a desempenhar um papel ativo e onde as tarefas deviam de assumir um papel central, devendo ser através destas que se aprende, ensina, avalia e regula a atividade a desenvolver em sala de aula. No entanto, a investigação mostra-nos, tal como foi referido no primeiro capítulo do presente estudo, que a perspetiva com que os professores e alunos encaram o ensino e a aprendizagem da Matemática, e em particular da Álgebra, está estritamente relacionada com as suas concepções e crenças sobre o assunto. Desta forma, e tendo em conta as possíveis concepções e crenças do professor e dos alunos em relação à Álgebra, é possível que a caracterização das práticas de ensino, de avaliação e da participação dos alunos proposta no estudo possa estar impregnada destas características. Não obstante, está-se em crer que o alargamento dos temas levaria a resultados relativamente semelhantes. Ainda assim, e apesar de todos os constrangimentos de elaboração das diferentes sequências de tarefas e do acesso aos dados, uma investigação futura que se debruce sobre “descrever, analisar e interpretar práticas de ensino, de avaliação e a participação dos alunos” deve abarcar uma maior diversidade de domínios matemáticos.

Porém, tal como era pretendido, e apesar de todas as limitações, pensa-se com este trabalho ter dado um contributo para a obtenção de uma visão mais holística e integrada da multiplicidade de relações existentes entre os vários elementos que integram a sala de aula e como estas se relacionam com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

## Referências bibliográficas

- Abrantes, P. (2002). A Avaliação das aprendizagens no ensino básico. In P. Abrantes & F. Araújo (Coords.), *Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas* (pp. 7-15). Lisboa: Ministério da Educação, DEB.
- Andrés, J. M. (2000). *La evaluación educativa su práctica y otros metáforas*. Barcelona: ICE Universitat Barcelona Editorial Horsori.
- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33–52. Retirado em 11 de Julho 2018 [https://scholar.google.pt/scholar?cluster=6381487469839643958&hl=pt-PT&as\\_sdt=0,5&as\\_vis=1](https://scholar.google.pt/scholar?cluster=6381487469839643958&hl=pt-PT&as_sdt=0,5&as_vis=1)
- Almeida, C. (1995). Contribuição para uma ética de investigação educacional: Alguns exemplos e sugestões. *Quadrante*, 4(2), 123-144.
- Almiro, J. & Nunes, C. C. (2009). Os Desafios da Gestão Curricular Com o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação & Matemática*, 105, 67-72.
- Alves, M. P. (2004). *Currículo e Avaliação Uma perspectiva integrada*. Porto: Porto Editora.
- Alves, M.G. & Azevedo, N. R. (2010). Introdução: (Re)Pensando a Investigação em Educação. In M. G. Alves & N. R. Azevedo (Ed.), *Investigar em Educação: Desafios da Construção de Conhecimento e da Formação de Investigadores num Campo Multi – Referenciado* (pp. 1- 29). Óbidos: Várzea da Rainha Impressores, S.A.
- Araújo, F. (2015). *A Avaliação Formativa e o seu impacto na melhoria da aprendizagem* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa. Retirado em 23 de out 2017 [http://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/8344/1/Tese%20%28documento%20definitivo%29%202015%20Filomena%20Ara\\_jo.pdf](http://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/8344/1/Tese%20%28documento%20definitivo%29%202015%20Filomena%20Ara_jo.pdf)
- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 29-48). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Assessment Reform Group – ARG (2002). *Assessment for learning: 10 principals. Research based principals to guide classroom practice*. Retirado em 1 de jan. 2017. Disponível em <https://www.aaia.org.uk/content/uploads/2010/06/Assessment-for-Learning-10-principles.pdf>
- Ball, D. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 1-38).



- Greenwich: JAI Press. Retirado em 6 Junho, 2013 em [http://www.teo-education.com/teophotos/albums/userpics/10\\_1\\_1\\_118\\_4400.pdf](http://www.teo-education.com/teophotos/albums/userpics/10_1_1_118_4400.pdf).
- Ball, D. (2009). *Making Mathematics learnable in school: What is the work of teaching Mathematics?*. Conferência apresentada em Redesigning Pedagogy – 3<sup>rd</sup> International Conference. National Institute of Education, Singapore, 1 June. Retirado em 13 Junho de 2013 [http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/060109\\_NIE.pdf](http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/060109_NIE.pdf).
- Ball, D., Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. IV. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.) (pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Ball, D., Bass, H., Sleep, L. & Thames, M. (2005). A Theory of Mathematical Knowledge for Teaching (Draft). *Proceedings of the 15<sup>th</sup> ICMI Study, The Professional Education and development of Teachers of mathematics*, Águas de Lindóia, Brasil, 1-5 May 2005. Unesp. Retirado em 21 Junho de 2013 [http://stwww.weizmann.ac.il/g-math/icmi/ball\\_ICMI\\_prop\\_oct11.doc](http://stwww.weizmann.ac.il/g-math/icmi/ball_ICMI_prop_oct11.doc).
- Barbosa, E. (2007). *A Exploração de Padrões num Contexto de Tarefas de Investigação com Alunos do 8º ano de Escolaridade* (Dissertação de mestrado, Universidade de Évora). Lisboa: APM.
- Barbosa, E. & Borralho, A. (2009a). Exploring Patters and Algebraic Thinking. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. e Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group r the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 344. Thessaloniki, Greece: PME.
- Barbosa, E. & Borralho, A. (2009b) Exploração de Padrões e Pensamento Algébrico. Em I. Vale & A. Barbosa (Org.), *Padrões: Múltiplas Perspectivas e contextos em Educação Matemática*. (pp. 59-68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Barbosa, E. & Borralho, A. (2017). A álgebra no ensino básico: práticas de ensino, avaliação e a participação dos alunos numa turma do 3º ciclo. Em G. S. Carvalho & M. L. Dionísio (Org.), *II ENJIE-Encontro Nacional de Jovens Investigadores em Educação*. (pp. 35-39). Instituto de Educação: Universidade do Minho.
- Barbosa, E. & Borralho, A. (2018). Práticas De Ensino, De Avaliação E A Participação Dos Alunos No Âmbito Da Algebra, no 3º Ciclo. Em I. A. Mendes, M.L.P.C. Rocha & M. Chaquiam (Org.), *5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática: SBEM-PA.
- Barbosa, E., Borralho, A. & Lucena, I. (2017). Avaliação das Aprendizagens em Matemática em Turmas de Anos Iniciais. *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em Revista*, 56(22), 109-124.
- Barbosa, E., Lucena, I., Angelim, J. & Brito, M. (2015). A perspectiva legal da avaliação das aprendizagens: potencialidades e hiatos em Brasil e Portugal. Em R. Leite, A. Silva, F. Jesuino & W. Carvalho (Orgs.), *Avaliação: veredas e experiências educacionais* (pp. 272-292). Fortaleza: Impece.

- Black, P. (2009). Os professores podem usar a avaliação para melhorar o ensino?. *Práxis Educativa*, 4, 195-201. doi: 10.5212/PraxEduc.v.4i2.195201
- Black, P. & William, D. (1998a). Assessment and classroom learning. *Educational Assessment: Principles. Assessment in Education*, 5(1), 7-74.
- Black, P. & William, D. (1998b). Inside the black box: raising standards through classroom assessment. Retirado em 22 de Outubro de 2014 <http://www.Pdkintl.org/Kaplan/kbla9810.htm>
- Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Blanton, M. & Kaput, J. (2008). Building district capacity for teacher development in algebraic reasoning. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 361-388). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Boavida, A. Paiva, A. Cebola, G. Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Boggino, N. (2009). A avaliação como estratégia de ensino. Avaliar processos e resultados. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação*, 09, 79-86. Retirado em 17 de Maio, 2014 em <http://sisifo.fpce.ul.pt>
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2, 1-39. Retirado em 6 Junho, 2013 em <http://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART6.pdf>.
- Borralho, A. (2002). *Didáctica da Matemática e Formação Inicial: Um Estudo com Três Futuros Professores* (Tese de Doutoramento não publicada, Universidade de Évora). Évora: Universidade de Évora.
- Borralho, A. Fialho, I. & Cid, M. (2012). Aprendizagem no ensino superior: Relações com a prática docente. Em C. Leite & M. Zabalza (Coords.), *Ensino Superior: Inovação e qualidade na docência* (pp. 984-996). Porto: CIE - Centro de Investigação e Intervenção Educativas.
- Borralho, A. Fialho, I. & Cid, M. (2015). A Triangulação Sustentada de Dados como Condição Fundamental para a Investigação Qualitativa. *Revista Lusófona de Educação*, 29, 53-69.
- Borralho, A., Lucena, I. & Brito, A. (2015). *Avaliar para melhorar as aprendizagens em matemática*. Belém: SBEM-PA.

- Branco, N. (2008). *O Estudo de Padrões e Regularidades no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico*. (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Brown, C. & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 209-239). New York: Macmillan.
- Buhagiar, M. A. & Murphy, R. (2008): Teachers' assessments of students' learning of mathematics. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 15(2), 169-182.
- Canário, R. (2011). Ser Professor. *Educação & Matemática*, 114, 1.
- Canavarro, A. (1993). *Concepções e práticas de professores de Matemática: Três estudos de caso* (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino de Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 26(2), 81-118.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P. & Ponte, J. P (2005). O papel do professor no currículo de Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.63-89). Lisboa: APM
- Carter, K. (1990). Teachers' knowledge and learning to teach. In W. R. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 291-310). New York: Macmillan.
- Carraher, D., & Schliemann, A. (2007). Early Algebra and Algebraic Reasoning. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669-705). Charlotte: Information Age Publishing.
- Cid, M., & Fialho, I. (2013). Avaliar para Aprender na Escola: Um Caminho Aberto. I. Fialho & J. Verdasca (Orgs.), *TurmaMais e Sucesso Escolar. Trajetórias para uma nova cultura de escola* (pp. 77-89). Évora: Universidade de Évora, Centro de Investigação em Educação e Psicologia.
- Chapman, O. (2013). High school mathematics teachers' inquiry-oriented approaches to teaching algebra. *Quadrante*, 22(2), 5-28.
- Chazan, D., & yerushalmy, M. (2003). On appreciating the cognitive complexity of school álgebra: Research on algebra learning and directions of curricular chang. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 123-135). Reston, VA: NCTM. Retirado em 8 de Novembro de 2017 [https://www.researchgate.net/publication/250928975\\_On\\_appreciating\\_the\\_cogniti](https://www.researchgate.net/publication/250928975_On_appreciating_the_cogniti)



[ve complexity of school algebra Research on algebra learning and directions of curricular change](#) .

- Clandinin, D.J. & Connelly, F.M. (1988). Conocimiento practico personal de los profesores: imagen y unidad narrativa. In Luis Angulo (Dir.), *Conocimientos, creencias e teorías de los profesores. Implicaciones para el curriculum y la formación del profesorado* (pp. 39-62). Alcoy: Editorial Marfil.
- Clark, C. & Peterson, P. (1984). Teachers' thought processes. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. New York: Macmillan. Retirado em 10 de Julho de 2013 <http://education.msu.edu/irt/PDFs/OccasionalPapers/op072.pdf> .
- Clark, T., Englert, K., Frazee, D., Shebby, S. & Randel, B. (2009). *Assessment: A McREL report prepared for Stupski Foundation's Learning System*. Denver, CO: Mid-continent Research for Education and Learning.
- Coutinho, C. P. (2008). A qualidade da investigação educative de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. *Educação Unisinos*, 12(1), 5-15. Retirado em 28 de Janeiro de 2018 <http://www.redalyc.org/pdf/4496/449644445002.pdf> .
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Cusi, A. & Malara, N. (2009). The role of the teacher in developing proof activities by means of algebraic language. In M. Tzekaki, M. Kaldrimiou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33 rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. II, pp. 361-368). Thessaloniki, Greece: PME.
- Delgadinho, S. (2011). *Perspectivas do professor e alunos sobre avaliação formativa e aprendizagem em matemática: Um estudo de caso com uma turma do 8º ano de escolaridade do processo de experimentação do programa de matemática do ensino básico* (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Évora). Évora: Universidade de Évora.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: A ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Dias, P. & Santos, L. (2013). Práticas avaliativas para a promoção da autorregulação da aprendizagem matemática: O feedback escrito em relatórios escritos em duas fases. *Quadrante*, 22(2), 109-134.
- Dias, R. (2012). *Avaliação do impacto do programa de matemática para o ensino básico ao nível das práticas letivas – um estudo de caso no 1º ciclo* (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Évora). Évora: Universidade de Évora.
- Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea da Academia das Ciências de Lisboa. (2001). Lisboa: Verbo.

- Duarte, J. (2011). *Tecnologias e pensamento algébrico: Um estudo sobre o conhecimento profissional dos Professores de matemática* (Tese de Doutorado não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher Thinking: A study of Practical Knowledge*. Nova Iorque: Nichols Publishing Company.
- Engestrom, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. In Y. Engestrom, R. Miettinen e R-L. Punamaki (Eds.), *Perspetives on activity theory*, 19-38. New York, NY: Cambridge University Press. Acedido Novembro, 9, 2017 em [https://books.google.pt/books?hl=pt-PT&lr=&id=GCVCZy2xHD4C&oi=fnd&pg=PR10&dq=activity+theory+and+individual+and+social+transformation&ots=l\\_0EQGxcjT&sig=q9mIcQv6MzO\\_brKHjPvg9PFOr6E&redir\\_esc=y#v=onepage&q=activity%20theory%20and%20individual%20and%20social%20transformation&f=false](https://books.google.pt/books?hl=pt-PT&lr=&id=GCVCZy2xHD4C&oi=fnd&pg=PR10&dq=activity+theory+and+individual+and+social+transformation&ots=l_0EQGxcjT&sig=q9mIcQv6MzO_brKHjPvg9PFOr6E&redir_esc=y#v=onepage&q=activity%20theory%20and%20individual%20and%20social%20transformation&f=false)
- Eraut, M. (1994). *Developing Professional Knowledge and Competence*. Londres: The Falmer Press.
- Erickson, F. (1986).. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research of teaching* (pp. 119-161). New York: Macmillan.
- Eroglu, D. & Tanisli, D. (2015) Windows on students' algebra : Describing their habits of mind. Konrad Krainer; Em Nada Vondrová (Orgs.). *Atas do CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. (pp.496-497). Prague, Czech Republic. Acedido Novembro, 2, 2017 em <https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME9-TWG03/hal-01286964v1>
- Fenstermacher, G. (1994). The knower and the known: the nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education*, 20, 3- 56. Retirado em 13 de fev 2017 em <http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.3102/0091732X020001003>
- Fernandes, C. O. (2014). Por que avaliar as aprendizagens é tão importante?. Em Cláudia de O. Fernandes (Orgs), *Avaliação das aprendizagens: sua relação com o papel social da escola* (pp. 113-124). São Paulo: Cortez.
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação e educação. *Noesis* (18), 64-66.
- Fernandes, D. (2005). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas*. Lisboa: Texto Editores.
- Fernandes, D. (2006). Vinte anos de avaliação das aprendizagens: Uma síntese interpretativa de artigos publicados em Portugal. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 40(3), 289-348.
- Fernandes, D. (2008). Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. *Estudos em avaliação Educacional*, 19(41), 347-372.
- Fernandes, D. (2010). Acerca da articulação de perspectivas e da construção teórica em avaliação educacional. In M. T. Esteban & A. J. Afonso (Orgs.), *Olhares e interfaces: Reflexões críticas sobre a avaliação* (pp. 15-44). São Paulo: Cortez.

- Fernandes, D. (2011a). Avaliar para Melhorar as Aprendizagens: Análise e Discussão de Algumas Questões Essenciais. In I. Fialho & H. Salgueiro (Orgs.), *TurmaMais e Sucesso Escolar. Contributos teóricos e práticos* (pp. 81-107). Évora: Universidade de Évora, Centro de Investigação em Educação e Psicologia.
- Fernandes, D. (2011b). Articulação da aprendizagem, da avaliação e do ensino: Questões teóricas, práticas e metodológicas. In M.P. Alves & J. M. Ketele (Orgs.), *Do currículo à avaliação, da avaliação ao currículo* (pp. 131-142). Porto: Porto Editora.
- Fernandes, D. (2015). Práticas de avaliação de dois professores universitários: pesquisa utilizando observações e narrativas de atividades das aulas. *Educar em revista*, 1 (Ed. Especial), 109-135.
- Fernandes, D. Borralho, A. Vale, I. Gaspar, A. & Dias, R. (2011). *Ensino, Avaliação e Participação dos Alunos em Contextos de Experimentação e Generalização do Novo Programa da Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Instituto da Educação da Universidade de Lisboa.
- Ferreira, C. A. (2007). *A Avaliação no Quotidiano da Sala de Aula*. Porto: Porto Editora.
- Fouche, K. (1997). Algebra for Everyone: Start Early. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2, (4), 226-229.
- Friedlander, A., & Arcavi, A. (2012). Algebraic Skills, a conceptual approach. *Mathematics teacher*, 8(105), 609-614. Acedido Julho, 9, 2013 em <http://calteach.ucsc.edu/aboutus/documents/Algebraic%20Skills.pdf>
- García, C. M. (1992). A Formação de Professores: Novas Perspectivas Baseadas na Investigação sobre o Pensamento do Professor. Em A. Nóvoa (Coord.), *Os Professores e a sua Formação* (pp. 51-76). Lisboa: Dom Quixote e IIE.
- Gerard, F. & Roegiers, X. (2011). Currículo e avaliação: ligações que nunca serão suficientemente fortes. In M.P. Alves & J. M. Ketele (Orgs.), *Do currículo à avaliação, da avaliação ao currículo* (pp. 143-158). Porto: Porto Editora.
- Goded, P., A. (1999). El conocimiento profesional: Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, 8(1,2), 111-138.
- Goldenberg, P., E. (1999). Quatro funções da investigação na aula de Matemática. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca & L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 35-49). Lisboa: APM e Projecto MPT.
- Goodson, I., F. (2008). Conhecimento e Vida Profissional. Estudos sobre educação e mudança. *Coleção Currículo, Políticas e Práticas* (v.31). Porto: Porto Editora.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1989). *Fourth generation evaluation*. London: Sage.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). London: Sage.



- Guimarães, H. (1988). *Ensinar matemática: Concepções e práticas*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Guimarães, H. (2010). Concepções, crenças e conhecimento – afinidades e distinções essenciais. *Quadrante*, 19(2), 81-101.
- Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo. Das intenções aos instrumentos* (4ª ed.). Porto: Porto Editora.
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Hodgen, J., Küchemann, D., Brown, M. & Coe, R. (2009). School Students' Understanding of Algebra 30 years on. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. e Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 177-184. Thessaloniki, Greece: PME.
- IAVE (2015). *Provas Finais — 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, Relatório Nacional: 2010-2014*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa, I.P. Acedido Maio, 16, 2018 em [http://www.iave.pt/images/FicheirosPDF/Docs\\_Avalia%C3%A7%C3%A3o\\_Alunos/Relat%C3%B3rios/Relat\\_EB\\_2015\\_LV.pdf](http://www.iave.pt/images/FicheirosPDF/Docs_Avalia%C3%A7%C3%A3o_Alunos/Relat%C3%B3rios/Relat_EB_2015_LV.pdf)
- Jacinto, H. (2017). *A atividade de resolução de problemas de matemática com tecnologias e a fluência tecno-matemática de jovens do século XXI* (Tese de Doutoramento não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema, & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. Parte I: Transforming task structures. In H. Chick, K. Stacey, & J. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 12 th ICMI Study Conference on the Future of the Teaching and Learning of Algebra*, (Vol. 1, pp. 344-351). Melbourne, Austrália: The University of Melbourne. Acedido Novembro, 7, 2017 em [file:///C:/Users/Elsa/Downloads/80950\\_Future%20of%20Teaching%20and%20Learning%20of%20Algebra%20Vol%201.pdf](file:///C:/Users/Elsa/Downloads/80950_Future%20of%20Teaching%20and%20Learning%20of%20Algebra%20Vol%201.pdf)
- Kieran, C. (2007a). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. Building meaning for symbols and their manipulation. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 707-762). Charlotte: Information Age Publishing.

- Kieran, C. (2007b). Developing algebraic reasoning. The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5-26.
- Kilpatrick, J. & Izsák, A. (2008). Historical Perspectives on Algebra in the Curriculum. In C. E. Greenes, & R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics Seventieth Yearbook* (pp. 3-18). Reston: NCTM.
- Laranjeiro, A. (2015). *O trabalho de grupo como medida preventiva da indisciplina em sala de aula* (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Llinares, S. (2013). "Mirada profesional": componente de las prácticas profesionales del profesor de matemáticas. (Professional noticing: Component of mathematics teacher's professional practice), Seminário *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*, Projecto P3M.
- Lucena, I., Dias, J. & Borralho, A. (2018). Práticas Letivas de Sala de Aula de Matemática nos Anos Iniciais. *Estudos em Avaliação Educacional*, 70(29), 254-274.
- Luckesi, C. C. (2011). *Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico*. São Paulo: Cortez.
- Ma, L. (2009). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: Gradiva.
- Malara, N. A. (2005). Leading in-service teachers to approach Early Algebra. In L. Santos, A. P. Canavarro, & J. Brocardo (Orgs.), *Atas do Encontro Internacional de homenagem a Paulo Abrantes, Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 285-304). Lisboa: APM.
- Martinho, H. (2007). *A comunicação na sala de aula de Matemática: Um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico* (Tese de doutoramento não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: DEFCUL.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to álgebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dordrecht, The Netherland: Kluwer Academic.
- Mateo, J. (2006). *La evaluacion educativa, su practica y otras metáforas*. Lima: Alfaomega Grupo Editor.
- Matos, A. (2007). *Explorando Relações Funcionais no 8.º Ano. Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico*. (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Matos, J. F. & Carreira, S. P. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante*, 3(1), 19-53.
- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-DGIDC.

- MEC (2013). *Programa e Metas Curriculares – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência.
- Mendes, F. (2012). *A Aprendizagem da Multiplicação numa Perspetiva de Desenvolvimento do Sentido de Número: um estudo com alunos do 1.º ciclo*. (Tese de Doutoramento não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Moses, B. (1997). Algebra for a new century. *Teaching Children Mathematics*, 6, 3.
- Morgan, C. (2008). Avaliação Formativa: Apoio ou regulação dos alunos e dos professores?. Em L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Orgs.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 51-59). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM. (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa: APM.
- Nevo, D. (2006). Evaluation in Education. In I. Shaw, J. Green & M. Mark (Ed.). *The Sage Handbook of Evaluation* (pp. 440-460). London: Sage.
- Nóvoa, A. (1999). O passado e o presente dos professores. In A. Nóvoa (Ed.), *Profissão professor* (pp. 9-32). Porto: Porto Editora.
- Nóvoa, A. (2009). Para una formación de profesores construida dentro de la profesión. *Revista de Educación*, 350, 203-21. Acedido Abril, 11, 2013 em <http://www.mecd.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre350/re35009.pdf?documentId=0901e72b81234820>.
- Nunes, C. (2004). *A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática* (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Nunes, C. & Alves, M. (2005). Desenvolvendo o pensamento algébrico com actividades de investigação. Em Grupo de Trabalho de Investigação – GTI (Org.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (pp.249-271). Lisboa: APM.
- Nunes, C. C. & Ponte, J. P. (2010). O professor e o desenvolvimento curricular: Que desafios? Que mudanças? In GTI (Ed.), *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp.61-88). Lisboa: APM
- Oliveira, H., Menezes, L. & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 12(2), 29-52.
- Oliveira, H. & Ponte, J. P. (1996). Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática. *Actas do VII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM.



- Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. Em A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-124). Londres: Cassel.
- Pacheco, J. (2001). *Currículo: teoria e praxis*. Porto: Porto Editora.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Pasquita, I. (2007). *Álgebra e Pensamento Algébrico de Alunos do 8.º Ano*. (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Lisboa). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Pereira, M. S. (2012). Desenvolvimento da linguagem algébrica. *Educação e Matemática*, 118, 28-30.
- Perrenoud, P. (1998). *L'Évaluation des élèves: de la fabrication de l'excellence à la regulation des apprentissages*. Bruxelas: De Boeck.
- Perrenoud, P. (1999). Não mexam na minha avaliação! Para uma Abordagem Sistémica da Mudança Pedagógica. Em A. Estrela & A. Nóvoa (Orgs.) *Avaliações em Educação: Novas Perspectivas* (pp.171-190). Porto: Porto Editora.
- Perrenoud, P., Paquay, L., Altet, M. & Charlier, E. (2001). Formando professores profissionais: três conjuntos de questões. In P.Perrenoud, L.Paquay, M.Altet, & E.Charlier (Eds.), *Formando professores profissionais – Quais estratégias? Quais competências?* (pp. 11-22). Porto Alegre: Artmed Editora.
- Pimentel, T. (2010). *O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua?* (Tese de doutoramento não publicada, Universidade do Minho). Braga: Universidade do Minho.
- Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de Avaliação das Aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. Em J. P. Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P. (1994a). Mathematics teachers' professional knowledge. Em J. P. Ponte & J.F.Matos (Eds.), *Proceedings of the XVIII International Conference for Psychology of Mathematics Education* (pp. 195-210). Lisboa: Portugal.
- Ponte, J. P. (1994b). O Professor de Matemática: Um Balanço de Dez Anos de Investigação. *Quadrante*, 3(2), 79-114.
- Ponte, J. P. (1995). Saberes Profissionais, Renovação Curricular e Prática Lectiva. Em L. Nieto & V. Jiménez (Coord.), *La Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal* (pp. 187-201). Badajoz: Departamento de

- Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Universidad de Extremadura.
- Ponte, J. P. (1999a). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In *Investigar e formar em educação: Actas do IV congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P. (1999b). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. In K. Krainer & F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Osnabrück: Forschungsintitut für Mathematikdidaktik. Traducción (resumida) de Casimira López. Acedido Fevereiro, 7, 2013, em [https://www.google.pt/?gws\\_rd=cr#bav=on.2.or.r\\_cp.r\\_qf.&fp=d4fce4b390ce0af8&q=las+creencias+y+concepciones+de+maestros+como+un+tema+fundamental+en+formaci%C3%B3n+de+maestros](https://www.google.pt/?gws_rd=cr#bav=on.2.or.r_cp.r_qf.&fp=d4fce4b390ce0af8&q=las+creencias+y+concepciones+de+maestros+como+un+tema+fundamental+en+formaci%C3%B3n+de+maestros)
- Ponte, J. P. (2000). A investigação sobre o professor de Matemática. Problemas e perspectivas. *Educação Matemática em Revista*, 11, 1-20. Acedido Maio, 2, 2013, em [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte%20\(DIF-Brasil\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte%20(DIF-Brasil).doc)
- Ponte, J. P. (2005a). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005b). Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática*, 85, 36-42.
- Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 13-30.
- Ponte, J. P. & Branco, N. (2011). Desenvolvendo a linguagem algébrica. *Educação e Matemática*, 115, 56-58.
- Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação & Matemática*, 100, 89-96.
- Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. P. & Chapman, O. (2006). Mathematics Teachers' Knowledge and Practices. En A. Gutierrez & P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of mathematics Education. Past, Present and Future* (pp.461-494). Sense Publishers: Rotterdam/Taipei.

- Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H. & Varandas, J. (1999). Investigando as aulas de investigações matemáticas. Em P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, e L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133-151). Lisboa: Projecto MPT e APM.
- Ponte, J. P., Matos, J. M. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P. & Santos, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-33.
- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação & Matemática*, 105, 2-6.
- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.
- Ponte, J. P. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática no Ensino Básico. In GTI (Ed.), *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp.11- 42). Lisboa: APM
- Portugal, R. & Astudillo, M. T. G. (2013). *Conhecimento matemático para ensinar: a resolução de um problema com frações*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação Matemática. Acedido junho, 19, 2013, em <http://eiem2013.spiem.pt/wpcontent/uploads/2013/05/GD3C3PortugalAstudillo3.pdf>.
- Ribeiro, C. (2009). Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. *Bolema*, 22(34), 1-26.
- Rodrigues, P. (1999). A Avaliação Curricular. Em A. Estrela & A. Nóvoa (Orgs), *Avaliações em Educação: Novas Perspectivas* (pp.15-76). Porto: Porto Editora.
- Roldão, M.C. (2007). Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. *Revista Brasileira de Educação*, 12(34). Acedido Dezembro, 4, 2012 em <http://www.scielo.br/scielo>.
- Roldão, M. C., Figueiredo, M., Campos, J. & Luís, H. (2009). O conhecimento profissional dos professores – Especificidade, construção e uso. Da formação ao reconhecimento social. *Revista Brasileira de Formação de Professores*, 1(2), 138-177.
- Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: a framework for analysing and developing mathematics teaching. Em Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J. & Viseu, F. (Orgs.). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. (pp. 31-47). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Ruthven, K. & Goodchild, S. (2008). Linking research with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowledge. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 565-592). New York, NY: Routledge.



- Santos, L. (2008). Dilemas e Desafios da Avaliação Reguladora. Em L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Orgs.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Santos, L. (2009). A avaliação das aprendizagens no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 105, 87-90.
- Santos, L. (Org.). (2010). *Avaliar para aprender. Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. Porto: Porto Editora.
- Sacristán, J. G. (1999). Consciência e acção sobre a prática como libertação profissional dos professores. In A. Nóvoa (Ed.), *Profissão professor* (pp. 9-32). Porto: Porto Editora.
- Sadler, D. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science*, 18, 119-144.
- Sadler, D. (1998). Formative assessment: revisiting the territory. *Assesment in education*, 5(1), 77-84.
- Serrazina, L. & Oliveira, I. (2010). Trajectória de aprendizagem e ensinar para a compreensão. In GTI (Ed.), *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 43-59). Lisboa: APM
- Schoenfeld, A. (2005). Mathematics teaching and learning (Draft). Lester, F. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: NCTM/Information Age Publishing. (pp. 2-91). Acedido Maio, 29, 2013 em [http://gse3.soe.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld\\_MathTeachingAndLearning.pdf](http://gse3.soe.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld_MathTeachingAndLearning.pdf).
- Schoenfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. Wood, T. (Series Ed.) & Tirosh, D. (Eds.). *International handbook of mathematics teacher education* (vol. 2). Acedido Junho, 3, 2013 em [http://gse3.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld\\_Teaching\\_Proficiency.pdf](http://gse3.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld_Teaching_Proficiency.pdf).
- Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81(6), 420-427.
- Schön, D. A. (1983). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*. Londres: Avebury.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 4-14.

- Silver, E. A. (1997). "Algebra for All" – Increasing Students' Access to Algebraic Ideas, Not Just Algebra Courses. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2, (4), 204-207.
- Sinitzky, I., Ilany, B. & Guberman, R. (2009). From Arithmetic To Informal Algebraic Thinking Of Pre-Service Elementary School Mathematics Teachers. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. e Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, pp. 129-136. Thessaloniki, Greece: PME.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, 66-91.
- Spaulding, D. (2008). *Program Evaluation in Practice: Core Concepts and Examples for Discussion and analysis*. San Francisco, CA: Jossey Bass.
- SPCE (2014). *Instrumento de Regulação Ético-Deontológica. Carta Ética*. Lisboa: SPCE.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to álgebra. In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell & R. Lins (Eds.), *Perspectives on school álgebra* (pp. 141-153). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Stake, R. E. (2016). *A Arte Da Investigação Com Estudo De Caso*. (4ª ed.). Lisboa: Fundação Caloust Gulbenkian.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. Acedido julho, 06, 2018 em <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/L930MA/H13/Mathematical%20Thinking%20and%20Learning.pdf>
- Stein, M. K., Remillard, J. & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In Frank Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol.1) (pp. 319-367). Reston: NCTM.
- Stiggins, R. (2004). New Assessment Beliefs for a New School Mission. *Phi Delta Kappan*, 86(1), 22-27.
- Tardif, M. & Gauthier, C. (2001). O professor como "ator racional": que racionalidade, que saber, que julgamento?. In P.Perrenoud, L.Paquay, M.Altet, e E.Charlier (Eds.), *Formando professores profissionais – Quais estratégias? Quais competências?* (pp. 185-210). Porto Alegre: Artmed Editora.
- Teixeira, J. & Nunes, L. (2014). *Avaliação Escolar: da teoria à prática*. Rio de Janeiro: Wak Ed.
- Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. Em D. Grows (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). Nova Iorque, NY: Macmillan.
- Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática – Propostas Curriculares*

- para o Ensino Básico*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projeto Padrões.
- Vale, I., Fernandes, D. e Borralho, A. (2011). *A new elementary mathematics curriculum: practice, learning and assessment (some classroom episodes)*, In Proceedings of the 11th international conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project – MEC 21: On turning dreams into reality. Transformations and paradigm shifts in mathematics education, Grahamstown.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no Ensino-Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-212). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Educação & Matemática*, 110, 33.
- Valente, A. (2012). *O Trabalho de grupo e a aprendizagem cooperativa no 1º CEB* (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Aveiro). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Vasconcellos, C. (2014). Avaliação Classificatória e excludente e a inversão fetichizada da função social da escola. In Cláudia de O. Fernandes (Orgs), *Avaliação das aprendizagens: sua relação com o papel social da escola* (pp. 17-56). São Paulo: Cortez.
- Woods, D., Çakir, H. (2011). Two dimensions of teacher knowledge: The case of communicative language teaching. *System*, 39, 381-390.
- Yin, R. K. (2010). *Estudos de Caso: Planejamento e Métodos*. (4ª ed.). Porto Alegre: Bookman.





## **Anexos**

## Anexo 1 – Sequências de Tarefas

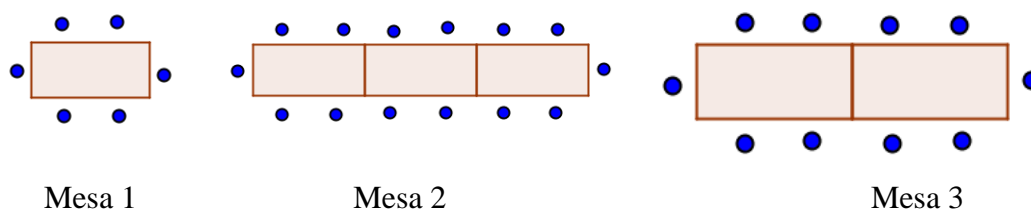
**Sequência 1 - Sequências e regularidades****Tarefa 1: Padrões****Sequências numéricas<sup>13</sup>**

1) Completa as sequências. Explica o teu raciocínio.

- a) 1, 4, 7, 10, —, —, —, 22
- b) 5, 10, 15, —, —, —, —
- c)  $1 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $3 \times 4$ , —, —, —, —,  $8 \times 9$
- d) 9, 18, 27, 36, —, —, —
- e) —, —, —, 80, 40, 20, —, —
- f) —, —, —, 2, 5, 8, —, —, —
- g)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{8}$ , —, —, —

**O Jantar da Ana**

2) A Ana vai dar um jantar em casa, no próximo Sábado, para comemorar o seu aniversário. Ela pretende sentar os convidados em mesas retangulares, como mostra a figura.

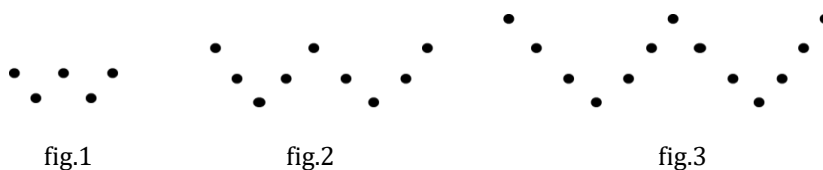


- 2.1) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 7 mesas?  
E 10?
- 2.2) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 20 mesas?
- 2.3) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, 100 mesas? Explica o teu raciocínio.
- 2.4) Quantas pessoas a Ana consegue sentar se juntar, como mostra a figura, **n** mesas?

<sup>13</sup> Adaptado de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel, 2009

**Tarefa 2: Pontos e números!<sup>14</sup>**

1) Observa a seguinte sequência:



- 1.1) Descobre o décimo terceiro termo.
- 1.2) Descobre o quadragésimo termo.
- 1.3) Indica um possível termo geral da sequência. Explica o teu raciocínio.
- 1.4) Utiliza o termo geral encontrado na alínea anterior para determinares o vigésimo quinto termo da sequência.
- 1.5) Existe algum termo cujo valor é 201? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.
- 1.6) Existe algum termo cujo valor é 123? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.

**Só números!**

2) Observa a seguinte sequência:

5, 8, 11, 14, 17,...

- 2.1) Descobre o décimo termo.
- 2.2) Descobre o centésimo termo.
- 2.3) Indica um possível termo geral da sequência. Explica o teu raciocínio.
- 2.4) Existe algum termo cujo valor é 92? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.
- 2.5) Utiliza o termo geral encontrado na alínea anterior para determinar o:
  - a) trigésimo quarto termo da sequência;
  - b) centésimo vigésimo quinto termo da sequência.

<sup>14</sup> Adaptado de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel, 2009



### Tarefa 3: Quadrados<sup>15</sup>

As figuras da sequência são constituídas por quadrados.

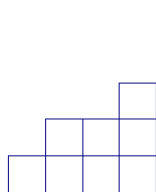


Fig.1

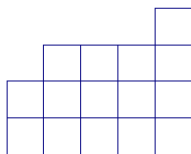


Fig. 2

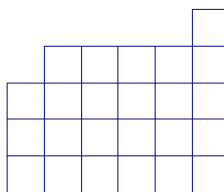


Fig.3

1. Desenha a figura seguinte.
2. Qual a área de cada uma das figuras, tomando a área do quadrado como unidade?
3. Descobre a área da figura 10. Explica o teu raciocínio.
4. Descobre a área da figura 100. Explica o teu raciocínio.
5. Descobre uma expressão algébrica que te permita determinar a área de uma figura de qualquer ordem. Explica o teu raciocínio.
6. Existe alguma figura com 99 quadrados de área? Se existir determina a ordem a que lhe corresponde.
7. Existe alguma figura com 128 quadrados de área? Se existir determina a ordem a que lhe corresponde.

<sup>15</sup> Adaptado de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel, 2009

### Tarefa 4: Cruzes<sup>16</sup>

Considera as três primeiras figuras de uma sequência.

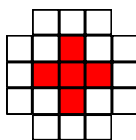


Fig.1

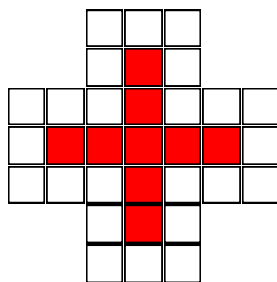


Fig.2

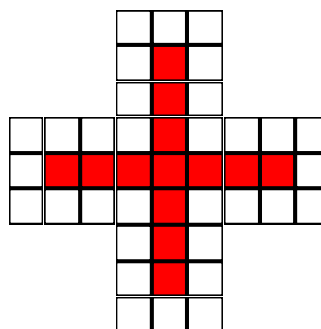


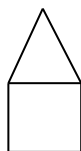
Fig.3

1. Representa a figura 6 da sequência. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura? E brancos?
2. Quantos azulejos no total são precisos para construir a figura de ordem 50?
3. Qual é a figura da sequência que tem, no total, 93 azulejos?
4. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
5. Quantos azulejos vermelhos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
6. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a 25ª figura? Explica o teu raciocínio.
7. Quantos azulejos brancos são precisos para construir a figura de ordem  $n$ ?
8. Quantos azulejos são necessários no total para construir a 25ª figura?
9. Quantos azulejos são necessários no total para construir a figura de ordem  $n$ ? Explica o teu raciocínio.
10. A expressão algébrica  $9 + 3n + 3n + 3n + 3n$  pode representar o número total de azulejos? Explica o teu raciocínio.

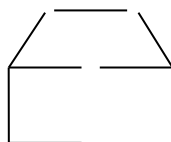
<sup>16</sup> Adaptado de Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca e Pimentel, 2009

## Tarefa 5: A Casa<sup>17</sup>

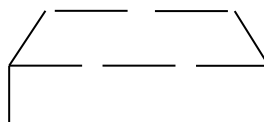
Cada uma das casas seguintes é construída por vários pauzinhos. Devem considerar que os pauzinhos têm todos a mesma medida de comprimento.



Casa 1



Casa 2



Casa 3

- Quantos pauzinhos são necessários para construir a sétima casa?
- Descobre uma expressão geral que te permite saber quantos pauzinhos são necessários para construir a  $n$ ésima casa? Explica o teu raciocínio.
- A Carla, o António, a Patrícia e o Duarte indicaram, respetivamente, as seguintes expressões gerais como representantes do número de pauzinhos necessários à construção da  $n$ ésima casa:

$$2+(p-1)+(1+2p+1); \quad 2+(3p-1)+2; \quad 4+3(p-1)+2; \quad 3(p+1).$$

Explica por palavras tuas, recorrendo a esquemas, a números, a tabelas, etc., como é que cada um visualizou a estrutura da casa para chegar à expressão referida.

<sup>17</sup> Adaptada de Mason, Graham, Johnston-Wilder, 2005



## Sequência 2 – Funções

### Tarefa 6: Ponto por ponto<sup>18</sup>

1. Para localizar pontos no plano podemos utilizar um referencial cartesiano. Este é constituído por dois eixos, perpendiculares entre si, que se cruzam num ponto a que se chama origem do referencial. Cada um desses eixos tem uma orientação, indicada por uma seta, e uma graduação, como podes observar na figura 1:

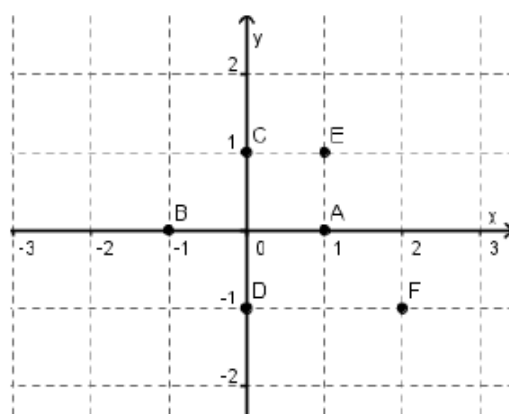


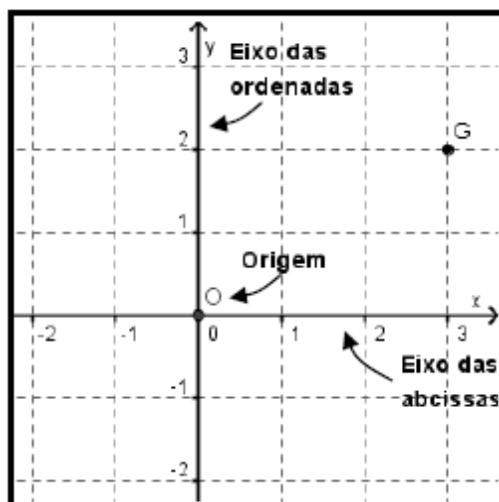
Figura 1

1.1. Imagina que te encontras na origem do referencial. Descreve como te deslocas desse ponto até ao ponto A efetuando apenas deslocamentos na horizontal e/ou na vertical.

<sup>18</sup> Retirado de Ponte, Matos e Branco, 2009

**1.2.** Descreve, igualmente, como te deslocas da origem do referencial para os pontos B, C, D, E e F fazendo o mesmo tipo de deslocamentos.

Observa o referencial cartesiano da figura 2:



**Figura 2**

- O eixo horizontal designa-se por *eixo das abcissas*, ou eixo dos  $xx$ ;
- O eixo vertical designa-se por *eixo das ordenadas*, ou eixo dos  $yy$ ;
- Cada um dos pontos do plano pode ser representado por um par ordenado de números  $(x, y)$ . O primeiro valor ( $x$ ) refere-se ao eixo dos  $xx$  e o segundo ( $y$ ) ao eixo dos  $yy$ .
- $x$  e  $y$  são as *coordenadas do ponto*.

**1.3.** Escreve as coordenadas dos pontos B, C, D, E e F representados no referencial da figura.

**1.4.** Observa as coordenadas dos pontos assinalados no referencial da figura 1 e indica:

- Todos os pontos que têm a mesma ordenada;
- Todos os pontos que têm a mesma abcissa;
- Todos os pontos que têm a abcissa igual à ordenada.

**2.** A figura representa um parque infantil num referencial cartesiano. Deves deslocar-te pelo parque de acordo com as instruções do mapa do tesouro e registar as coordenadas dos pontos correspondentes ao final de cada etapa. Com essas coordenadas descobrirás o local onde se encontra o tesouro.

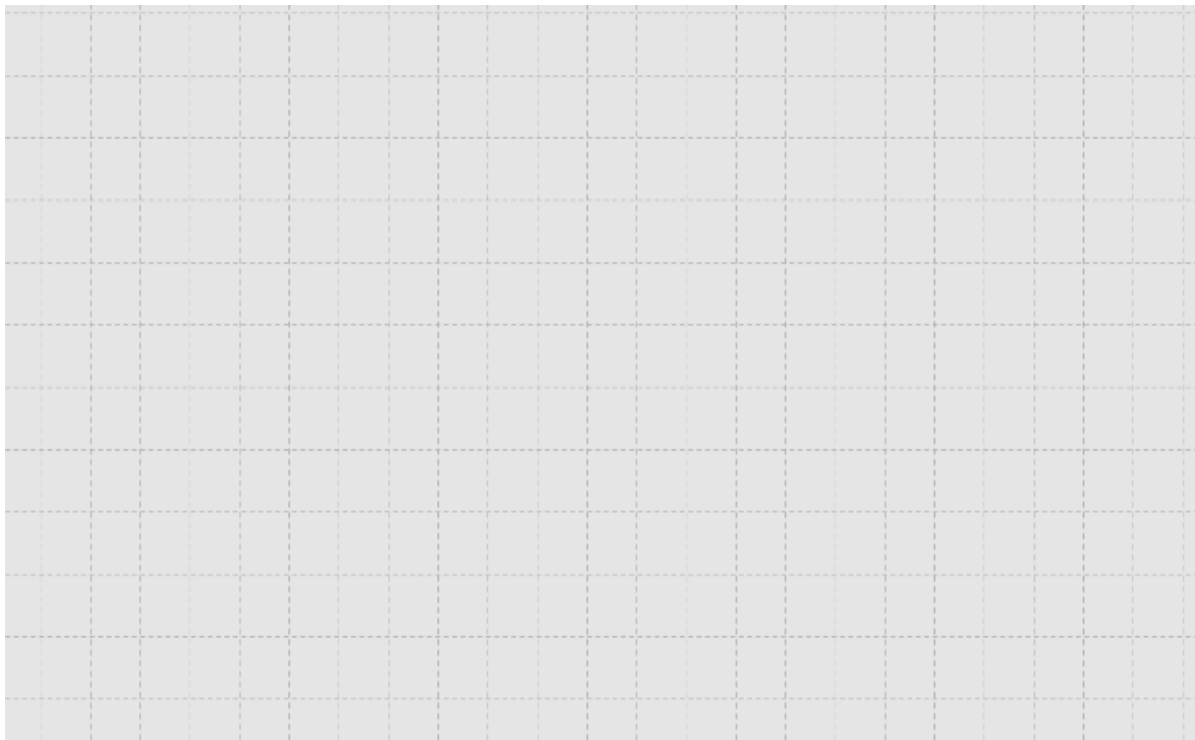
## 250



**3.** Constrói um referencial cartesiano numa folha quadriculada.

**3.1.** Assinala os pontos A (-4, -2), B (1, -2), C (1, 2), D (-4, 2), E (4, 3), F (6, 3),

$R\left(\frac{5}{4}; 3,5\right)$ ,  $S\left(\frac{17}{4}; 3,5\right)$ , T (3, 5) e U (0, 5).




**3.2.** Classifica os polígonos ABCD e RSTU.

**3.3.** Indica as coordenadas de dois pontos distintos que, com E e F, formem dois triângulos retângulos isósceles.

**Tarefa 7: Tarifários<sup>19</sup>**

1. No anúncio publicitário do tarifário “Mais segundos” da empresa de comunicações TELEM pode ler-se:



**TELEM**, COMUNICAÇÕES

**Mais segundos**

Tarifário nacional único

Para todas as redes 0,32 cêntimos por segundo

Preço de todas as chamadas até 5 segundos (inclusive): 1,6 cêntimos. A taxaço é realizada ao segundo, após os 5 segundos iniciais.

1.1. De acordo com a informação dada, indica quanto paga o consumidor por uma chamada cuja duração total é de:

1.1.1. 2 segundos;

1.1.2. 5 segundos;

1.1.3. 10 segundos;

1.1.4. 15 segundos;

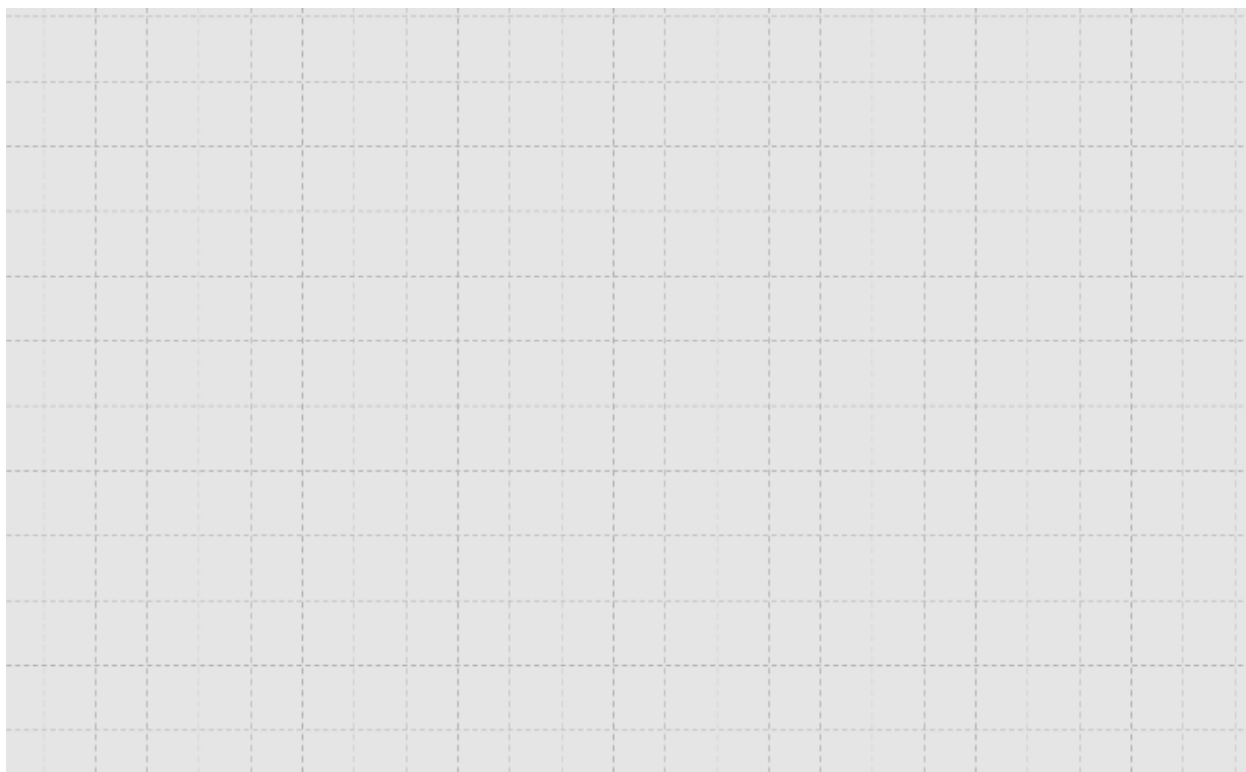
1.1.5. 1 minuto.

<sup>19</sup> Retirado de Ponte, Matos e Branco, 2009

**1.2.** Completa a seguinte tabela:

Duração da chamada (em segundos)	Preço da chamada (em cêntimos)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

**1.3.** Num referencial cartesiano representa graficamente este tarifário até aos 15 segundos.





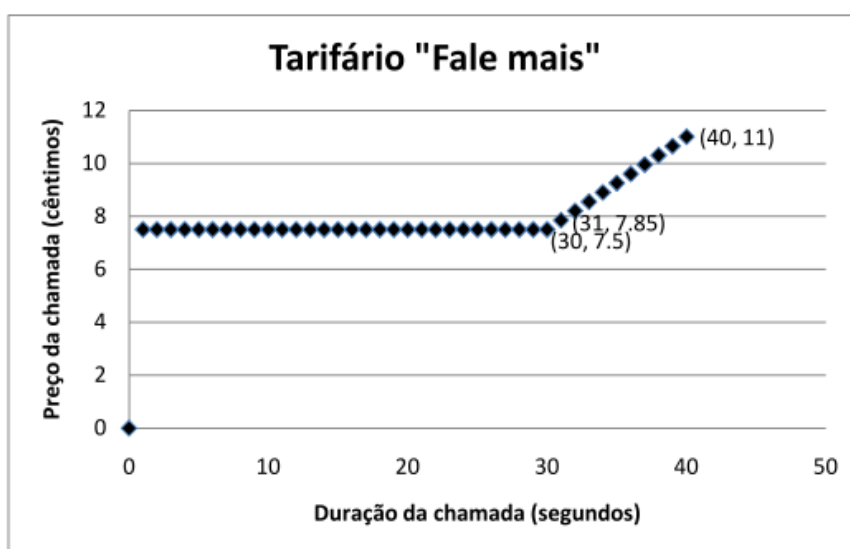
**1.4.** Indica porque motivo, nos primeiros 5 segundos, os pontos do gráfico estão contidos numa reta horizontal.

**1.5.** O que sucede aos pontos do gráfico a partir dos 5 segundos? Justifica a tua resposta.

**1.6.** Quanto paga um consumidor que realize uma chamada com duração de 3 minutos e 47 segundos?

**1.7.** E quanto paga por uma chamada com duração de 3 minutos e 48 segundos?

**2.** A figura mostra a representação gráfica da relação entre o tempo de duração da chamada e o valor a pagar, num outro tarifário para todas as redes, “Fale mais”, também da TELEM.



**2.1.** A partir do gráfico responde às seguintes questões:

- Quanto paga um consumidor por uma chamada de 31 segundos?
- Existe alguma diferença no valor a pagar se se falar 10 ou 20 segundos?
- E existe alguma diferença se se falar 30 ou 40 segundos?

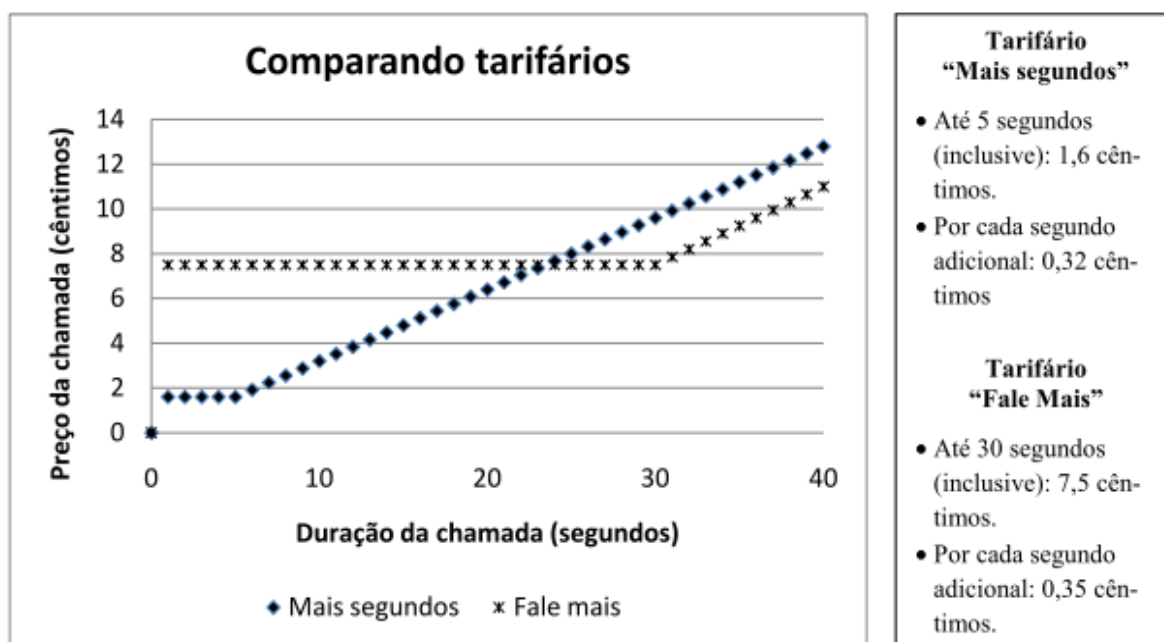
**2.2.** Completa a tabela que representa este tarifário:

$x$	0		30	31	37		60
$y$		7,5				12,75	

**2.3.** Indica o que acontece em chamadas com menos de 30 segundos, com 30 segundos e com mais de 30 segundos.

## Tarefa 8: Comparando tarifários<sup>20</sup>

1. Na figura está representada a relação entre o tempo de duração da chamada e o valor a pagar por essa chamada, nos dois tarifários da TELEM que estudaste na tarefa 2: “Mais segundos” e “Fale mais”.



1.1. Com base no gráfico, compara os dois tarifários e indica as diferenças que encontras. Assinala as vantagens que cada um deles pode ter para diferentes consumidores.

1. 2. Completa, relativamente a cada tarifário, tabela com o custo das chamadas com o tempo de duração indicado:

Duração da chamada (em segundos)	Custo da chamada no tarifário “Mais segundos” (em centavos)	Custo da chamada no tarifário “Fale mais” (em centavos)
1		
5		
10		
23		
24		
25		
30		
60		
72		
90		
101		
110		

1.3. Qual a diferença no custo de uma chamada com duração de 30 segundos, nestes dois tarifários?

<sup>20</sup> Retirado de Ponte, Matos e Branco, 2009

**1.4.** O Pedro pensa que no tarifário “Fale mais” o consumidor paga chamadas mais baratas que no tarifário “Mais segundos” se a sua chamada tiver uma duração superior ou igual a 24 segundos. Será verdade? Justifica a tua resposta.

**1.5.** Se o consumidor tiver um saldo de 50 cêntimos no telemóvel com qual dos tarifários pode falar durante mais tempo? Indica o tempo máximo (em minutos e segundos) em que fala em cada um.



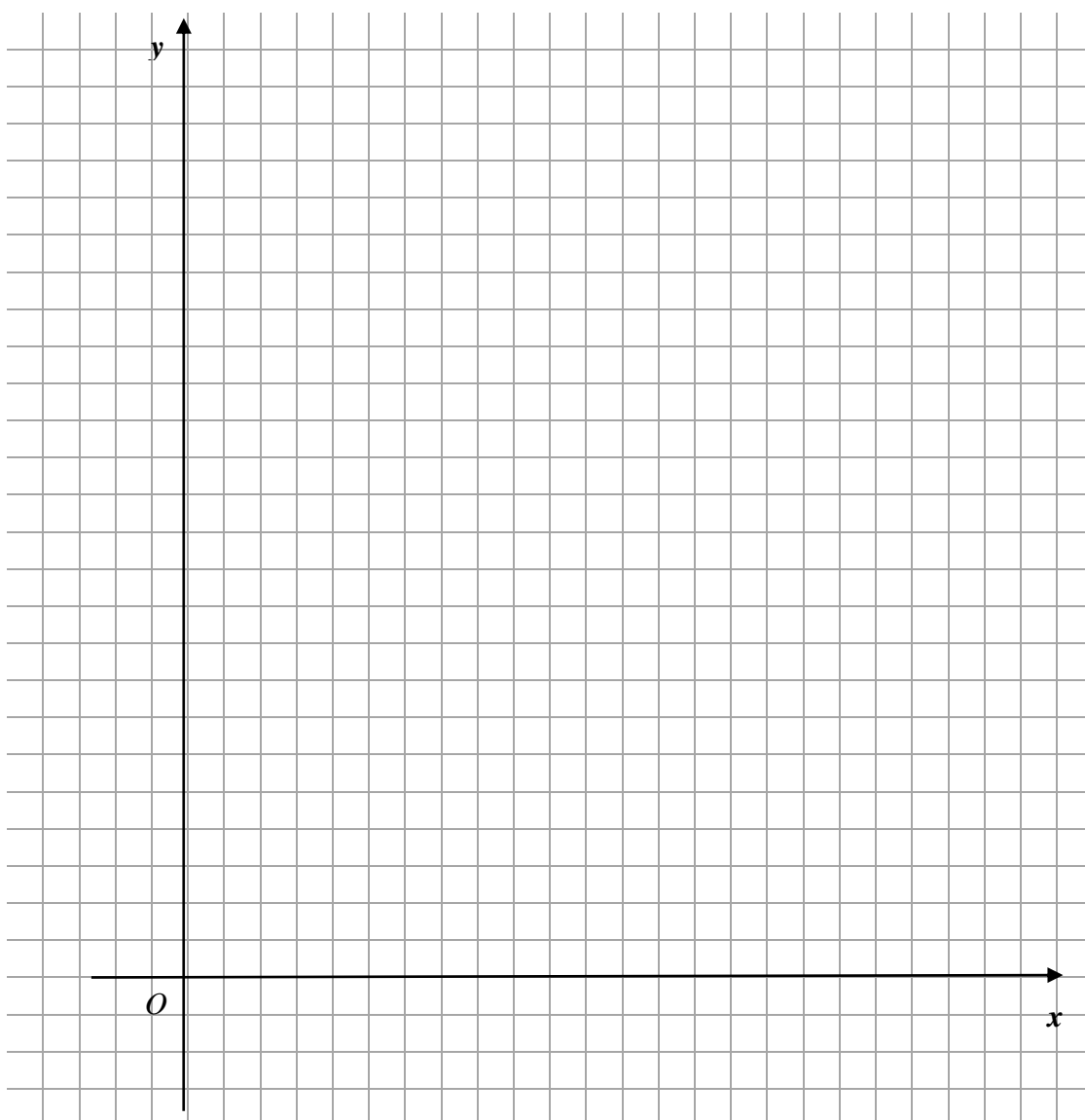
### Tarefa 9: Aluguer de Bicicletas

1. O Pedro vai passar uma semana de férias ao Algarve e durante esses dias pretende alugar uma bicicleta. Fez uma pesquisa na internet e descobriu uma empresa que alugava bicicletas - a *Rentbike*. A *Rentbike* cobrava, por cada bicicleta, 7€ por dia mais 21 euros de caução.

a) Preenche a tabela seguinte:

<b>Dias</b> <b><math>x</math></b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Custo</b> <b><math>y</math></b>							
<b><math>(x,y)</math></b>							

b) Considera os pontos definidos na terceira linha da tabela anterior. Representa-os no referencial seguinte.



**Nota:** Como podes reparar cada dia de aluguer:

- tem um custo associado
- esse custo é único.

Quando uma correspondência verifica estas duas condições diz-se que é uma *função*.

**Função** é uma correspondência entre dois conjuntos em que a cada elemento do primeiro se associa um e um só elemento do segundo.

Ao primeiro conjunto chama-se **domínio** da função e representa-se por **D**. Os seus elementos designam-se por **objectos**.

Ao segundo conjunto chama-se **contradomínio** da função e representa-se por **D'** ou **CD**. Os seus elementos designam-se por **imagens**.

c) Completa

$$f(1) = \dots\dots$$

$$f(\dots) = 35$$

$$f(7) = \dots\dots$$

d) Indica o domínio e o contradomínio da função.

2. Considera o conjunto  $\{1,2,3,4,5,6\}$

a) A cada número deste conjunto faz corresponder os seus divisores. Preenche e completa as correspondências.

$$1 \rightarrow 1$$

$$3 \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array}$$

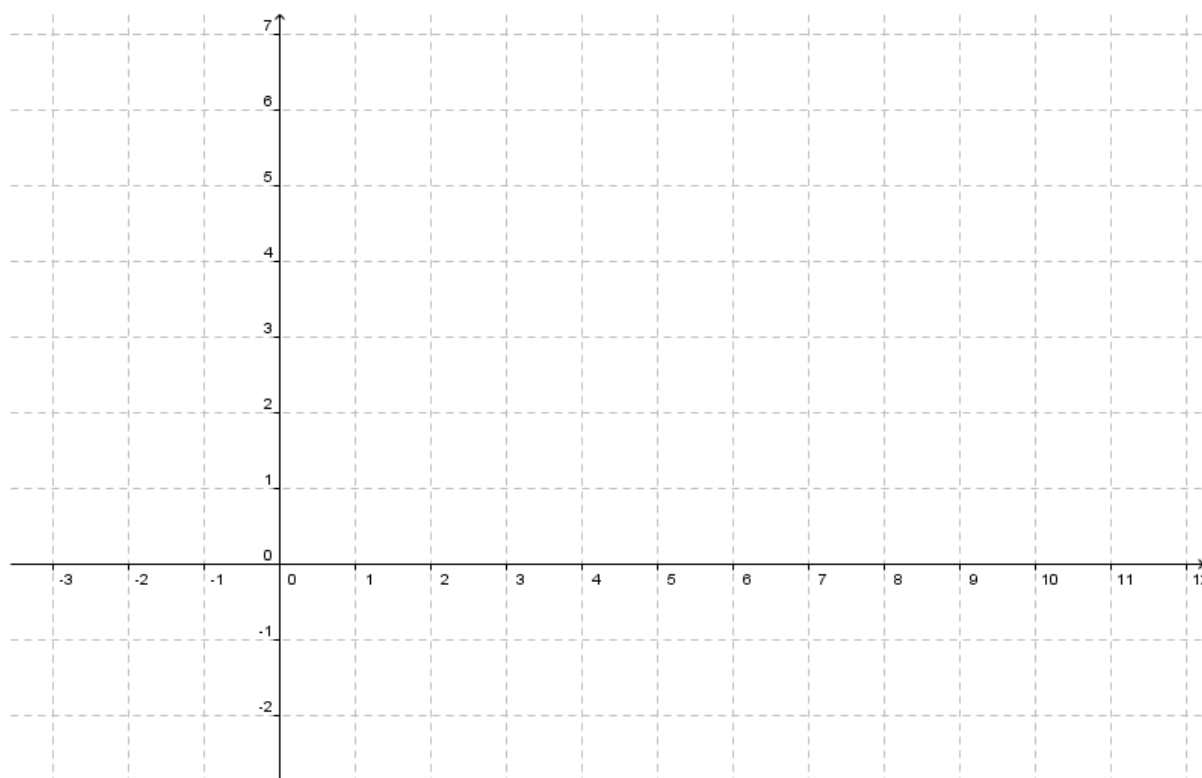
$$5$$

$$2 \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array}$$

$$4$$

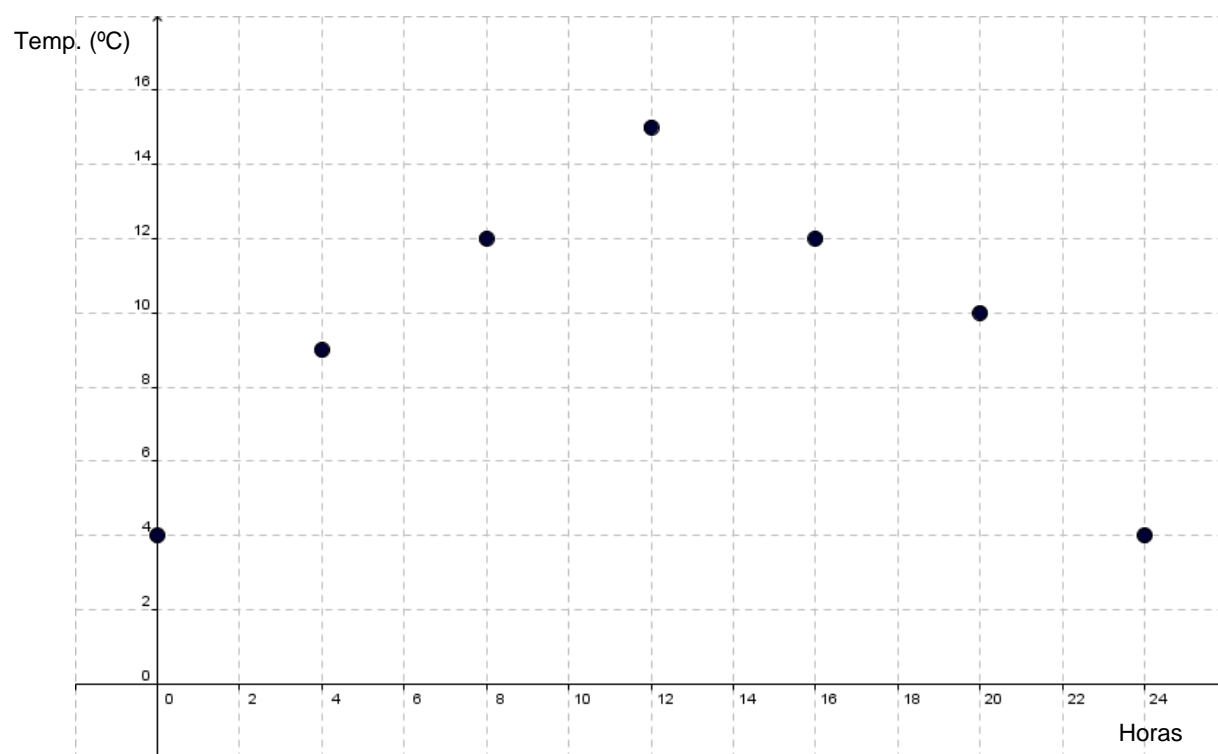
$$6$$

b) Constrói o gráfico que representa esta correspondência.



c) Será esta correspondência uma função? Justifica a tua resposta

3. Considera a função,  $f$ , definida pelo seguinte gráfico que relaciona as horas, ao longo de um dia, com as temperaturas registadas numa certa localidade.





- a) Completa a tabela correspondente a esta função.

$x$							
$f(x)$							

- b) Completa

$$f(8) = \dots\dots$$

$$f(\dots) = 15$$

$$f(20) = \dots\dots$$

- c) Indica o domínio e o contradomínio da função.
- d) Nesta correspondência há objetos distintos que têm a mesma imagem. Indica dois desses objetos e a sua respetiva imagem.

## Tarefa 10: Perímetros<sup>21</sup>

O João tem um trabalho de Matemática para fazer sobre o perímetro de polígonos regulares – polígonos com todos os lados congruentes e todos os ângulos também congruentes. A primeira parte deste trabalho refere-se à relação que existe entre o comprimento do lado do quadrado e o seu perímetro; a segunda parte é semelhante mas diz respeito ao caso do triângulo equilátero.


Como o João gosta bastante de programas de computador, decide usar o GeoGebra e vai ajudar-te a conhecer este programa.

Olá! Começa por explorar as ferramentas básicas...




Segue os passos do João:

I – Constrói um quadrado e um ponto num gráfico do seguinte modo:

- Abre o *GeoGebra* e, no menu *Exibir*, faz aparecer na janela de visualização os eixos coordenados e o quadriculado.
- No quinto ícone da barra de ferramentas selecciona a opção *Polígono Regular* . Desenha um lado e indica o número de lados do polígono regular. O *GeoGebra* cria o quadrado ABCD, cujos lados são os segmentos de recta  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ .
- Define a variável independente,  $x$ , como sendo igual ao comprimento do lado do quadrado, indicando no campo de entrada a expressão  $x = a$  e carregando em *Enter*. O programa marca uma recta vertical que intersecta o eixo dos  $xx$  no ponto de abcissa  $a$ .
- Define a variável dependente,  $y$ , como sendo igual ao perímetro do quadrado. Para tal podes indicar no campo de entrada uma expressão para o perímetro, como se mostra a seguir e carregar em *Enter*.

Entrada:	$y=a+b+c+d$	*	$\alpha$	Comando ...
----------	-------------	---	----------	-------------

O programa marca uma recta horizontal que intersecta o eixo das ordenadas no valor de  $y$  igual à soma dos comprimentos dos quatro lados do quadrado cujo comprimento do lado é igual ao valor indicado no eixo das abcissas.


- No segundo ícone da barra de ferramentas selecciona a opção *Intersecção de dois objectos* . De seguida selecciona cada uma das rectas construídas, pressionando sobre elas o botão esquerdo do rato. O *GeoGebra* cria o ponto E que resulta da intersecção pretendida.

II – Regista, para o quadrado que acabaste de construir no *GeoGebra*:

- O valor da abcissa do ponto E e o seu significado neste contexto.
- O valor da ordenada do ponto E e o seu significado neste contexto.


<sup>21</sup> Retirado de Ponte, Matos e Branco, 2009

III – Utiliza o *GeoGebra* para construir pontos referentes a quadrados com lados de diversos comprimentos:

- Selecciona o ícone *Mover* . Clica com o botão do lado direito do rato em cima do ponto E. Selecciona a opção *Activar traço* como mostra a figura:



- Clica no ponto B e, sem soltar, arrasta-o.

IV – Regista o que acontece no gráfico. (Sugestão: podes mover os eixos coordenados para melhorar a visualização com o ícone *Mova os eixos coordenados* ).

V – Resolve agora a primeira questão do trabalho do João. Para isso, utiliza a construção que elaboraste no *GeoGebra* e move o ponto B, colocando-o onde considerares mais adequado:

### Trabalho – Questão 1

1. As perguntas que se seguem dizem respeito à relação que existe entre o comprimento do lado do quadrado, qualquer que seja o seu valor, e o seu perímetro.

- 1.1. Determina o perímetro de um quadrado cujo lado mede 2,34 cm.
- 1.2. Determina quanto mede o lado de um quadrado cujo perímetro é 15,52 cm.
- 1.3. Completa a tabela com os valores em falta:

$x$	0,5	1	2	2,34		
$y$			8		15,52	26

- 1.4. Verifica-se que o perímetro do quadrado é directamente proporcional ao seu lado. Explica porquê e indica a constante de proporcionalidade e o seu significado geométrico.
- 1.5. Completa a expressão algébrica que representa essa relação de proporcionalidade:

$$y = \_\_\_\_ \times x$$



VI – Na barra de entrada do *GeoGebra* introduz a expressão algébrica. Descreve o que acontece.

Observa que:

Uma função com uma expressão algébrica do tipo  $y = k \times x$  (ou  $f(x) = k \times x$ ),  $k \neq 0$ , tem o nome de *função de proporcionalidade directa* ou *função linear*.

$x$  é um objecto;  $y = f(x)$  é a sua imagem;  $k$  é a constante de proporcionalidade.

O gráfico de uma função de proporcionalidade directa está contido numa recta que passa na origem do referencial.

VII – Abre uma nova janela de visualização no *GeoGebra* e traça o gráfico da função  $g$  que representa a relação entre o comprimento do lado do triângulo equilátero ABC e o perímetro correspondente.

VIII – Resolve agora a segunda questão do trabalho do João relativo aos triângulos equiláteros. Para isso podes utilizar a construção que elaboraste no *GeoGebra* e mover o ponto B, colocando-o onde considerares mais adequado.

### Trabalho – Questão 2

2. A função  $g$  relaciona o comprimento do lado do triângulo equilátero e o seu perímetro.

2.1. A função  $g$  é uma função de proporcionalidade directa? Justifica.

2.2. Completa:

a)  $g(3) = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $g(\underline{\hspace{2cm}}) = 18,3$

Em cada uma das igualdades anteriores indica qual é o objecto e a respectiva imagem. Explica qual é o significado de cada um destes valores neste contexto.

2.3. Escreve uma expressão algébrica que represente a função  $g$ .

IX – Resolve as seguintes questões adicionais que o João colocou a si mesmo quando olhou de novo para as representações gráficas que obteve:

**Questões adicionais**

Se tiver um quadrado cujo lado mede 2,5 cm, o seu perímetro é o quádruplo, ou seja, 10 cm...

1. Se tiver um triângulo equilátero com 8 cm de lado, qual será o comprimento do lado do quadrado com o mesmo perímetro deste triângulo?
2. Qual será o comprimento do lado do triângulo equilátero que tem o mesmo perímetro que o quadrado descrito pelo João?

## Tarefa 11: A vela

Pretende-se estudar a forma como uma vela arde.

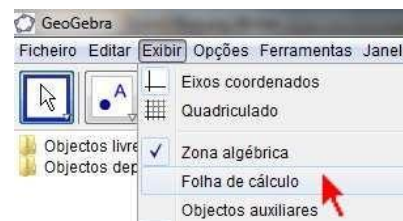
Para tal observa o seguinte vídeo:

<http://www.youtube.com/watch?v=OF1HB-yv4fY>

Para fazer medições usa o programa “Pixel Ruler” (já instalado no computador, e disponível para download em <http://www.mioplanet.com/products/pixelruler/>).



1. Para fazer o estudo deves abrir o programa GeoGebra e tornar visível a folha de cálculo.



2. Depois, observa e faz 8 registos, na folha de cálculo do GeoGebra dos tempos e dos comprimentos da vela correspondentes. Os valores do tempo devem ser escritos em minutos, para tal, regista os valores dos minutos e dos segundos em colunas separadas e calcula o total de minutos numa terceira coluna. Só deves registar o comprimento. Vê o exemplo seguinte:



	A	B	C	D
1	Minutos	Segundos	Tempo	Comprimento
2	6	36	396	104
3				
4				

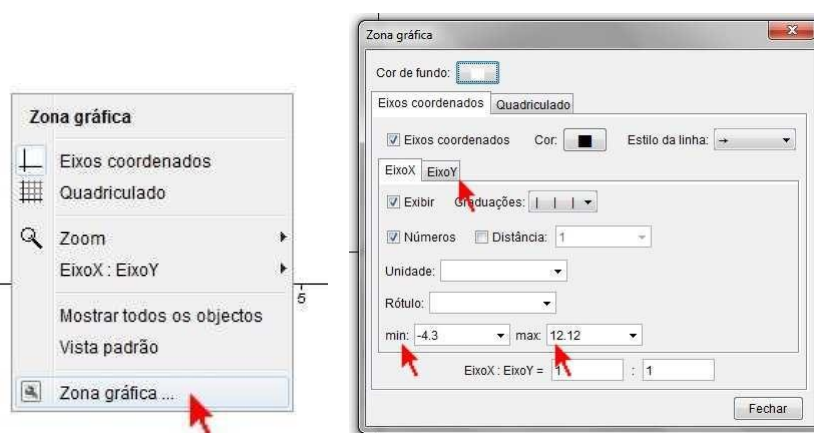
Número C2:  $A2 * 60 + B2$



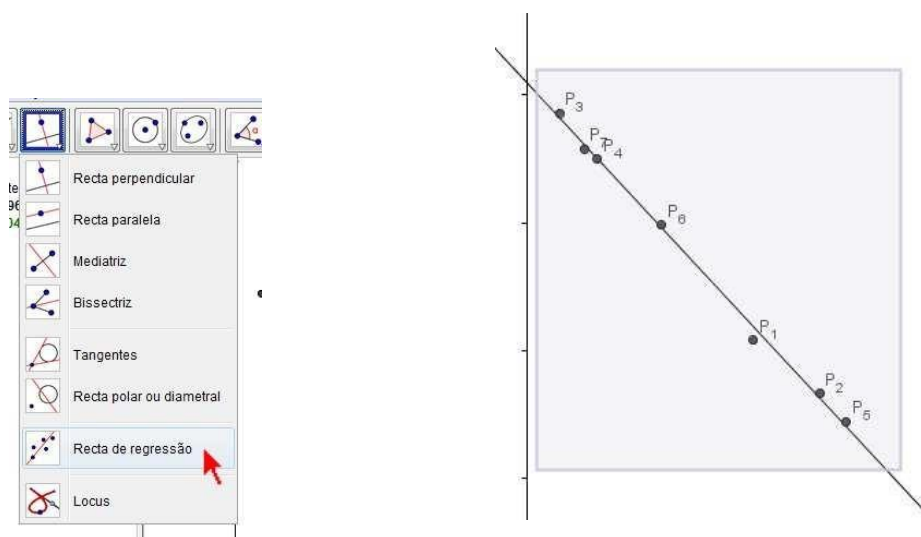
3. Quando tiveres os 8 registos, representa os pontos respetivos, selecionando primeiro as duas colunas, e depois com o menu do botão direito do rato, escolhe a opção “Criar lista de pontos”.



4. Para que os pontos fiquem visíveis será necessário ajustar a janela de visualização. Se reparares nos valores dos eixos deves notar que não são adequados para os valores que registaste. Para alterar esta definição clica com o botão direito do rato na zona gráfica e escolhe a opção “Zona Gráfica” e em seguida altera os valores mínimo e máximo de cada eixo.



5. Depois de visualizares os pontos referentes às medições que fizeste, traça uma reta que se ajuste aos pontos, usando o comando Recta de Regressão e desenhando um retângulo à volta de todos os pontos:

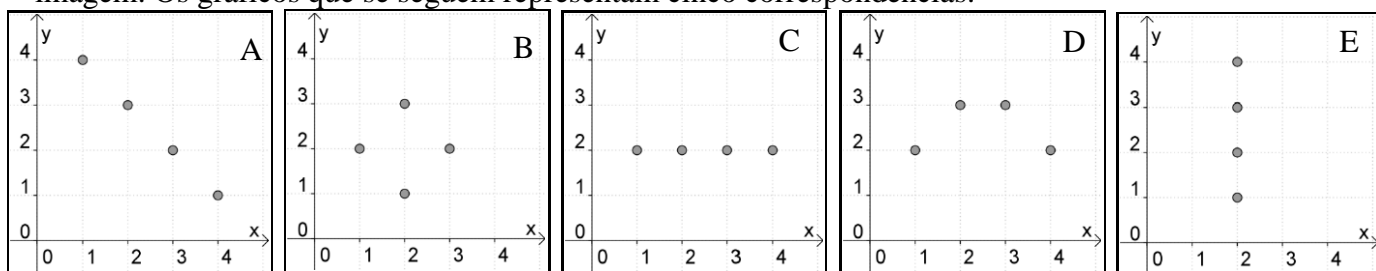


6. Marca um ponto sobre a recta e movimenta-o para responderes às seguintes questões:

- a) Quanto media a vela ao fim de 120 segundos?
- b) E ao fim de 11 minutos?
- c) Quanto tempo permaneceu a vela acesa?
7. Recorrendo de novo ao vídeo, faz medições que permitam descobrir:
- a) Quantos pixel media a vela no antes de se ter acendido?
- b) E quantos centímetros?
- c) Quanto tempo passou para que fosse queimado 1 cm da vela? Explica como chegaste à resposta.
8. Considera a função  $y=f(x)$  que nos dá o comprimento da vela (em centímetros) em função do tempo (em segundos), e indica:
- a) O Domínio
- b) O Contradomínio
- c)  $f(0)=$ \_\_\_\_\_

### Outros Gráficos

Uma correspondência pode ser representada por um conjunto de pontos de um gráfico cartesiano – para cada ponto, a abcissa indica um objeto e a ordenada indica a respetiva imagem. Os gráficos que se seguem representam cinco correspondências:



- a) Indica quais destas correspondências são funções e quais não o são. Justifica a tua resposta.
- b) Para cada uma das funções que identificaste em (a) indica o domínio e o contradomínio.

## Tarefa 12: Várias representações<sup>22</sup>

1. Considera um polígono regular cujo lado tem 3,4 cm de comprimento e cujo perímetro é 20,4 cm.

1.1. De que polígono regular se trata? Explica o teu raciocínio.

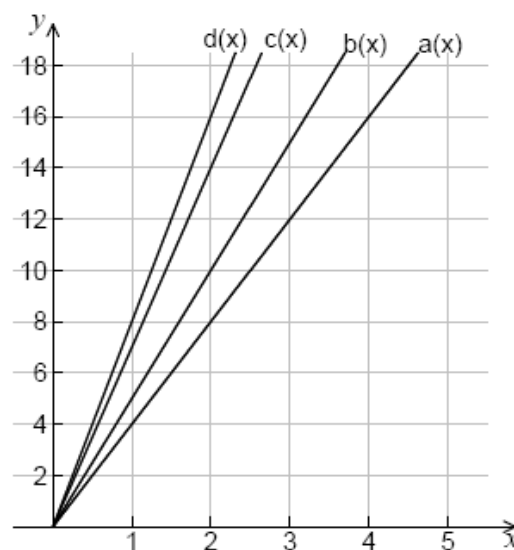
1.2. Escreve uma expressão algébrica que represente a função que a cada valor do comprimento do lado associa o perímetro deste polígono regular.

1.3. Representa graficamente essa função numa folha de papel quadriculado.

2. Na figura estão representadas graficamente as relações entre o comprimento do lado e o perímetro de quatro polígonos regulares.

2.1. Indica a que polígono regular corresponde cada uma das funções representadas graficamente na figura, a respetiva expressão algébrica, bem como a constante de proporcionalidade referente a cada uma das quatro situações.

2.2. Refere o efeito da alteração do valor da constante de proporcionalidade direta no gráfico da função.



3. Para a função de expressão algébrica  $f(x) = \frac{3}{2}x$

3.1. Completa a tabela:

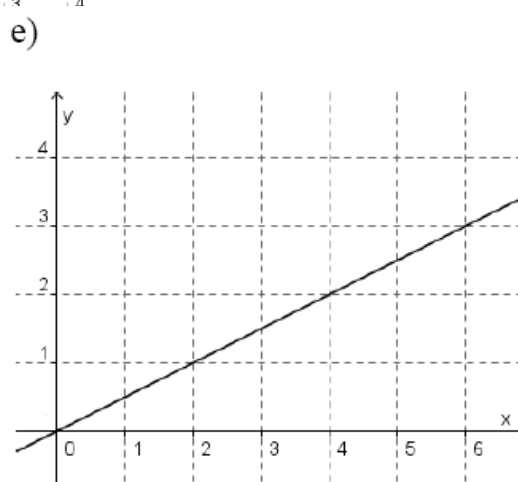
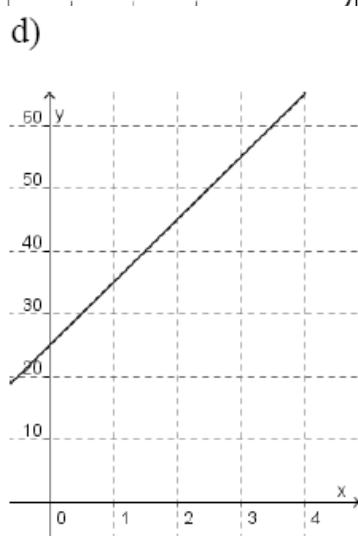
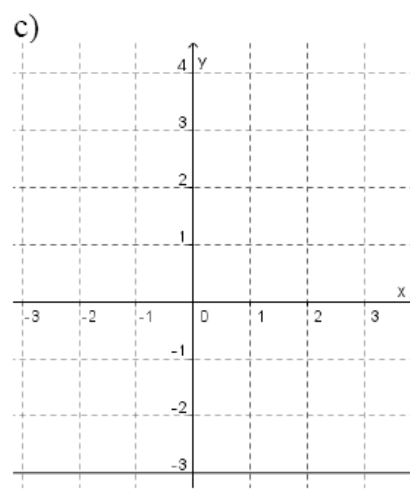
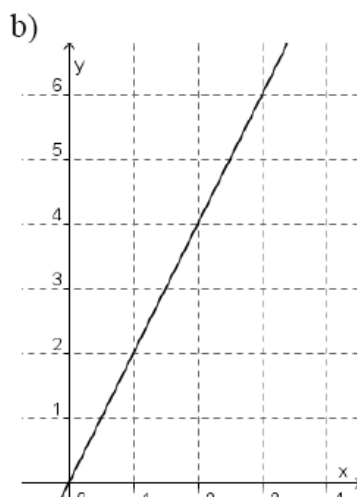
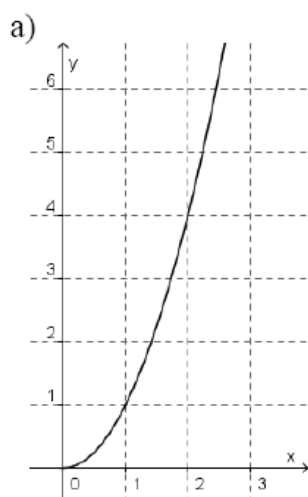
$x$	-7	-2		1			$\frac{50}{9}$
$f(x)$			0		4,5		

3.2. Elabora uma representação gráfica da função numa folha de papel quadriculado.

<sup>22</sup> Adaptado de Ponte, Matos e Branco, 2009



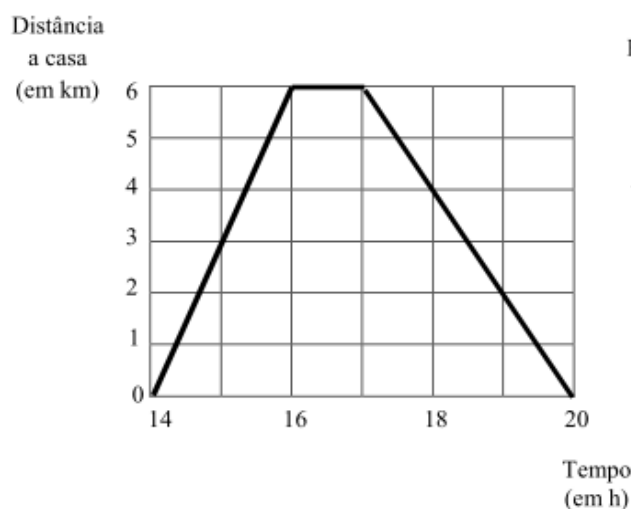
4. Quais dos gráficos seguintes representam uma função linear? Justifica a tua resposta.



### Tarefa 13: Passeio a pé<sup>23</sup>

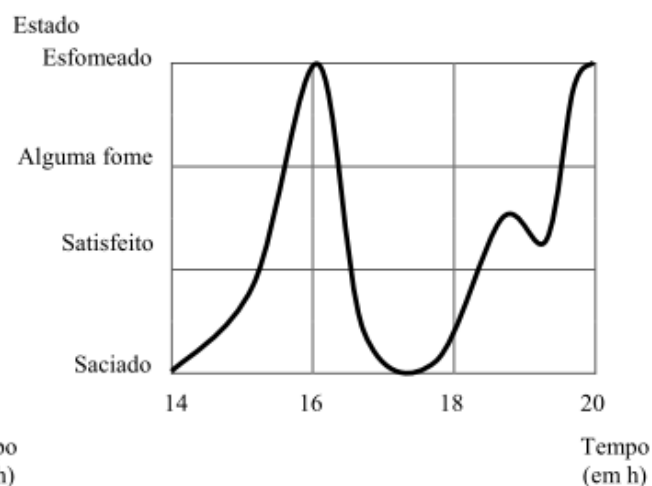
Observa os quatro gráficos que se seguem e, com base na informação que eles contêm, escreve uma história sobre os passeios a pé realizados por José e Mariana.

**Gráfico 1**  
**Distância a casa vs Tempo**

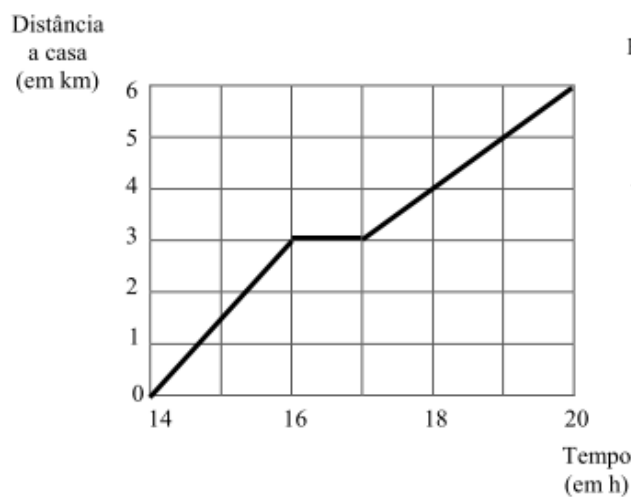


**JOSÉ**

**Gráfico 2**  
**Fome vs Tempo**

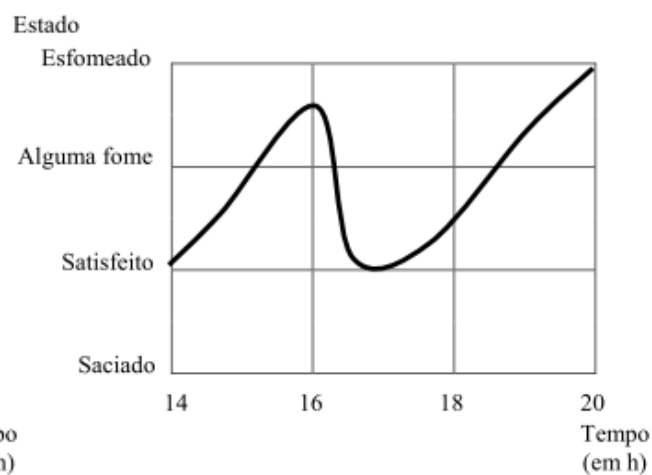


**Gráfico 3**  
**Distância a casa vs Tempo**



**MARIANA**

**Gráfico 4**  
**Fome vs Tempo**

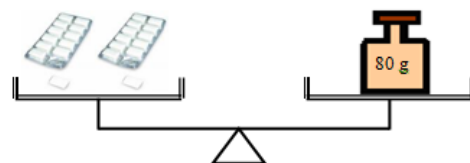


<sup>23</sup> Retirado de Ponte, Matos e Branco, 2009

## Sequência 3 - Equações

### Tarefa 14: Balanças

- 1) Coloca duas caixas de pastilhas no prato esquerdo e 80g no prato direito da balança, de modo a que esta fique em equilíbrio.



1.1 Quanto pesa cada caixa de pastilhas?

1.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

- 2) Coloca 6 esferográficas e um peso de 12g no prato esquerdo da balança e um peso de 57g no prato direito.

2.1 Quanto pesa cada esferográfica?

2.2 Escreve uma expressão matemática que represente a situação.

- 3) Representa uma balança em equilíbrio que tem um saco de pinhões e um peso de 50g no prato esquerdo e um peso de 130g no prato direito. Como podes determinar o peso de um saco de pinhões?

Explica como resolves a situação anterior através de linguagem matemática (usando números, sinais, sinais operacionais, letras, entre outros).



**Atenção!**

As expressões matemáticas que escreveste chamam-se *equações* e às “letras” chamam-se *incógnitas*.

**Equação** é uma igualdade onde aparece pelo menos uma incógnita.

À expressão correspondente ao primeiro prato da balança chamamos **1º membro** da equação e à expressão relativa ao segundo prato da balança chamamos **2º membro** da equação.

Na **equação**  $8 \times x = 4 \times x + 160$ , temos:

**1º membro:**  $8 \times x$

**2º membro:**  $4 \times x + 160$

Numa equação cada membro é constituído por um ou mais termos.

Termo do 1º membro:  $8 \times x$  (neste caso é único).

Termos do 2º membro:  $4 \times x$ ;  $160$

- 4) Se colocares um peso de 120g no prato esquerdo da balança, quantas caixas de pastilhas terás de colocar no prato direito para que esta fique em equilíbrio? E se no prato esquerdo além das 120g colocares mais 3 caixas de pastilhas, quantas caixas de pastilhas terás de colocar no prato direito para que a balança fique em equilíbrio? Explica o teu raciocínio.
  
- 5) Tens uma balança em equilíbrio com um peso de 160g no prato esquerdo e 4 caixas de pastilhas no prato direito. Se duplicares o número de caixas de pastilhas do prato direito, quantas gramas tens de colocar no prato esquerdo para que a balança continue em equilíbrio? E se triplicares o peso do prato esquerdo da balança, quantas caixas de pastilhas tens de colocar no prato direito para que esta se mantenha em equilíbrio? Explica o teu raciocínio.

**Atenção!****1º Princípio de Equivalência**

Quando somamos ou subtraímos o mesmo número a ambos os membros de uma equação ficamos com uma equação equivalente.

Deste princípio de equivalência surge a seguinte regra prática:

Numa equação podemos mudar um termo de um membro para o outro, trocando-lhe o sinal.

**2º Princípio de Equivalência**

Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma equação pelo mesmo número diferente de zero, obtemos uma equação equivalente.

6) Resolva no caderno as seguintes equações:

$$6.1 \quad 7x = 28$$

$$6.2 \quad 5c + 7 = 42$$

$$6.3 \quad 13 + 4a = 21$$

$$6.4 \quad 15 = 7 + 4x$$

$$6.5 \quad 30 - 5y = 10$$

$$6.6 \quad 2 \times 4x = 24$$

$$6.7 \quad 25 = 5c \times 5$$

$$6.8 \quad 5x + 5 = 3x - 1$$

$$6.9 \quad 40 = \frac{2x}{10}$$

$$6.10 \quad 2m - (m + 1) = 14$$

$$6.11 \quad 32 - 2x = 14$$

$$6.12 \quad 15 = 25b - 5$$

$$6.13 \quad 2y \times 3 = 18$$

$$6.14 \quad 40 = 2 \times 4x$$

$$6.15 \quad -23 = -3 + 5 \times 4x$$

$$6.16 \quad \frac{x}{2} = 20$$

$$6.17 \quad \frac{18}{3x} = 6$$

$$6.18 \quad 4t + 3 = t - 12$$

$$6.19 \quad 3(n + 5) + n = 23$$

$$6.20 \quad 9 = \frac{36}{x}$$

### Tarefa 15: Uma Outra Visão de Padrão

1) Considera as seguintes figuras de uma sequência:

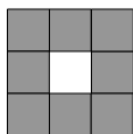


Figura1

...



Figura4

1.1 Desenha a figura número 2.

1.2 Completa a tabela:

Número da figura ( $n$ )	Quantidade de quadrados cinzentos ( $c$ )
1	
2	
3	
4	
...	...
10	

1.3 Assinala as expressões algébricas que podem ser usadas para calcular a quantidade de quadrados cinzentos em qualquer figura ( $n$  representa o número de ordem da figura). Explica as tuas escolhas.

☐  $2n + 3(n - 1)$

☐  $5(n - 1) + 8$

☐  $8 + 5n$

☐  $3(2n + 1) - n$

1.4 Utilizando uma das expressões válidas, calcula:

1.4.1 A quantidade de quadrados cinzentos da figura número 45;

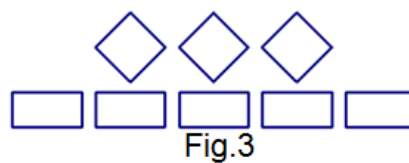
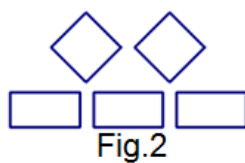
1.4.2 O número de ordem da figura que tem 88 quadrados cinzentos;

1.4.3 O número de ordem da figura que tem 133 quadrados cinzentos.

1.5 Existe alguma figura que tenha 138 quadrados cinzentos? E 276? Se sim, indica o número de ordem da figura, se não, explica porquê.



2) Observa a sequência seguinte:

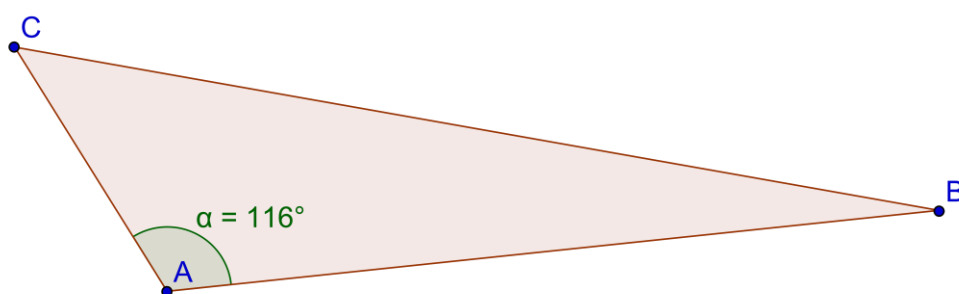


- 2.1 Desenha a 6ª figura da sequência. Quantas figuras geométricas tem?
- 2.2 Qual é a quantidade total de figuras geométricas da 121ª figura da sequência?  
Explica como chegaste à resposta.
- 2.3 Determina o termo geral da sequência.
- 2.4 Utiliza uma equação para calcular o termo da sequência que tem 1739 figuras geométricas.
- 2.5 Existe alguma figura que tenha 2043 figuras geométricas? Justifica a resposta.

### Tarefa 16: Ângulos e polígonos

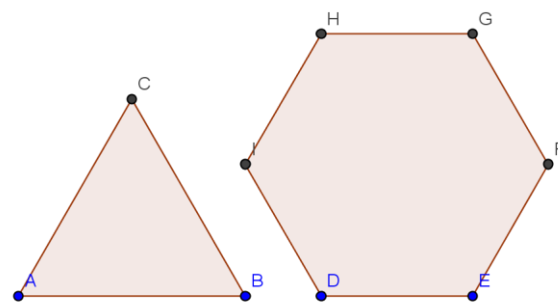
- 1) A expressão algébrica  $180(n - 2)$  pode ser usada para determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo de  $n$  lados.
- 1.1 Qual é a soma das amplitudes dos ângulos internos de um decágono (polígono de 10 lados)?
- 1.2 Quantos lados tem um polígono cuja soma das amplitudes dos seus ângulos internos é  $3420^\circ$ ? E  $8460^\circ$ ? Mostra como chegaste às respostas.
- 1.3 Será que existe algum polígono cuja soma das amplitudes dos ângulos internos seja  $4830^\circ$ ? Justifica.

- 2) Na figura, sabe-se que a amplitude do ângulo ACB é **tripla** da do ângulo CBA.



- 2.1 Escreve uma equação que permita determinar a amplitude do ângulo CBA.
- 2.2 Resolve a equação que escreveste na questão anterior e indica a amplitude dos ângulos CBA e ACB.

- 3) Na figura estão representados um triângulo equilátero e um hexágono regular. A medida dos lados do triângulo tem mais 1 cm que a dos lados do hexágono e o perímetro do hexágono é duplo do perímetro do triângulo.



- 3.1 Traduz a situação por meio de uma equação.
- 3.2 Resolve, no caderno, a equação. O que podes concluir?

Anexo 2 – Síntese por tópico<sup>24</sup>

Nome dos elementos do grupo: \_\_\_\_\_

Nome das tarefas realizadas	Subtópicos trabalhados	Descreve o que aprendeste	Dá novos exemplos daquilo que aprendeste	Principais dificuldades sentidas durante a resolução das tarefas	Dúvidas não esclarecidas (individualmente)

Tópico trabalhado \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

<sup>24</sup> Adaptado de Delgadinho, S. (2011). *Perspectivas do professor e alunos sobre avaliação formativa e aprendizagem em matemática: Um estudo de caso com uma turma do 8º ano de escolaridade do processo de experimentação do programa de matemática do ensino básico* (Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade de Évora). Évora: Universidade de Évora.



### Anexo 3 – Comunicação aos Encarregados de Educação

Exmo(a). Sr(a). Encarregado(a) de Educação

Eu, Elsa Maria de F. Isabelinho D. Barbosa, mestre em Ensino da Matemática, pela Universidade de Évora, encontro-me a frequentar o Doutoramento em Ciências da Educação da Universidade de Évora.

No âmbito do plano curricular previsto o presente ano letivo destina-se à realização da parte experimental da minha investigação, a qual será orientada pelo Professor Doutor António Borralho, Professor Auxiliar da Universidade de Évora.

O trabalho a realizar integra-se na área da Didática da Matemática, tendo como principal objetivo compreender o modo como se desenvolve o pensamento algébrico nos alunos do 7º ano de escolaridade.

A investigação será desenvolvida ao longo dos 2º e 3º períodos, na Escola Secundária de Alcácer do Sal tendo já sido autorizada pela respetiva Direção. Todo este trabalho será realizado em colaboração com o professor titular da turma (■■■■), o Professor ■■■■ ■■■■.

Para o desenvolvimento desta investigação será necessário proceder à realização de entrevistas para conhecer a opinião dos alunos relativamente ao assunto em estudo. Para o efeito, solicito a sua autorização para entrevistar e gravar (áudio) o seu educando, bem como para fotocopiar algumas produções escritas realizadas no âmbito desta investigação. Peço também autorização para, caso se justifique, filmar algumas aulas.

Os tópicos serão lecionados de acordo com o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Saliento ainda que todo o material recolhido servirá apenas como instrumento de trabalho, sendo garantido o anonimato do(a) aluno(a), da turma e da escola.

Com os melhores cumprimentos,

A Investigadora

Prof. Elsa Barbosa

#### Autorização

Eu, \_\_\_\_\_ Encarregado(a) de Educação  
do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ da turma ■■■■ do 7º  
ano, autorizo a Professora Elsa Barbosa a entrevistar e gravar em áudio, bem como a

recolher produções escritas do meu educando e filmar as aulas, no âmbito da investigação que me foi dada a conhecer.

██████████, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2011

---

(Assinatura do Encarregado de Educação)

## Anexo 4 – Carta à direção da escola

Exmo. [REDACTED]

**Assunto:** Realização de uma investigação em Educação Matemática**Data:** Évora, 27 de setembro de 2010

Eu, Elsa Maria de F. Isabelinho D. Barbosa, mestre em Ensino da Matemática, pela Universidade de Évora, encontro-me a frequentar o Doutoramento em Ciências da Educação da Universidade de Évora.

No âmbito do plano curricular previsto o presente ano letivo destina-se à realização da parte experimental da minha investigação, a qual será orientada pelo Professor Doutor António Borralho, Professor Auxiliar da Universidade de Évora.

O trabalho a realizar integra-se na área da Didática da Matemática, tendo como principal objetivo compreender o modo como se desenvolve o pensamento algébrico nos alunos do 7º ano de escolaridade.

É minha intenção desenvolver este estudo na escola que V. Exa. dirige, durante os 2º e 3º períodos do presente ano letivo. Com esse intuito foram estabelecidos contactos com um professor da escola, o Professor [REDACTED], com o objetivo de desenvolver o estudo numa das suas turmas - 7º ano de escolaridade – tendo, o professor em questão, manifestado total disponibilidade.

Venho assim, por este meio, solicitar a autorização de V. Exa. para levar a cabo o meu estudo nesta escola, garantindo todos os procedimentos éticos e deontológicos a nível da investigação, sobretudo a confidencialidade da escola, do professor envolvido e dos alunos participantes, na dissertação e em qualquer artigo publicado e/u conferência que decorra do estudo.

Na expectativa de uma resposta favorável, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

A Professora

---

(Elsa Barbosa)



## Anexo 5 – Guião de observação de aulas

**Data:**

**Tarefa realizada/cadeia de tarefas:**

**Condições físicas da sala de aula:**

**Rotinas da aula:**

**Dinâmica da aula**

Como é que a tarefa é introduzida pelo professor (de forma contextualizada? É fixado hora de término da tarefa? Foi cumprida?)

Recursos utilizados:

Natureza da tarefa (Exercícios, problemas, explorações, investigações, jogos, projectos):

Desenvolvimento da tarefa

- (Trabalho individual, grupo, pares, grande grupo, no quadro):

- Papel do professor (Que tipo de interações desenvolve com os alunos? Em caso de dúvidas, qual é a sua atitude? A aula está centrada no professor? Promove o desenvolvimento da comunicação matemática?)

- Papel do aluno (no grupo e na turma; Participa de forma autónoma em pequeno grupo? E em grande grupo?)

Trabalho colaborativo (Quem decide o quê? Há algum aluno que se sobreponha aos restantes? Sabem questionar-se uns aos outros? Sabem ouvir os argumentos dos colegas?)

Grau de envolvimento e de sucesso na realização da tarefa (Sabem por onde começar? Existe alguma confusão no início? Revelam espírito crítico? Têm confiança nos seus raciocínios? Estabelecem conexões?)

Comunicar descobertas e ideias matemáticas (Através do uso de uma linguagem escrita? Oral? Ambas? De forma não ambígua? Adequada à situação?)

Discussão final e Síntese (Feita por quem? Centrada nos alunos ou no Professor? Escrita/oral? Os alunos participam de forma espontânea? Dão importância ao facto de comunicarem as suas ideias matemáticas? Há algum porta-voz? Estão todos atentos?)

**Funcionamento do grupo** (Relacionado com as questões específicas):

Apresentam dificuldades na procura de padrões? Conseguem formular generalizações com facilidade? Demonstram dificuldades em ambas?

Conseguem manipular símbolos? Percebem o seu significado no contexto de situações concretas? Mostram aptidão para os utilizar na resolução de problemas?

Compreendem a relação entre tabelas, gráficos e símbolos? Sabem avaliar as vantagens e as desvantagens de cada forma de representação, consoante os objetivos em causa? Conseguem descrever as relações contidas nos problemas através de fórmulas?

Compreendem a variação matemática? Compreendem o conceito de função? Compreendem o conceito de linearidade?

Os alunos têm desenvolvido a comunicação matemática, tornando-a mais complexa e abstrata?

**Aspetos relevantes a registar**

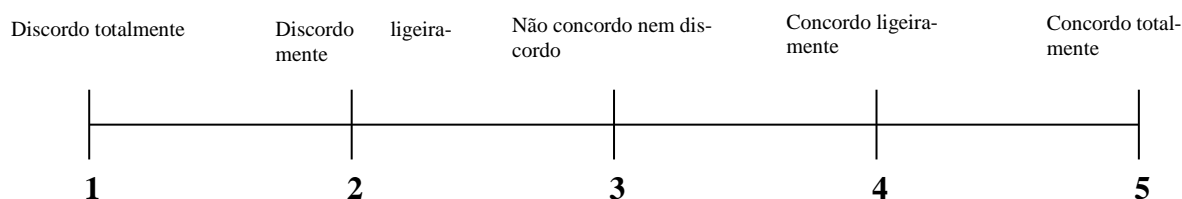
Anexo 6 – Questionário<sup>25</sup>

Nome: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Com este questionário pretendo conhecer:

- O que é para ti a Escola
- O que é para ti a Matemática

Responde às seguintes questões **assinalando com uma circunferência** o número (de **1 a 5**) que melhor corresponde à tua opinião.



## 1ª Parte

1. A escola é importante para o futuro.	1	2	3	4	5
2. A escola é divertida.	1	2	3	4	5
3. Na escola são transmitidos conhecimentos.	1	2	3	4	5
4. Na escola fazem-se amigos.	1	2	3	4	5
5. Na escola as aulas são o mais importante.	1	2	3	4	5
6. As matérias lecionadas na escola são desinteressantes.	1	2	3	4	5
7. Nas aulas onde se desenvolve trabalho de grupo aprende-se mais	1	2	3	4	5
8. As aulas onde se desenvolve trabalho de grupo são mais estimulantes.	1	2	3	4	5
9. Nas aulas em que tu descobres por ti aprendes mais.	1	2	3	4	5
10. Intervéns nas aulas.	1	2	3	4	5

## 2ª Parte

1. A Matemática é importante para o dia-a-dia.	1	2	3	4	5
2. Gostas das aulas de Matemática.	1	2	3	4	5
3. A Matemática ajuda a desenvolver o raciocínio.	1	2	3	4	5
4. A Matemática é sobretudo uma atividade individual.	1	2	3	4	5
5. Quando somos nós a descobrir compreendemos melhor a Matemática.	1	2	3	4	5
6. Os problemas de Matemática têm uma e uma só resposta.	1	2	3	4	5
7. A Matemática memoriza-se.	1	2	3	4	5
8. A Matemática compreende-se.	1	2	3	4	5
9. A Matemática torna-se mais fácil quando trabalhada em grupo.	1	2	3	4	5
10. É importante explicares como pensaste ou resolveste um problema.	1	2	3	4	5
11. A utilização de computadores ou de materiais manipuláveis ajudam a compreender melhor a Matemática.	1	2	3	4	5

<sup>25</sup> Baseado no Questionário utilizado por Nunes, C. (2004). *A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática: Um estudo com alunos do 3º ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: APM.



---

Anexo 7 – Guião da primeira entrevista ao professor

---

**Contexto escolar**

- Como caracterizas o grupo de Matemática da tua escola?
- Identificas-te com o grupo?
- Costumas trabalhar colaborativamente com os teus colegas de grupo?
- És influenciado pelas práticas dos teus colegas de grupo?
- E pelas práticas dos outros colegas da escola?

**Relação com o currículo**

- Costumas aderir às orientações programáticas?
- Preocupaste em cumprir o programa?
- O que significa, para ti, cumprir o programa?
  
- Qual é a tua visão do atual programa de matemática do Ensino Básico? (Temas e tópicos abordados, Novas metodologias, Capacidades transversais, Avaliação)
- Quais são as principais dificuldades por ti sentidas na implementação do atual programa?
- Como fizeste a planificação anual? O que te influenciou na sua realização? Fizeste sozinho ou com colegas?
- O que é para ti prioritário quando fazes uma planificação?
- Como fazes as planificações de aula? (Defines tópicos a abordar, conexões a fazer, materiais a utilizar, estratégias a utilizar, discussões a ter com os alunos?)
  
- O actual programa prevê uma alteração nas metodologias de sala de aula. Que influência tiveram essas indicações nas tuas práticas de sala de aula?
- O novo programa salienta a avaliação como um processo contínuo, dinâmico em muitos casos informal em que para além dos momentos de avaliação formal prevê que o professor recolha, de uma forma sistemática, informação para avaliar o desempenho dos alunos. De que forma fazes esta recolha de informação?
- A implementação de novas metodologias de sala de aula, que consequências teve nas tuas práticas de avaliação?
- Qual é a principal função que atribuis à avaliação? Como caracterizas a avaliação praticada por ti?
- Costumas reflectir sobre os resultados obtidos pelos teus alunos? Como? De que forma esses resultados influenciam a tua prática pedagógica?

**Episódios de sala de aula**

## Aprendizagem da Matemática

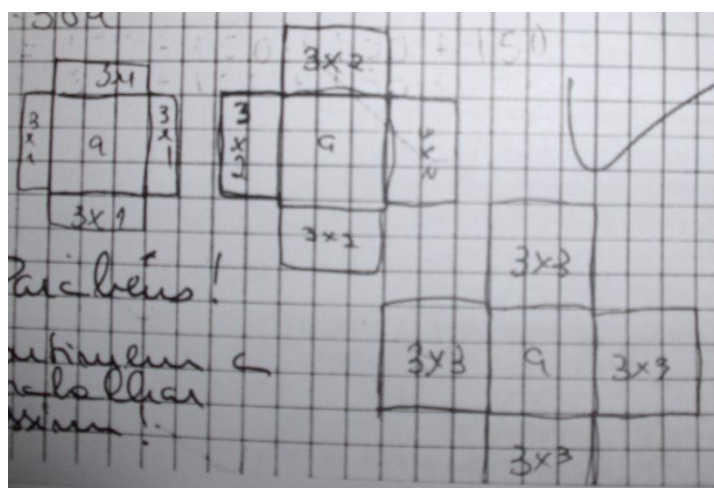
- No actual programa defende-se uma modificação das metodologias de sala de aula, nomeadamente ao nível da organização de sala de aula. De que forma transmitiste isso aos teus alunos? (Que cuidados tiveste na organização dos grupos?)
- Como planificaste as discussões em grande grupo?
- Que estratégias utilizaste para desenvolver a autonomia dos alunos?
- Que estratégias utilizas para desenvolver a comunicação matemática (oral e escrita) dos alunos?
- Normalmente não organizas o quadro. Porquê? Na tua opinião que consequências pode ter essa opção na aprendizagem dos alunos?
- Normalmente não escreves, nem pedes aos alunos para escrever as respostas completas às questões abordadas em sala de aula. Porquê? Na tua opinião que consequências pode ter essa opção na aprendizagem dos alunos?
- Costumas verificar o caderno dos teus alunos? Se sim, como o fazes? Com que frequência? Que reflexo tem a verificação no processo de ensino, aprendizagem e avaliação?
- Que consequências tem para um aluno teu, não ter o caderno em dia ou não trazer as tarefas para a sala de aula?
- Nas discussões em grande grupo, são muitos os alunos desatentos, que não fazem quaisquer registos no caderno, que consequências sofrem? Os alunos têm consciência dessas consequências?
- Pelo que sei costumas utilizar cerca de 3 blocos de 90 minutos com a preparação, realização e correcção do teste. Que contributos tem esta estratégia para a aprendizagem dos alunos?

## Desenvolvimento do pensamento algébrico

- $n+n(n-1)+4 = 3x(n+1)$  Um aluno afirmou “as expressões não são bem iguais porque [a segunda] não tem lá um quatro...”

Esta pergunta faz sentido! Muito provavelmente se devolvesse a questão à turma verificarias que a maioria dos alunos pensava a mesma coisa. Nesta situação o sinal de igual muda de significado, o que não é fácil de entender para um aluno. Porque é que tu optaste por não explorar a situação com a turma?

- Nas imagens seguintes estão 3 resoluções distintas da Tarefa 4 - Cruzes, duas mais completas que a outra, de 3 grupos diferentes. Quando discutiste esta questão em aula optaste por não discutir estas 3 resoluções com os alunos. Em vez disso centraste a discussão em ti, e na resolução do grupo que na tua opinião era a mais adequada. O que dizes sobre o potencial da discussão, em grande grupo, destas resoluções na aprendizagem dos alunos?



10 - A expressão algébrica é  
 Boa porque o ~~que~~ significa os  
 9 quadrados do meio e os 3  
 significam  $(3 \times 1 / 3 \times 2 / 3 \times 3) \dots$

10 - Sim, porque mas  
 as pontas a douze  
 azulejos, e a dividir  
 por 4 da 3 e o 9  
 é sempre os quadrados  
 do meio

- Ainda na mesma aula, porque é que na simplificação de expressões abandonaste rapidamente o significado que cada aluno dava às expressões, significado esse que podia levar a um entendimento da equivalência das expressões por parte dos alunos, em detrimento de uma abordagem formal sobre a simplificação de expressões?



---

Anexo 8 – Guião da segunda entrevista ao professor

---

**Práticas de ensino**

- No segundo relatório de avaliação da implementação do atual programa “os professores reconheceram a importância das planificações para o desenvolvimento das tarefas nas salas de aula e, neste sentido, eram vistas como uma estratégia essencial para que os alunos pudessem trabalhar e evoluir em direção aos objetivos propostos.” Que importância é que tu deste às planificações de aulas de álgebra? Como é que tu as planificaste?
- Nas aulas que assisti optaste por não introduzir/apresentar as tarefas, porquê? Que consequência pode ter tido esta opção no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos, ou pelo menos no seu comportamento aquando da resolução das mesmas?
- Durante a implementação das tarefas propostas que estratégia foi utilizada para não dares de imediato as repostas certas aos alunos, ou seja, de que forma os incitaste a concentrarem-se na reflexão e no raciocínio?
- Aquando da implementação das tarefas preparaste antecipadamente sugestões ou questões orientadoras para utilizares como resposta às questões colocadas pelos alunos? Se não, porquê?
- Em algum momento explicaste aos alunos sobre os seus papéis nos diferentes momentos de aula (4 momentos), ou seja, os alunos foram orientados para as atividades que decorriam das tarefas que lhes eram propostas? Se não, porquê?
- O Raciocínio e a Comunicação matemática são capacidades transversais do atual programa. Durante a implementação das tarefas instigaste os alunos a partilhar e a explicar os seus raciocínios e as suas diferentes abordagens às questões? Se sim, de que forma? Se não, porquê?
- Quais foram os critérios utilizados para formares os diferentes grupos? Na tua opinião a formação dos grupos pode influenciar o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos? E o funcionamento da aula?
- Apesar de colocares os alunos a trabalhar em grupo, não exigias aos alunos do grupo que chegassem a consenso sobre a proposta de resolução, porquê? O que te levou a optar por esta situação? Na tua opinião que influência pode ter esta opção no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos?

**Participação dos alunos**

- A turma em questão nem sempre tinha um comportamento adequado à sala de aula, eram muitas as vezes que não havia condições de aprendizagem durante a aula. Um grande número de alunos estava desatento, distraía os colegas, faziam barulho, não passavam nada do quadro, não resolviam as tarefas em grupo, não participavam na discussão em grande grupo, não faziam os trabalhos de casa, não traziam as tarefas para a aula. De que forma é que responsabilizavas os

alunos pelos comportamentos referidos? Eles tinham conhecimento das consequências do seu comportamento?

- Muitas vezes nas discussões em grande grupo os alunos mantinham-se nos lugares onde estavam em pequeno grupo, de costas para o quadro, o que te levava a permitir este comportamento? Quais as vantagens ou desvantagens para o processo de aprendizagem de cada um dos alunos em particular? Na tua opinião que influência pode ter no processo da aprendizagem do grupo turma?

### **Práticas de avaliação**

- Na tua opinião qual o papel da avaliação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos? Neste contexto tiveste a preocupação de articular o ensino e a aprendizagem com a avaliação dos alunos? De que forma o fizeste?
- Usaste algum processo deliberado na avaliação das prestações dos alunos na resolução das tarefas? E na discussão das tarefas em grande grupo? Consideras que desta forma os alunos conseguem aprofundar as suas aprendizagens? Se não usaste, porquê?
- Consideraste importante desenvolver um processo deliberado de avaliação que apoie os alunos na regulação e na autorregulação das suas aprendizagens?
- Por que é que optaste por não realizar as sínteses no final de cada tarefa ou no final da cadeia de tarefas?
- Neste contexto consideras que o feedback contribui ou não para uma melhoria significativa das aprendizagens dos alunos? Se sim, o que te levou a não valorizar o feedback descritivo que era dado à resolução, das tarefas, apresentada por cada um dos grupos? Por que é que nunca proporcionaste aos alunos a reflexão sobre o feedback recebido incentivando-os, por exemplo, a raciocinarem novamente sobre as questões colocadas, por forma a melhorarem as suas respostas, responsabilizando-os desta forma pelas suas aprendizagens?
- Que instrumento/instrumentos de avaliação utilizaste para avaliar a aprendizagem dos alunos nos tópicos de álgebra, trabalhados no 7º e 8º anos?

### **Pensamento algébrico**

- O que é para ti fundamental ensinar na álgebra do 3º ciclo do ensino básico?
- O que é que pode contribuir para que os alunos dominem o pensamento algébrico?
- Na tua opinião que fatores podem influenciar a aprendizagem dos objetivos específicos de álgebra preconizados no programa?
- O que é fundamental trabalhar atualmente na álgebra do 7º ano de escolaridade?
- Como é que te apercebes dos conhecimentos algébricos adquiridos pelos alunos? (Como é que te apercebes das capacidades dos alunos em interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos? Como é que percebes as capacidades de generalização dos alunos?)

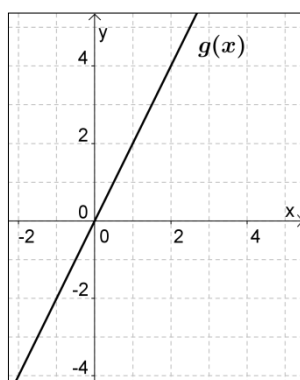
E a capacidade de manipulação simbólica, de interpretação do significado dos símbolos e de exploração e modelação de situações contextualizadas?)

Utilizaste algum processo deliberado que apoie os alunos na regulação e na autorregulação das aprendizagens referentes aos tópicos abordados durante a implementação das tarefas?

• Na tarefa 12 - “Várias Representações”, questão 5, optaste por não colocar a função “ $f(x) = x^2 + 1$ ”, como podes verificar no extrato seguinte, da tarefa, porquê? Qual seria o objetivo da função referida lá ter sido colocada? Com a alteração introduzida a questão cumpre os mesmos objetivos?

“ 1. Cada uma das três funções seguintes está definida por um dos seguintes processos:

- A função  $f$  através duma **expressão algébrica** (ou expressão analítica),
- a função  $g$  pela sua **representação gráfica**,
- a função  $h$  através duma **tabela numérica**.



$$f(x) = x + 1$$

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$	-1	1	3	5	7	9

1.1 Para cada uma das três funções faz, no caderno, as duas representações que faltam.

1.2 Alguma delas é uma função de proporcionalidade direta (função linear)? Explica porquê.”

- Perante expressões diferentes, mas equivalentes, o que achas fundamental abordar numa discussão em grande grupo no 7º ano de escolaridade? De que forma?

### Outras questões

- Numa aula “ideal”, para ti, que estratégias devem ser utilizadas para desenvolver as aprendizagens dos alunos, em particular o pensamento algébrico?
- Como interpretas a seguinte afirmação do Rui?  
 “Eu sou obrigado a vir à aula se não chumbo, mas não sou obrigado a trabalhar na aula.”  
 Achas que enquanto professor podias alterar a visão que este aluno tem do trabalho em sala de aula? De que forma?
- Consideras importante desenvolver a autonomia dos alunos, responsabilizando-os pelas suas aprendizagens?
- Que classificações obtiveram a Maria e o Rui no final do 2º período? E no 3º? Sentiste alguma evolução, na Maria e/ou no Rui, no domínio dos tópicos de álgebra trabalhados?



---

Anexo 9 – Guião da primeira entrevista aos alunos<sup>26</sup>

---

**Identificação do aluno**

- Nome
- Idade
- Percurso escolar e níveis obtidos anteriormente.
- Gostas das aulas de matemática? O que é para ti a matemática?

**Conceções sobre a Matemática**

- Dá exemplos de coisas que aprendeste de Matemática, neste ano letivo? E nos anos anteriores?
- O que mais gostas nas aulas de Matemática? E o que menos gostas?
- Consideras-te um aluno bom, médio ou fraco a Matemática? Porquê?
- Porque achas que há alunos com dificuldades em Matemática? E alunos bons em Matemática?
- Como é que aprendes Matemática?
- Como costumas estudar Matemática? Estudas sozinho ou com ajuda de alguém?
- Como te sentes quando o professor indica que se vai fazer uma tarefa nova?
- Que tipo de tarefa gostas mais de realizar nas aulas de Matemática (exercícios, problemas, tarefas de investigação)? Porquê?
- Achas importante estudar Matemática? Porquê?
- De que parte da matemática gostas mais? (Números e operações, álgebra, geometria, organização e tratamento de dados,...)
- Em que parte da matemática tens mais dificuldades? Porquê?

**Conceções sobre a aula de Matemática**

- Tu intervéns muito nas aulas? Gostas? Achas que é vantajoso para ti? E para os teus colegas?

---

<sup>26</sup> Baseado na primeira entrevista utilizada por Barbosa, E. (2007). *A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos de 8º ano de escolaridade*. Lisboa: APM.

- Achas importante explicar como pensaste ou fizeste um problema? Porquê? Costumas fazer isso nas aulas? Gostas mais de explicar oralmente ou por escrito?
- Tomas iniciativa de colocar questões ao professor?
- Costumas trocar impressões com os teus colegas?
- És capaz de descrever uma aula habitual de matemática? Em que partes se divide aula? De qual dessas partes gostas mais?
- Como é para ti um bom professor de Matemática?
- Quais são para ti as aulas mais estimulantes? São as que trabalhas em grupo, a pares, as que trabalhas individualmente? Porquê?
- De que tipo de tarefas gostas mais, de exploração, de exercícios, de problemas, ...? Porquê?
- Gostas mais quando o professor explica ou quando tu resolves e descobres por ti ou com o teu grupo?

### **Conceções sobre Álgebra**

- Já trabalhaste com expressões matemáticas? Dá-me exemplos.
- Tens dificuldades quando trabalhas com fórmulas matemáticas? Entendes o que significam? Dá-me um exemplo de uma fórmula com que já tenhas trabalhado.
- O que significa para ti uma variável? Uma incógnita? Já ouviste falar?
- Já ouviste falar em sequências? Dá-me um exemplo.
- Já ouviste falar em regularidades? Dá-me um exemplo.
- Já ouviste falar em padrões? Dá-me um exemplo.
- Já ouviste falar em proporcionalidade direta? Dá-me um exemplo que envolva o conceito de proporcionalidade direta.
- Já ouviste falar em Álgebra? De que matérias te lembras quando falo em Álgebra? Dá-me exemplos.

## Anexo 10 – Guião da segunda entrevista aos alunos

### 1. Clipes

Observa a seguinte sequência



Fig.1



Fig.2



Fig.3

- A figura seguinte quantos clipes terá?
- Quantos clipes estão na 20ª figura? E na 100ª?
- Indica um possível termo geral da sequência. Explica o teu raciocínio.
- Existe alguma figura com 105? Se sim, determina a ordem que lhe corresponde.

### 2. Pontos



fig.1



fig.2

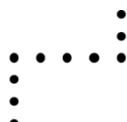


fig.3

- Assinala as expressões que representam o total de pontos da figura  $n$ .  
Explica as tuas opções.
 

(a) $3n+1$	(b) $2n+n+2$
(c) $n+2(n+1)$	(d) $n+2$
- Utiliza uma das expressões assinaladas por ti como correta e determinem o termo de ordem 50.

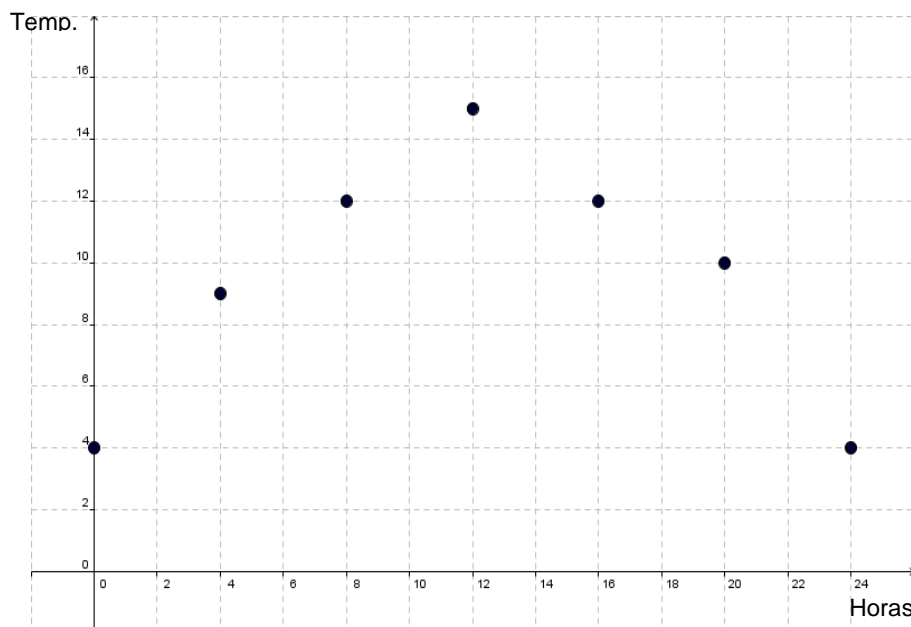
### 3. Números

Considera a sequência de termo geral  $4n + 3$ . Indica, justificando, se os números 4, 7, 43, 82 são, ou não, termos desta sequência. Justifica a tua resposta e, para os números que são termos da sequência, indica a respetiva ordem.



#### 4. Temperaturas

Considera a função,  $f$ , definida pelo seguinte gráfico que relaciona as horas, ao longo de um dia, com as temperaturas registadas numa certa localidade.



e) Completa a tabela correspondente a esta função.

$x$							
$f(x)$							

f) Completa

$$f(8) = \dots\dots$$

$$f(\dots) = 10$$

g) Indica o domínio e o contradomínio da função.

h) Nesta correspondência há objetos distintos que têm a mesma imagem. Indica dois desses objetos e a sua respetiva imagem.

i) Que temperatura fazia ao meio-dia?

j) A função representada anteriormente é uma função linear? Justifica a tua resposta.

## 2º Entrevista – II Parte

- Das tarefas que acabaram de realizar qual gostaram mais? Porquê?
- Em que tarefa sentiram mais dificuldade? Quais foram essas dificuldades?

### Opiniões sobre a aula de Matemática

- Gostaram de trabalhar em grupo? Porquê?
- O que mais gostaram nas últimas aulas? E o que menos gostaram?
- Gostaram de realizar as tarefas? Porquê?
- Consideram ter aprendido mais quando estão a trabalhar em grupo com os teus colegas ou com as aulas em que o professor está a fazer a discussão das tarefas? Porquê?
- Uma turma de outra escola vinha visitar-vos e queria saber o que tinham trabalhado na aula de matemática nos últimos meses. O que lhe diziam?

### Dinâmicas do trabalho de grupo

Quando vos era distribuída uma tarefa:

- Quem é que a começava a resolver? Todos em conjunto? Alguém em particular? Porquê?
- Em que é que o TG facilitou/ajudou a resolver a tarefa (pedir exemplo)? Que vantagem tem trabalhar em grupo em tarefas deste tipo (um exemplo de uma vantagem)?
- Começavam-na a resolver imediatamente? Sabiam qual a estratégia a utilizar? Como é que faziam?
- Quando conseguiam uma resposta o que faziam? Tentavam confirmar o vosso resultado ou chamavam a professora? Porquê?
- Quando não conseguiam chegar logo ao resultado esperado, o que faziam? Tentavam outra estratégia? Tentavam perceber o erro cometido? Porquê?

## Anexo 11 – Guião da terceira entrevista aos alunos

## 1. Pássaros

Observa a seguinte sequência



Fig.1



Fig.3



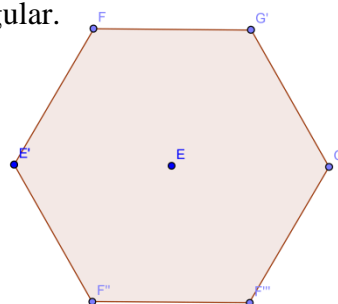
Fig.2

- Desenha a 6ª figura. Quantos pássaros tem?
- Qual é a quantidade total de pássaros da figura 201? Explica como chegaste à resposta.
- Determina o termo geral da sequência.
- Utiliza uma equação para calcular o número de ordem da figura que tem 125 pássaros.
- Existe alguma figura que tenha 504 pássaros? Justifica a resposta.

## 2. Na figura estão representados um triângulo equilátero e um hexágono regular.

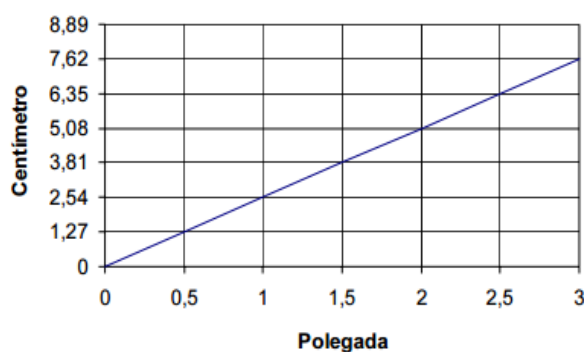
A medida dos lados do hexágono é igual à dos lados do triângulo mais 3cm e o perímetro do hexágono é 4 vezes maior que o perímetro do triângulo. Quanto medem os lados do hexágono e do triângulo?

Traduz a situação por meio de uma equação e resolve-a.





3. Por vezes, o comprimento da diagonal do ecrã de um televisor é indicado em polegadas. No gráfico que se segue, podes ver a relação aproximada existente entre esta unidade de comprimento e o centímetro.



- a) Poder-se-á afirmar que o gráfico da função anterior representa uma função de proporcionalidade direta (função linear)? Explica por quê.

b) Indica:

- Uma expressão algébrica para a função representada.
- A constante de proporcionalidade da função e o seu significado no contexto da situação.

### 3º Entrevista – II Parte

- Das tarefas que acabaram de realizar qual gostaram mais? Porquê?
- Em que tarefa sentiram mais dificuldade? Porquê? Quais foram essas dificuldades?
- Em todas estas tarefas que realizaram utilizaram letras e expressões. Que significado tem as letras? E as expressões? Se quiserem podem usar exemplos da tarefa agora realizada para vos ajudar a responder.

### Opiniões sobre a aula de Matemática

- Gostaram de trabalhar em grupo? Porquê?
- Devem ter reparado que neste ano letivo o professor não comentava as vossas resoluções. Os comentários do professor ajudavam-vos a esclarecer as dúvidas? Ajudavam-vos a ultrapassar as vossas dificuldades? Porquê?
- O que mais gostaram nas últimas aulas? E o que menos gostaram?
- Gostaram de realizar as tarefas? Porquê?

- Consideram ter aprendido mais quando estão a trabalhar em grupo ou com as aulas em que o professor está a fazer a discussão das tarefas? Porquê?
- Na tua opinião para que serve a avaliação?
- Quais os elementos de avaliação que consideras mais importantes? Porquê?
- Quais os elementos que consideras que têm mais peso na tua avaliação?
- O que aprendes nos momentos de avaliação?
- Se souberes que as atividades desenvolvidas na sala de aula são para avaliação, mudas de atitude? Porquê?
- O teu professor costuma fazer comentários a todos os teus trabalhos?

### **Dinâmicas do trabalho de grupo**

Quando vos era distribuída uma tarefa:

- Quem é que a começava a resolver? Todos em conjunto? Alguém em particular? Porquê?
- Em que é que o TG facilitou/ajudou a resolver a tarefa (pedir exemplo)? Que vantagem tem trabalhar em grupo em tarefas deste tipo (um exemplo de uma vantagem)?
- Começavam-na a resolver imediatamente? Sabiam qual a estratégia a utilizar? Como é que faziam?
- Quando conseguiam uma resposta o que faziam? Tentavam confirmar o vosso resultado ou chamavam o professor? Porquê?
- Quando não conseguiam chegar logo ao resultado esperado, o que faziam? Tentavam outra estratégia? Tentavam perceber o erro cometido? Porquê?

Nestas tarefas o professor não vos pediu uma resolução por grupo, de que forma é que isso influenciou o vosso trabalho?



---

**Contactos:**

Universidade de Évora

**Instituto de Investigação e Formação Avançada - IIFA**

Palácio do Vimioso | Largo Marquês de Marialva, Apart. 94

7002-554 Évora | Portugal

Tel: (+351) 266 760 800